

## Mi presentación

Daniel Sierra Ruiz

**H**ace unos meses estaba reflexionando sobre las personas a las que debía pedir que escribieran sobre *su biblioteca particular*, cuando me di cuenta de que estaba cometiendo un error en forma de omisión imperdonable, al menos desde mi punto de vista. Seguro que a todo el mundo le vienen varios nombres a la cabeza de gente que no ha aparecido por esta sección y que debería aparecer. A mí también. La sección llega a sus últimos capítulos bajo mi coordinación y no va a dar para que estén todos los que son, pero pienso que Miguel Barreras es una de esas personas que tenía que firmar.

Su vinculación con los libros es evidente. Para definir a Miguel inevitablemente habremos de utilizar la palabra *escritor*. Es de sobras conocida esta faceta entre nosotros, pues ha sido premiado en varios concursos de lo que se viene llamando *literatura matemática* y algunos de sus libros han sido reseñados en esta revista; si para hacer referencia a él se dice *el de los ciruelos chinos* (ver *Suma* 63), mucha gente en seguida lo identifica. Se podría decir que existe un *estilo Barreras* muy reconocible en sus textos, en los que mezcla, por supuesto algo de matemáticas, unos toques de escepticismo, una pizca de pesimismo, aderezado con alguna paradoja y, todo ello, ambientado excelentemente en escenarios que van desde lo decadente a lo luminoso, flirtando en ocasiones con lo

surrealista. Leyéndole quedan claras dos cosas: su importante bagaje literario y que tiene un carácter singular, dicho sea esto último en sentido positivo.

Cuando alguien se dedica a escribir lo convierte en una auténtica pasión, por lo que su trabajo habitual, el que le sirve para pagar las facturas, pasa a ser eso, un mero modo de subsistencia. Así que no sería de extrañar que Miguel dejara su faceta de profesor de matemáticas un poco más apartada, y se limitara a dar sus clases como vienen en el libro, corregir los exámenes y poco más. Pues no es así. De hecho, dedica también mucho esfuerzo y tiempo a desarrollar otras formas de enseñar las Matemáticas, a intentar que su alumnado vea nuestra materia desde otros puntos de vista.

Miguel es profesor en el instituto de Valderrobres, un bonito pueblo de Teruel que bien merece una visita... incluso una

---

**Daniel Sierra Ruiz (coordinador de la sección)**  
*IES Benjamín Jarnés, Fuentes de Ebro (Zaragoza)*  
[biblioteca@revistasuma.es](mailto:biblioteca@revistasuma.es)

visita matemática. Como guía podemos utilizar la ruta matemática que hace un tiempo él mismo elaboró y que en Aragón es casi un referente en este tipo de actividad. Así que si alguien se decide a visitar el Matarraña, que no deje de pasarse por allí, ni de bajarse la guía de Miguel en el apartado de materiales impresos de <www.matematicavital.com>; de esta forma comprobará el excelente trabajo que llevó a cabo. Él todos los cursos da un paseo con el alumnado de su centro para hacer matemáticas por la calle.

Tampoco me quiero olvidar de sus trabajos de Excel y Matemáticas, sobre lo que ha dado charlas en diferentes puntos de España. También en este apartado da muestras de su singularidad, ya que no se limita a utilizarlo en Estadística, como todo el mundo, si no que prepara actividades de casi

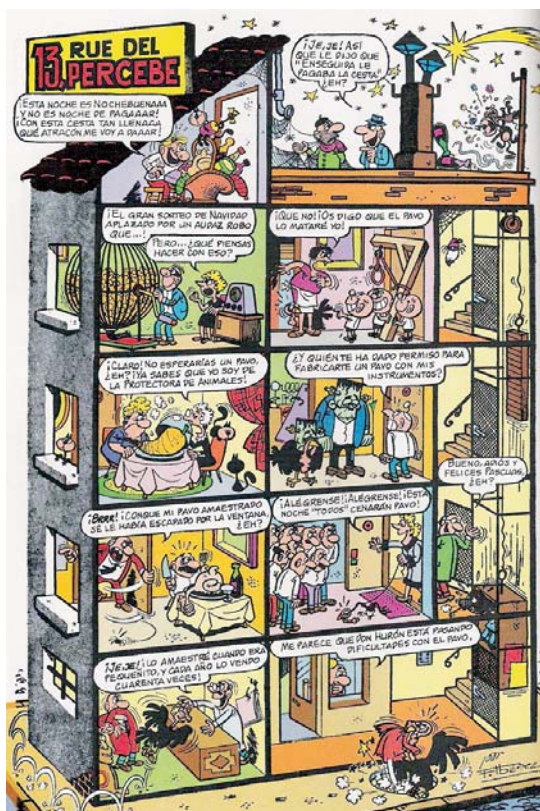
cualquier parte del currículo. Tiene dos libros sobre ello, pero también ofrece el fruto de su esfuerzo a todo el mundo en su página web *Matemáticas desde los contextos*.

Así pues, como he dicho antes, hubiera sido una omisión importante, sobre todo para mí, teniendo en cuenta que somos compañeros en el programa *Matemática Vital* y en la Sociedad Aragonesa.

Tengo que acabar agradeciéndole, además, haber aceptado regalarnos otra vez su prosa con ese *estilo Barreras*, del que quien no lo conozca va a tener ahora unas pequeñas pinceladas que, sin duda, le dejarán con ganas de leer más. Por tanto, me considero afortunado de poder dar paso a *la biblioteca particular* de Miguel Barreras Alconchel.

## Mi biblioteca particular

Miguel Barreras Alconchel



De pequeño no leía cuentos. De adolescente no leía libros. Solo tebeos. Naturalmente, tenía mis preferencias, pero lo que más me gustaba era *Rue Percebe n.º 13*, aquel universo absurdo y desternillante concentrado en un bloque habitado por vecinos a cuál más excéntrico. Hoy todavía me fascina y, forzando la imaginación, con ojos de matemático, puedo entrever aritmética en el pícaro vendedor de la tienda de ultramarinos, el espíritu de Galileo en el destartalado ascensor, espeleología en el pobre don Hurón, inquilino de la alcantarilla, ingenio científico en el atribulado veterinario, geometría en las imposibles confecciones del desastroso sastre o en la tela de la araña de la escalera.

Las primeras novelas que aparecieron por casa fueron las que editaba el Círculo de Lectores. Recuerdo una que trataba de un médico en un pueblo minero de Escocia. La historia me fascinó y, unido a la devota admiración por mi primo, a la sazón estudiante de Medicina, hizo que empezara a considerar la posibilidad de yo mismo empezar esa carrera. Pero ya no cayó en mis manos ninguna otra novela de médicos heroicos y, cuando tocó matricularse en la Universidad, hacía tiempo que no veía a mi primo. Tal vez por eso hoy me dedico a dar clase de matemáticas en vez de extirpar apéndices o recetar tranquilizantes.

Pascal Mercier, en su hermosa novela *Tren nocturno a Lisboa*, anota una reflexión que viene a cuento:

El verdadero director de escena de nuestra vida es el azar; un director lleno de crueldad, de misericordia y de encanto cautivador.

El primer libro de mi propiedad me lo regaló precisamente mi primo médico: *El ajedrez*, escrito por Román Torán. Y fue allí donde leí la primera historia matemática interesante de mi vida, la famosa suma de granos de trigo que el rey no pudo pagar al inventor del juego, Sissa. Teniendo en cuenta que por entonces yo tendría unos dieciséis años, se puede imaginar la calidad y entusiasmo de mis profesores de matemáticas hasta esa fecha.

[...] algunas matemáticas de alto nivel son accesibles [...]. Solo hace falta una mente despierta y abierta y, sobre todo, un comunicador que te las cuente

Mi afición a la literatura coincidió con la entrada en la Universidad. Me conmovió *El extranjero*, de Albert Camus. Cuando lo acabé, empecé a leerlo de nuevo.

Hoy ha muerto mamá. O quizás ayer.

Todo el mundo sabe que la vida no merece la pena de ser vivida.

En cualquier caso, yo no estaba tal vez seguro de lo que me interesaba realmente, pero estaba absolutamente seguro de lo que no me interesaba.

En los cinco años que pasé en la Facultad de Ciencias manejé muy pocos libros de matemáticas. Me limité a aprobar exámenes con mis apuntes y algunos libros de problemas. Por otra parte, los libros de teoría me parecían todos iguales: definición, definición, lema, teorema, corolario. Quizá no tuve suerte en la selección. El caso es que mis lecturas por aquella época se limitaron al campo de la ficción. Los clásicos (Samuel Beckett, Dostoyevski, Cela, Italo Calvino, Álvaro Cunqueiro, Céline, Quevedo), los sudamericanos (Onetti, García Márquez, Cortázar), los obligados para cualquier universitario que se las diera de progre (Henry Miller, Kerouac, Lovecraft). También me acerqué a la filosofía (*Discurso del método*, *Historia de la filosofía* de Russell). Por aquella época me aficioné a la Espasa, el internet del siglo xx. Todavía hoy, cuando visito una biblioteca y dispongo de algo de tiempo, me

gusta relajarme con la lectura de su prosa científica, precisa y exquisita. También me resulta placentero sumergirme sin rumbo por las páginas del *Diccionario etimológico de la lengua castellana*, de J. Corominas.

Cuando descubrí a Borges constaté con profundo placer que literatura y matemáticas no eran campos disjuntos. Se suele decir que el *Aleph* es el relato borgiano más matemático. Yo lo veo más metafísico. Hay mucha matemática en la obra del argentino, pero el cuento que me produce mayor excitación mental es *La Biblioteca de Babel*. Cuántas matemáticas en tan pocas líneas.

### Infinito y geometría

El universo (que otros llaman la Biblioteca) se compone de un número indefinido, y tal vez infinito, de galerías hexagonales.

### Más geometría

Por ahí pasa la escalera espiral, que se abisma y se eleva hacia lo remoto.

La Biblioteca es una esfera cuyo centro cabal es cualquier hexágono, cuya circunferencia es inaccesible.

### La paradoja de conjuntos de Russell

...he peregrinado en busca de un libro, acaso del catálogo de catálogos.

### Aritmética

...cada anaquel encierra treinta y dos libros de formato uniforme; cada libro es de cuatrocientas diez páginas; cada página, de cuarenta renglones; cada renglón, de unas ochenta letras de color negro.

### Combinatoria

Uno, que mi padre vio en un hexágono del circuito quince noventa y cuatro, constaba de las letras MCV perversamente repetidas desde el renglón primero hasta el último.

Y, sobre todo, esa idea de infinito abarcable que impregna todo el relato.

La biblioteca es ilimitada y periódica.

Descansa el relato de Borges en la mesa. Elijamos un cuadro de Escher, *Cielo e infierno*, por ejemplo, en el que ángeles y demonios se precipitan, complementarios, al infinito acotado por el borde de un círculo. Tomemos el exquisito libro de Enrique Gracián, *Un descubrimiento sin fin*. El infinito matemático. Encendamos el tocadiscos para oír, *Fracture*, de King Crimson. Relato, cuadro, ensayo, música. Cuatro caras de un tetraedro. Todo es lo mismo: el infinito literario e inquietante de Borges, el infinito bello y comprimido de Escher, el infinito racional del matemático, el infinito musical y progresivo de

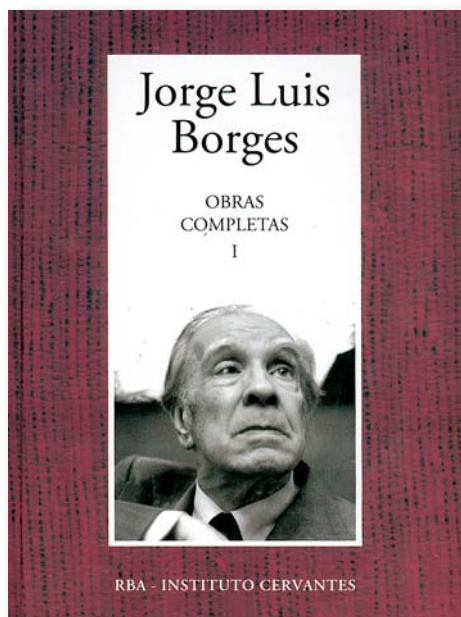
Robert Fripp. Cuatro caras de un mismo tetraedro. El infinito en nuestras manos: abarcable, cognoscible. El infinito a nuestro alcance.

*El infinito se hace largo, sobre todo hacia el final.*

Cuando acabé la carrera hice un curso de doctorado. Historia de las Matemáticas. Es patético que un licenciado en Matemáticas salga del supuesto centro del conocimiento (omito voluntariamente las mayúsculas tal vez pertinentes) sin saber que los genios Leibniz y Newton llegaron a las mismas conclusiones sin conocerse, qué revolucionó Descartes y cuándo, por qué a Gauss se le llama el príncipe de las matemáticas, de dónde viene la palabra algoritmo, desde cuándo y desde dónde se utiliza el sistema de numeración actual, etc.

*He aprendido más matemáticas  
en los libros llamados de  
divulgación o en los de  
matemáticas recreativas que en  
los libros de texto.*

Así que me apliqué devoto al estudio para subsanar mi ignorancia. El libro que se me recomendó de historia de las matemáticas me lo leí aplicado, los dos tomos, tomando notas y escribiendo reflexiones. No me gustó. Me pareció útil, en su



sentido enciclopédico, pero vacío de humanidad. Me aburrí. Cuando ya no tenía que malgastar mi tiempo aprobando exámenes, aunque sí emplearlo en prepararme las clases, me hice con *Historia de la matemática*, de Carl B. Boyer. Y empecé a disfrutar, sintiendo un latido, fuerte, interminable: la matemática era algo vivo. Luego descubrí a Morris Kline. Muy a menudo consulto alguno de los tres tomos que conforman *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días*. El contenido hace honor al título.

Tanto me gustó esta obra de Kline (de la que no he leído aún todos los capítulos, reservándome para la felicidad de la jubilación el placer del todo lineal) que busqué y encontré otra joya de Kline: *Matemáticas. La pérdida de la certidumbre*.

*Personas sumamente inteligentes siguen creyendo hoy en día que las matemáticas son un conjunto de verdades inquebrantables sobre el mundo físico y que el razonamiento matemático es exacto e infalible. Matemáticas. La pérdida de la certidumbre refuta este mito. Morris Kline pone de manifiesto que hoy en día no hay concepto de las matemáticas universalmente aceptado, que de hecho hay muchos conceptos enfrentados unos a otros. Sin embargo la capacidad de las matemáticas para describir y explorar los fenómenos físicos y sociales continúa aumentando. ¿Por qué?*

Este libro se lee no como un ensayo sino como una novela. Acaba un capítulo en suspenso y la curiosidad del principio del siguiente vence al sueño. Entre la clase de los matemáticos el título puede sugerir desánimo, frustración. Lejos de eso, cuando Kline culmina el capítulo dedicado al teorema de Gödel reflexiona lúcido:

*No hay que rasgarse las vestiduras porque sepamos que hay proposiciones que nunca llegaremos a demostrar ni a saber si son falsas. Sintámonos profundamente orgullosos de que uno de nosotros, no un dios venido de otro mundo, sino un hombre de carne y hueso, Gödel, haya sido capaz de conocer y demostrar esa (hasta ahora) supuesta limitación.*

Conocí el teorema de Gödel en quinto de carrera, en la asignatura Lógica y Fundamentos. Me impresionó, a pesar del envoltorio. La demostración me resultó ardua, pero el resultado merecía el esfuerzo. Pensaba, no sin cierta pedantería, que aprehender esa cima del conocimiento estaba reservado a los matemáticos hasta que cayó en mis manos un librito de portada naranja, inocente, casi infantil, de un tal Raymond Smullyan, del que no había oído hablar. ¿La dama o el tigre? Y otros pasatiempos lógicos. Parecía un cuento, pero en el capítulo 15, Demostrabilidad y verdad, descubrí que algunas matemáticas de alto nivel son accesibles, que lo bueno de un bombón es el bombón, no la caja con papel rizado que lo contiene, ni el papel de plata que lo envuelve. Solo hace falta una mente despierta y abierta y, sobre todo, un comunicador que te las cuente.



El desarrollo de las matemáticas en aras de una mayor precisión ha conducido a que grandes áreas de ellas sean formalizadas, y así las demostraciones puedan llevarse a cabo conforme a unas cuantas reglas mecánicas. Los sistemas formales más extensos hasta el presente son, por un lado, los *Principia Matemática* de Whitehead y Russell, y por otro, el sistema axiomático de Zermelo-Fraenkel para teoría de conjuntos. Estos dos sistemas son tan extensos que en ellos se pueden formalizar todos los métodos de demostración utilizados hoy en día en matemáticas; es decir, pueden reducirse a unos pocos axiomas y reglas de inferencia. Sería razonable, por consiguiente, suponer que estos axiomas y reglas de inferencia son suficientes para decidir todas las cuestiones matemáticas que puedan formularse en el sistema dado. A continuación se mostrará que no es este el caso, sino más bien que, en los dos sistemas citados, existen problemas relativamente simples de la teoría de números enteros ordinarios que no pueden decidirse partiendo de los axiomas.

### Del ensayo en el que Gödel publicó el Teorema de la Incompletitud

Tal vez, a veces, el término divulgador se presente como ligeramente peyorativo. Raymond Smullyan, matemático, lógico, filósofo, mago y humorista, dignifica el término. Entre todas sus obras de matemáticas recreativas, me quedo con una rareza, Juegos de ajedrez y los misteriosos caballos de Arabia, en la que se plantean situaciones de partidas de ajedrez, absurdas, pero posibles, para que el lector, convertido de repente en Sherlock Holmes, investigue dónde se encuentra el rey negro desaparecido o si las blancas enrocaron en algún momento. Es increíble la imaginación que exhibe Smullyan en este libro. Cada ejercicio requiere del lector paciencia y un manejo del método de reducción al absurdo combinado con la idea diacronía-sincronía de Saussure.

He aprendido más matemáticas en los libros llamados de divulgación o en los de matemáticas recreativas que en los libros de texto.

Nuestra finalidad ha consistido en extender el proceso de *haute vulgarisation* [...] para demostrar [...] algo del carácter de las matemáticas, de su espíritu osado y libre de trabas y de cómo, en su doble aspecto de arte y ciencia, ha continuado guiando a las facultades creadoras más allá aún de la imaginación y la intuición. En la extensión que permite un volumen tan reducido, solo puede haber instantáneas y no retratos.

De la Introducción de *Matemáticas e imaginación*, de E. Kasner y J. Newman.

Tal vez los autores consideren este libro una simple colección de instantáneas, pero están tan bien contadas, tan bien elegidas, que solo merecen un prólogo a su altura, de Borges, que empieza así:

Un hombre inmortal, condenado a cárcel perpetua, podría concebir en su celda toda el álgebra y toda la geometría [...]

Se lamenta Newman de la estrecha extensión del volumen (en 1940) y se resarce (en 1956) escribiendo la impresionante, maravillosa y necesaria enciclopedia en seis volúmenes, SIGMA, *El mundo de la matemáticas*. Normalmente, se presenta el corpus matemático como algo completo y acabado. Los teoremas de los libros de texto no dudan, no sudan, no fallan. Son perfectos. Y fríos. Hay falta de humanidad. Con  $\Sigma$  viajamos a través del tiempo hacia el conocimiento matemático.

James R. Newman ha compuesto una antología de 132 textos básicos del pensamiento matemático, todos los cuales, incluso los más recientes, merecen el calificativo de clásicos. La intención principal de su antología es educar en ese pensamiento cuya importancia aumenta ante los ojos del hombre contemporáneo. Pero no lo hace de un modo escolar, pues su lector no ha de ser exclusivamente estudiante.

Su lector no ha de ser exclusivamente estudiante, pero yo impondría a todo estudiante de matemáticas la lectura de esta enciclopedia. Sería una asignatura de primero; se llamaría  $\Sigma$ . (El universo de las matemáticas, de William Dunham, también debería ser lectura obligada).

Un lujo acceder por línea directa a Arquímedes, Laplace, Newton, Poincaré, Dedekind, Russell, Galileo, Bernouilli, leer de primera mano la implacable crítica del asombroso obispo Berkeley al manejo de los infinitésimos de Newton o convencerse de que en cualquier momento hay dos puntos antípodas en el ecuador de la Tierra que tienen la misma temperatura utilizando el teorema de Bolzano. Todo eso es  $\Sigma$  y mucho más. También *Entretenimientos, rompecabezas, fantasías*, la última parte del último tomo. Aunque el mago en este asunto es sin duda Martin Gardner con sus *Paradojas e Inspiración ¡ajá!*, dos joyas en la literatura matemática. Para todos los públicos, porque el problema que se plantea inicialmente es entendible sin mucho bagaje matemático y la generalización del mismo



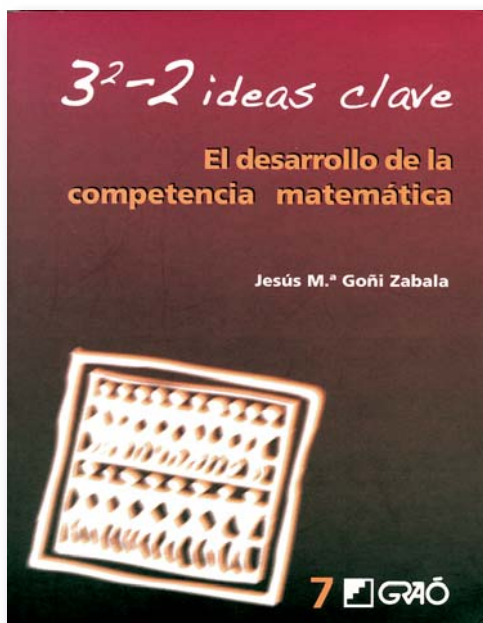
puede conducir al estudioso a profundidades extremas. La anécdota que cuenta en la introducción de *Inspiración, ¡ajá!* debería formar parte del catálogo del buen profesor:

En psicología experimental es clásica la anécdota de un profesor que pretendía estudiar la capacidad de los chimpancés para resolver problemas. A ese fin, colgó un plátano del centro del techo, a suficiente altura para que el mono no pudiera alcanzarlo de un salto. En la habitación no había más que unas cuantas cajas de embalaje dispersas al azar. El experimento consistía en ver si a una damita chimpancé se le ocurría apilar primero las cajas en el centro del cuarto, y luego, encaramarse a ellas para coger el plátano.

Omito el desenlace del experimento. Los que hayan leído a Gardner lo saben. Los que no, pueden jugar a adivinarlo.

En cuanto a didáctica de las matemáticas es inevitable nombrar *Cómo plantear y resolver problemas* de G. Polya, el catón del profesor de matemáticas.

En la línea de acercar las matemáticas a la realidad son muy interesantes *Érase una vez un número* y *Un matemático lee el periódico*. Su autor, John Allen Paulos, demuestra que lo divertido, lo matemático y lo cotidiano no son conceptos incompatibles. Y también otro libro no matemático, *La rebelión de las formas*, de J. Wagensberg, un maravilloso cóctel de esferas, hexágonos, espirales, etc. que el profesor catalán rescata de la naturaleza y nos las presenta con elegante escritura. En la línea de libros científicos no matemáticos he gozado mucho con la lectura de *The pleasure of finding things out*, una encantadora colección de charlas, entrevistas y artículos del genial Premio Nobel de Física Feynman.



Si ustedes están interesados en el carácter último del mundo físico, o del mundo entero, nuestra única forma de comprenderlo por el momento es mediante un razonamiento de tipo matemático.

*Experiencia matemática* de P. J. Davis y R. Hersh nos aproxima a la naturaleza global de las matemáticas actuales.

¿Cuál es la naturaleza de las matemáticas? ¿Qué significado tienen? ¿De qué se ocupan? ¿Cuál es su metodología? ¿Cómo se crean? ¿Cómo se utilizan? ¿De qué forma y en qué medida encajan con la multiplicidad de la experiencia humana? ¿Qué beneficios emanan de ella? ¿Qué daños? ¿Qué importancia podemos adscribirles?

Cada vez me interesan más las biografías. Dos autobiografías atractivas son la de Cardano, *Mi vida*, y la de G. H. Hardy, *Apología de un matemático*.

Es una experiencia melancólica para un matemático profesional encontrarse a sí mismo escribiendo sobre matemáticas.

[...]la situación actual de la enseñanza de las matemáticas en España e invita a la innovación y al cambio.

Para acabar, un libro necesario para cualquier profesor de matemáticas de secundaria: *El desarrollo de la competencia matemática*, en el que su autor, J. M. Goñi, analiza, firme y certero, la situación actual de la enseñanza de las matemáticas en España e invita a la innovación y al cambio.

Me gustan las paradojas. Quizá sea autorreferencial terminar declarándome un lector entusiasta de la revista *Suma* y fan de los habituales (Alsina, Franchi, Sorando, Albertí...), y de todos los demás, también. ■

## Escaparate 1: Una Historia de las Matemáticas para jóvenes

### UNA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS PARA JÓVENES

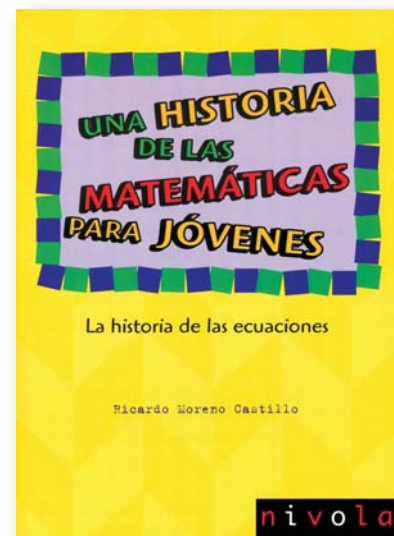
LA HISTORIA DE LAS ECUACIONES

**Ricardo Moreno Castillo**

Anaya y RSME, Madrid, 2010

ISBN: 978-84-667-9353-7

132 páginas



**L**a historia de las ecuaciones es el tercer tomo de una serie que se titula *Una historia de las matemáticas para jóvenes*. En esta ocasión, el autor Ricardo Moreno Castillo se centra en contarnos la evolución del Álgebra a lo largo de la historia. Tanto el título como el aspecto infantil de las tapas esconden una verdadera joya. De igual manera que los tomos anteriores y, en la misma línea que la colección *Las matemáticas en sus personajes* de la misma editorial, no sólo se trata de un libro de historia donde se escribe sobre acontecimientos, personajes y fechas, sino que además, como si de un libro de texto se tratara, se exponen explicaciones matemáticas con todo detalle, permitiéndonos disfrutar de su belleza y admirar aún más, si cabe, a sus protagonistas.

El libro comienza con la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado en el Antiguo Egipto, y continúa con el álgebra en Mesopotamia, donde se resolvían algunas ecuaciones cúbicas con ayuda de tablas. Después, la geometría griega y sus cálculos con segmentos, Euclides, Menecmo, Diocles, Nicomedes y Dinostrato, y el estudio de los tres problemas clásicos de la geometría. También Arquímedes y las famosas ecuaciones diofánticas. De la India destacan Aryabhata, Brahmagupta y Bhaskara. En China los *Nueve capítulos sobre las artes matemáticas*, y el *Espejo precioso de los cuatro elementos* de Chu Shih Chieh. En la matemática árabe aparecen algebristas como Al-jwarizmi, Abu Kamil (llamado el calculista egipcio), Alhacén y Omar Jayyam, entre otros. En el occidente medieval Fibonacci y el maestro Biaggio; en la Italia renacentista Cardano, Tartaglia y Ferrari. Viète y Descartes en la Francia de los siglos XVI y XVII. Las aportaciones de Newton, Euler, Bézout, Lagrange, Vandermonde y Gauss. Y finaliza con el teorema fundamental del álgebra y la teoría de Galois.

Hay dos temas centrales que aparecen de forma recurrente. El primero es el conjunto de problemas que son resolubles con regla y compás, como los tres problemas clásicos y la construcción de polígonos regulares. La sencillez y claridad con la que se explica la construcción del polígono regular de 17 lados de Gauss son dignas de admiración. El segundo se refiere a los métodos de resolución de ecuaciones de hasta cuarto grado, al estudio de la existencia de soluciones y su resolubilidad por radicales.

Quizás por deformación profesional durante toda la lectura me he preguntado: ¿A quiénes recomendaría este libro? Para leer este libro y disfrutar de él en toda su plenitud, hay que coger lápiz y papel, hacer las cuentas uno mismo e ir comprobando los resultados. Y para las construcciones geométricas, una regla y un compás o, en su defecto, alguna aplicación informática para la representación gráfica de curvas, como Geogebra. Yo lo he hecho y, desde luego, ha sido una experiencia muy enriquecedora. Esto exige un esfuerzo que, por supuesto, merece la pena, pero para alguien que no está acostumbrado al sacrificio intelectual y sin ningún hábito de estudio, puede provocar un abandono prematuro de la lectura e incluso un rechazo total, como desgraciadamente les ocurre a muchos jóvenes en la actualidad.

**Daniel Digón**

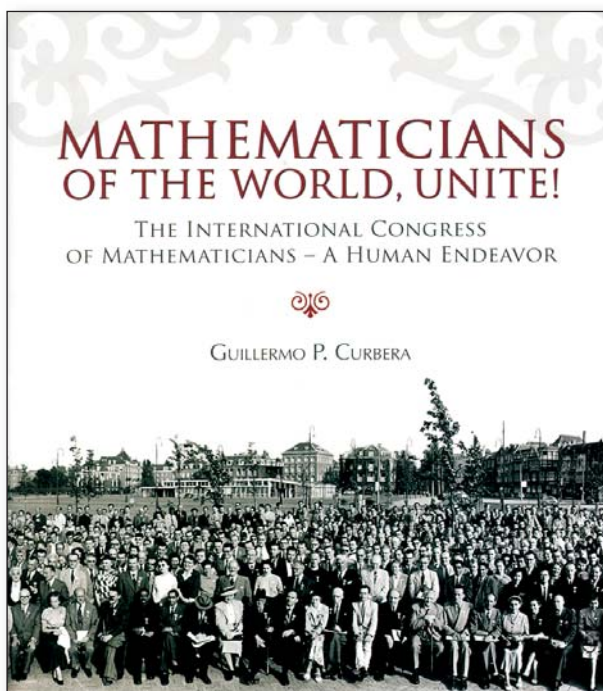
*IES Benjamín Jarnés, Fuentes de Ebro (Zaragoza)*

En la contraportada aparece la siguiente recomendación: «A partir de 16 años», y tengo que reconocer que inicialmente me pareció una edad muy temprana, ya que algunos fragmentos del texto contienen una dificultad conceptual considerable, como la teoría de Galois sobre la resolubilidad por radicales de una ecuación, que se apoya en muchos conceptos nuevos como grupo, subgrupo, clase de equivalencia, extensión de cuerpos, automorfismo o torre radical, que son totalmente

desconocidos para alumnos de Bachillerato. Pero después recapacité, y pensé que lo cómodo es apoyarse en excusas como la mala situación actual de la educación o subestimar las capacidades de nuestros alumnos.

Debemos luchar porque las cosas mejoren, aprovechando materiales tan valiosos como este libro e incorporándolos adecuadamente a nuestras programaciones didácticas. ■

## Escaparate 2: Historia del ICM



**C**on motivo del *International Congress of Mathematicians* (ICM) de Madrid en 2006 el autor de este libro fue comisionado para organizar una exposición para celebrar el 25 aniversario de esta serie de congresos. Para desarrollar el trabajo, fue precisa la recopilación de un abundante material documental y gráfico que se ha querido conservar en esta publicación.

Para comprender el contenido de este libro debe tenerse muy en cuenta cuáles son, desde sus inicios, los objetivos del ICM:

**Julio Sancho**  
*IES Avempace, Zaragoza*

### **MATHEMATICIANS OF THE WORLD, UNITE!**

THE INTERNATIONAL CONGRESS OF MATHEMATICIANS. A HUMAN ENDEAVOR

**Guillermo P. Curbera**

*A K Peters, Wellesley (Estados Unidos), 2009*

*ISBN: 978-1-56881-330-1*

*xviii+326 páginas*

- a) Promover las relaciones personales entre los matemáticos de diferentes países.
- b) Presentar en las conferencias de las sesiones plenarias y en las diferentes secciones una descripción de la situación actual de las diferentes áreas de la matemática y sus aplicaciones y discutir problemas concretos de particular importancia.

Obsérvese que el primero de los objetivos tiene que ver con el ámbito de relación que dichos congresos desean proporcionar: la posibilidad de compartir durante unos días un espacio en el que desarrollar discusiones científicas pero también de fomentar relaciones de amistad entre los matemáticos provenientes de todo el mundo, y de desarrollar un fuerte sentimiento de comunidad.

Por ese motivo una parte importante de este libro está dedicada a relatar las condiciones en las que se desarrollaron los ICM, fijándose en los lugares donde tuvieron lugar (edificios emblemáticos), las actividades culturales y festivas que los acompañaron (exposiciones, conciertos, excursiones, etc.), el material gráfico relacionado con el congreso (carteles, sellos conmemorativos, etc.), así como las intervenciones de los congresistas resaltando la voluntad de colaboración entre matemáticos de diferentes países. En la estructura del libro el espacio dedicado a estos aspectos constituye varios interludios que separan los distintos periodos en que se agrupan los ICM.



Uno de los interludios más interesante es el dedicado a los premios que se dan en el ICM: la medalla Fields, otorgada a matemáticos jóvenes para premiar un trabajo relevante e incentivarle para alcanzar mayores logros en el futuro; podremos seguir la historia de la creación del premio y cómo llegó a explicitarse el hecho de que el premio fuese a un trabajo realizado por su autor antes de cumplir los 40 años. También conoceremos el premio Nevalinna, por trabajos que supongan una contribución importante a los aspectos matemáticos de las Ciencias de la Información y el premio Gauss, de reciente creación, que desea hacer patente a la sociedad como resultados matemáticos han influido de manera decisiva en la tecnología, la economía, o la vida diaria de la gente.

En el libro se agrupan los ICM en cinco: *Los primeros tiempos* (de 1897 hasta 1912); *Crisis en el periodo entreguerras* (de 1920 a 1936); *La edad de oro* (de 1950 a 1962); *En el camino* (de 1966 a 1986), y por último, *En un mundo global* (de 1990 a 2006). Cada periodo está relacionado con momentos decisivos de los últimos 110 años de historia que han marcado las relaciones de colaboración entre los matemáticos. Así, las imposiciones de los vencedores de la I Guerra Mundial impi-

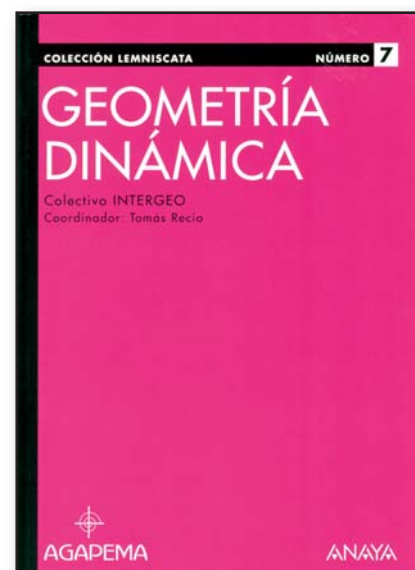
dieron la participación de los matemáticos de los imperios centrales en los dos primeros congresos del periodo entreguerras. El sentimiento de unidad de la comunidad matemática llevó a Herman Weyl a declarar, en la ceremonia de apertura del congreso de 1932, que no existían suficientes motivos para dilucidar si se encontraba inaugurando el 7.º ó 9.º congreso de la serie debido a la falta de una parte importante de la comunidad durante los ICM de 1920 y 1924.

A lo largo del libro también se puede seguir la evolución de los aspectos científicos del ICM, sin ser éste el propósito principal del libro. Si se desea más información, en el enlace <http://euler.us.es/%7Ecurbera/icm/NavigateThroughICM.htm> el autor del libro pone a nuestra disposición un recorrido por el listado de asistentes, de conferencias plenarias y ponencias presentadas en los ICM.

En resumen: estamos ante un texto de enorme interés para comprender la formación de la comunidad de matemáticos a través de las fronteras de los países. Su lectura resulta sencilla y amena y la gran cantidad de material gráfico aporta un complemento muy interesante. ■

## Escaparate 3: Lemniscata 7

**GEOMETRÍA DINÁMICA**  
**Varios autores (Coordinador: Tomás Recio)**  
 Anaya y AGAPEMA, Madrid, 2010  
 ISBN: 978-84-667-4120-0  
 186 páginas



**G**eometría Dinámica es un monográfico de la colección Lemniscata, publicación de la Asociación Galega de Profesores de Educación Matemática (AGAPEMA) en colaboración con la editorial Anaya.

En números anteriores, Lemniscata ha abordado temas diversos como: Resolución de problemas, Matemáticos gallegos, Matemáticas para disfrutar, Competiciones escolares, Paseos matemáticos y un Cuento geométrico. El número 7 ha sido coordinado por Tomás Recio con el objetivo de recoger experiencias, investigaciones y propuestas que acerquen la Geometría Dinámica (GD) a las clases de matemáticas.

**José Antonio Mora**  
 IES San Blas, Alicante  
**Manuel Sada**  
 CAP de Pamplona

El vínculo común a la mayoría de los autores es su participación en el proyecto europeo INTERGEO (<i2geo.net>) que pretende catalogar, difundir y evaluar los materiales realizados y crear un estándar común para el intercambio de archivos entre los distintos programas: GeoGebra, Cabri, Cinderella, Wiris, DrGeo, Tracenpoche y Geoplan.

Tomás Recio, en la presentación traza la breve historia de estos recursos –que no va más allá de veinte años–, señala las características principales de estos programas y su capacidad para modificar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

El grupo *Xeodin* comienza con la construcción de una lemniscata con GeoGebra como homenaje a la revista. Después, en el artículo *GeoGebra, moito máis que Xeometría: Xeometría e moito máis*, hace un análisis del currículo de matemáticas gallego en relación con el software y continúa con una propuesta de actividades guiadas para realizar construcciones con GeoGebra que abarcan un amplio abanico de tópicos que se estudian en las clases de secundaria: geometría sintética, trigonometría, el estudio de los movimientos en el plano, la construcción de gráficas de funciones, las sumas de Riemann, los complejos, la estadística o las cónicas.

El equipo G4D en *Mosaicos con GeoGebra* se centra en un contenido más concreto: los movimientos en el plano. Realiza una propuesta de investigaciones escolares en las que los estudiantes resuelven situaciones problemáticas y toman decisiones acerca del camino a seguir y la profundidad que dan a su estudio. Se plantean tres líneas de trabajo: la reflexión sobre las isometrías y su conexión con los movimientos en el mundo real, una investigación centrada en los mosaicos de azulejos que se construyen a partir de un cuadrado que contiene un diseño simétrico en su interior. Para acabar muestra una propuesta de estudio de los 17 grupos cristalográficos planos mediante la construcción dinámica de la baldosa y su expansión en el plano.

Francisco Botana, Miguel A. Abanades y Jesús Escribano en *Herramientas de demostración en Sistemas de Geometría Dinámica* nos proponen una reflexión sobre la fiabilidad de los métodos utilizados por las herramientas de obtención de lugares geométricos en los sistemas de Geometría Dinámica. Los autores apuntan algunas precauciones a tener en cuenta a la hora de tomar estos software como herramientas de demostración. Para acabar, plantean uno de los grandes retos actuales en este campo: el logro de un formato común de archivos de GD que permita el intercambio de unos programas a otros.

Núria Iranzo y Josep M. Fortuny estudian el comportamiento de los estudiantes en la resolución de problemas en *La co-emergencia de técnicas de papel y lápiz y técnicas de Geometría Dinámica en las estrategias de resolución de problemas de Geometría: un estudio de casos en Bachillerato*. Buscan relaciones entre las concepciones de los alumnos y las

técnicas que utilizan en las estrategias de resolución de problemas y lo realizan mediante la observación de los comportamientos de los alumnos durante la resolución de los problemas con GeoGebra. Por un lado se analiza cómo influye el software en las estrategias de los alumnos (instrumentación) y por otra la forma en que el conocimiento del alumno guía la utilización que hace del programa (instrumentalización). La investigación se realiza mediante el estudio de casos.

M.<sup>a</sup> del Mar García e Isabel M.<sup>a</sup> Romero muestran su experiencia de aula en la realización de una investigación didáctica que en el momento de la publicación se encontraba en curso. En el artículo *Incorporación y manejo de software de GD en el aula: una experiencia en 3.º de ESO para favorecer el aprendizaje de las isometrías y las teselaciones en el plano* realizan un completo informe que abarca todas las fases de la metodología de la investigación: la planificación (contenidos, capacidades y competencias y actividades de aprendizaje), la acción en el aula, la obtención de información de las sesiones por varias vías y, para acabar, exponen los primeros resultados.

Ángel Gutiérrez y Jorge Fiallo presentan una propuesta de enseñanza de la trigonometría para 4.º de ESO y 1.º de Bachillerato en *La enseñanza de la Trigonometría con ayuda de los Sistemas de Geometría Dinámica (SGD)*. Los autores analizan la aportación de la GD para favorecer las conexiones entre procesos, representaciones y procedimientos con el objetivo de favorecer el aprendizaje de la demostración. Presentan una unidad didáctica en la que proponen una secuencia de enseñanza planteada desde el descubrimiento guiado y basada en el trabajo con los SGD.

José L. Valcarce y Franciso Botana relacionan la instrucción que reciben los estudiantes cuando utilizan herramientas de SGD con el desarrollo de las competencias que intentan medir las pruebas PISA en *O informe PISA e o software de Xeometría Dinámica*. Los autores consideran que la GD puede prestar especial atención a la competencia relativa a la comprensión de los cambios dinámicos de las formas, para ello analizan la resolución de algunas de las preguntas liberadas del estudio mediante diversos programas de GD.

El libro viene acompañado de un CD que incluye, además de los textos, muchas de las construcciones –creadas con GeoGebra o Cabri– citadas en ellos. En síntesis, esta recopilación de trabajos de diferentes docentes recoge una muestra variada de propuestas de trabajo en el aula junto con un análisis de los condicionantes y consecuencias que puede conllevar la incorporación de este software a la enseñanza de las matemáticas. En todos los artículos se trasluce de la idea de que los programas de Geometría Dinámica son mucho más que una herramienta para hacer geometría de manera rápida, limpia o precisa, se han convertido en un software que facilita una nueva metodología docente. ■