

Análisis de los cuadernos de un grupo de alumnos (y 2)

MATÍAS ARCE SÁNCHEZ

Este artículo es el segundo de un díptico de documentos que versan sobre una investigación en la que se realizó un análisis de los cuadernos de matemáticas de un grupo de alumnos de bachillerato. En esta segunda parte se presentan los perfiles que se determinaron en el alumnado tras el análisis de los cuadernos de matemáticas, según las características del trabajo plasmado en ellos. Además, se propuso triangular o contrastar la opinión que tenían los alumnos sobre el cuaderno como instrumento para el aprendizaje con los resultados obtenidos en el análisis. También se han identificado relaciones entre los perfiles determinados en el alumnado y el rendimiento escolar en matemáticas de sus integrantes.

Palabras clave: Investigación didáctica, Cuadernos de los alumnos, Perfiles, Rendimiento escolar.

Analysis of Mathematical Notebooks of a Group of Students (2)

This paper is the second one of a couple of articles based on a didactic research where we have carried out an analysis of the mathematical notebooks of a group of secondary school students. In this report, we present different groups of students who have had similar characteristics in their work with the notebook of mathematics during the study. Also, we have tried to know the students' opinion about his notebooks as a learning tool and the connection between this opinion and the results of the analysis. Finally, we have identified relationships between the groups of students that we have established before and their academic achievement in the subject of Mathematics.

Key words: Didactic research, Students' notebooks, Use of notebooks, Academic achievement.

Establecimiento de perfiles en el alumnado

Para el establecimiento de diferentes perfiles en el alumnado según hayan sido las características del trabajo con sus cuadernos que han sido detectados, hemos tomado como referencia las ideas de Fried y Amit (2003) descritas en los antecedentes (sección 2 del primer artículo): visión y uso del cuaderno dentro de un dominio público o privado y escritura en el mismo hecha para el intercambio (referenciada como EI en el primer artículo) o expresiva (EE). Como instrumento para el desarrollo del análisis, hemos utilizado las variables (e indicadores de cada una) detalladas en la sección 4 del primer artículo sobre la investigación, elaboradas a partir de los trabajos de Monterrubio (2007), Monterrubio y Ortega (2009 y 2011) y de Zapata (2009).

Tras el análisis de los cuadernos hemos establecido ocho perfiles diferentes, aunque algunos de ellos tienen ciertos rasgos de afinidad. Éstos nos permiten clasificar dichos perfiles en tres grupos: cuaderno como registro, perfiles intermedios y cuaderno como recurso. A continuación se describen las características de cada uno de estos grupos y perfiles, apareciendo entre paréntesis el número de alumnos que

hemos considerado que debían pertenecer a ese perfil y su identificación en la investigación.

Primer grupo: Cuaderno como mero registro. Formado por aquellos alumnos que sólo han copiado literalmente lo escrito en la pizarra, sin que haya presencia de intentos propios de resolución de los ejercicios, ni nada a mayores. Es decir, han utilizado el cuaderno como un *instrumento de dominio público*, y la escritura en él ha sido para el intercambio (EI). Distinguimos dentro del grupo dos perfiles según el nivel de transcripción:

- Perfil P11:* Alumnos que han copiado textualmente en sus cuadernos *sólo algunos o varios* de los ejercicios que se han realizado en clase (1 alumno: A15 —código de identificación del estudiante en la investigación).
- Perfil P12:* Alumnos que han reproducido literalmente en sus cuadernos *todos o casi todos* los ejercicios que se han hecho en el aula (4 alumnos: A16, A18, A19 y A21).

Segundo grupo: Perfiles intermedios. Compuesto por aquellos alumnos que han desarrollado un trabajo en su cuaderno más elaborado que los del primer grupo (no sólo hay transcripción de la pizarra), pero que no han llegado, de manera completa, a utilizar el cuaderno como un instrumento privado para la reflexión y consolidación de los conceptos y técnicas presentados en clase. Se han establecido cuatro perfiles diferentes dentro de este grupo, en función de lo que hay reflejado en sus cuadernos y de las carencias encontradas:

- Perfil P21:* En este perfil se agruparon alumnos que han hecho una utilización del cuaderno dentro de un *dominio eminentemente público*, pero con una *escritura más expresiva*. Estos estudiantes han tomado la información de la pizarra han añadido comentarios, notas de ayuda y los procesos de resolución seguidos sobre lo que se está haciendo en la clase, así como de aclaración sobre lo que están apuntando en sus cuadernos (1 alumno: A10. En la figura 1 se muestra un ejemplo del cuaderno de este alumno)
- Perfil P22:* Alumnos que consideramos que han tenido una *visión deficiente del cuaderno como un instrumento dentro del dominio privado*. Dentro de este

Ejercicio 24- Hojas:

$\text{Sen}(5\alpha), \text{cos}(5\alpha)$ } - Fórmula de Moivre[®]
 Aplicamos 2 fórmulas } - Fórmula del binomio de Newton

$(\text{cos } \alpha + i \text{sen } \alpha)^5 = \text{cos}(5\alpha) + i \text{sen}(5\alpha)$
con Moivre parte real parte imaginaria

$(a+b)^5 = \binom{5}{0}a^5 + \binom{5}{1}a^4b + \binom{5}{2}a^3b^2 + \binom{5}{3}a^2b^3 + \binom{5}{4}ab^4 + \binom{5}{5}b^5$

$(\text{cos } \alpha)^5 + 5(\text{cos } \alpha)^4(i \text{sen } \alpha) + 10(\text{cos } \alpha)^3(i \text{sen } \alpha)^2 + 10(\text{cos } \alpha)^2(i \text{sen } \alpha)^3 + 5\text{cos } \alpha(i \text{sen } \alpha)^4 + (i \text{sen } \alpha)^5$

Ahora un lado parte real y a otra la imaginaria:

$\text{cos}(5\alpha) = \text{cos}^5 \alpha - 10 \text{cos}^3 \alpha \text{sen}^2 \alpha + 5 \text{cos} \alpha \text{sen}^4 \alpha$
 $i \text{sen}(5\alpha) = 5 \text{cos}^4 \alpha \text{sen} \alpha - 10 \text{cos}^2 \alpha \text{sen}^3 \alpha + \text{sen}^5 \alpha$

Por tanto: $\text{cos}(5\alpha) = \dots$
 $\text{Sen}(5\alpha) = \dots$

Usamos:
 (Pirámide de Pascal)
 Potencias de i :
 $i^2 = -1$
 $i^3 = -i$
 $i^4 = 1$
 $i^5 = i$

Figura 1. Muestra del cuaderno del alumno perteneciente al perfil P21

perfil están aquellos que han pensado y resuelto los ejercicios de forma simultánea a su resolución o corrección en la clase (en lugar de, por ejemplo, haberlos pensado y/o resuelto con anterioridad a la misma). En sus cuadernos se han combinado su propia resolución en ese momento con la corrección realizada en el aula, quedando registrados los ejercicios de manera deslavazada, inconexa, en ocasiones incompleta, y con ausencia de las explicaciones, notas o puntos importantes remarcados (2 alumnos: A1 y A17). En la figura 2 se adjunta una muestra extraída del cuaderno de A1.

- Perfil P23:* Alumnos con un *comportamiento* considerado *dispar a lo largo del análisis*. Integrado por alumnos cuyo comportamiento ha sido diferente al principio y al final de este estudio. Variaron de un dominio más privado al comienzo (con registro de todos los ejercicios planteados —tanto corregidos en clase como no—, e incluso con algunos a mayores de los propuestos por el profesor) a un dominio público, meramente reproductivo, al final del análisis (2 alumnos: A3 y A9). En las figuras 3 y 4, aparecen dos muestras

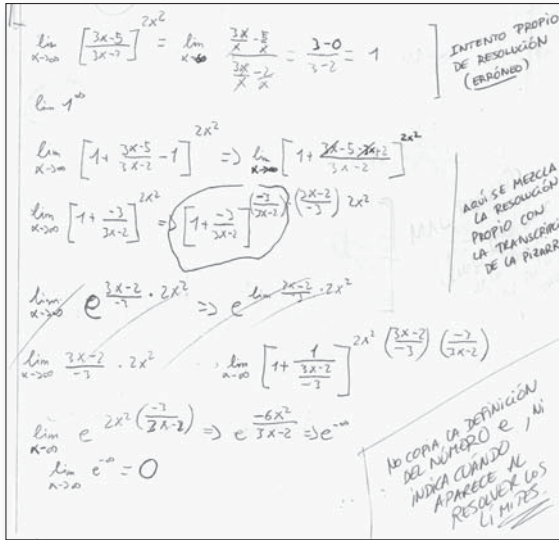


Figura 2. Muestra del cuaderno de un alumno encuadrado en el perfil P22

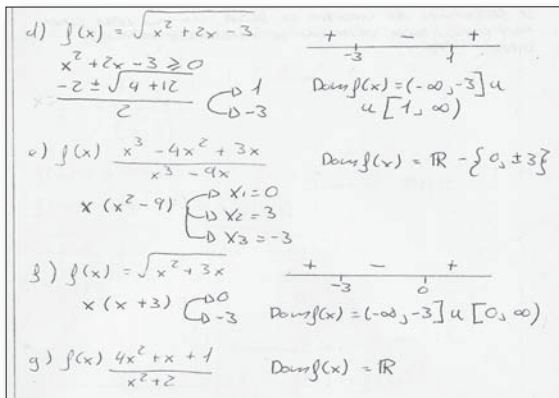


Figura 3. Muestra del cuaderno del alumno A9, del perfil P23, en los primeros días del estudio

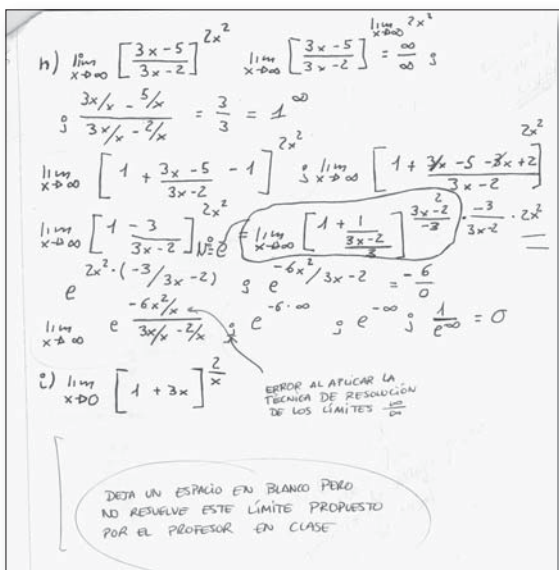


Figura 4. Muestra del cuaderno del alumno A9, del perfil P23, en los últimos días del estudio

del cuaderno de A9. La figura 3, perteneciente a la primera tanda de fotocopias del cuaderno de este alumno, muestra la solución de varios ejercicios que el profesor mandó resolver a los alumnos, pero que no fueron corregidos en el aula. La figura 4, extraída de la segunda tanda de fotocopias, revela el registro textual de la pizarra (además con errores) de un ejercicio propuesto unos días antes. Además, en esta misma figura, se observa la no resolución de más propuestas de cálculo de límites que el profesor sugirió para realizar fuera del aula. Creemos que este alumno dejó espacios en blanco en cada una para copiar la corrección que se hiciera en clase de cada límite, sin intentos de resolución por su parte en ninguno.

d) *Perfil P24*: Alumnos cuyo trabajo en el cuaderno manifiesta que para ellos tiene un dominio entre *privado* y *público* y con una *escritura muy expresiva* (EE) en el mismo. Constituido por alumnos que han añadido a la transcripción de los ejercicios que se corrigieron en la pizarra varias notas y comentarios de ayuda para su resolución, tanto propios como del profesor. Además, han intentado resolver los ejercicios planteados, aunque se atascaron frecuentemente en esos intentos (4 alumnos: A5, A6, A14 y A20). En la figura 5, extraída del cuaderno de A20, se muestra un intento vano de resolución para el cálculo de un límite propuesto. Y en la figura 6, muestra extraída del cuaderno de A6, se observa la escritura de tipo expresivo (EE) registrada en el cuaderno de este alumno. En este ejemplo pueden apreciarse anotaciones diversas de A6 a lo largo de la resolución del límite, incluyendo un «OJO» (para llamar su atención en posteriores revisiones del cuaderno) acompañando el comentario de ayuda sobre la resolución de la indeterminación en la base de la potencia.

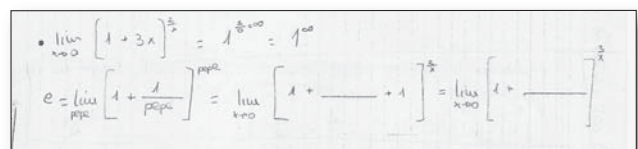


Figura 5. Muestra del cuaderno de un alumno del perfil P24 con un pobre intento de resolución propio

Tercer grupo: Cuaderno como recurso (como un instrumento privado para el repaso, la reflexión y la consolidación de contenidos). Este grupo está compuesto por aquellos alumnos que, por decisión propia, han realizado ejercicios distintos de los propuestos por el profesor en clase, bien para trabajar sobre conceptos explicados recientemente (buscando consolidarlos en su bagaje matemático y reflexionar sobre ellos), bien de temas anteriores (para repasarlos) o bien de conceptos que aún no se hayan visto (anticipándose al desarrollo en el aula de la teoría). En este estudio hemos podido diferenciar dos perfiles dentro de este grupo:

- a) *Perfil P31:* Alumnos que han utilizado el cuaderno como *instrumento para el repaso* de contenidos anteriores. Integrado por alumnos con un cuaderno en el que hay registrados ejercicios de temas que no se corresponden con los que se están tratando en clase en esos momentos, sino que son de temas anteriores. Pensamos que los ejercicios están destinados al repaso y recuerdo de dichos temas, generalmente por algún motivo en concreto, como puede ser un examen de recuperación de alguna parte anterior (1 alumno: A7).
- b) *Perfil P32:* Alumnos con un uso del cuaderno como *instrumento para la consolidación y reflexión* de los contenidos. Constituido por alumnos que han efectuado un mayor número de ejercicios, aparte de los propuestos en clase, para tratar de consolidar, reflexionar y asimilar satisfactoriamente los conceptos que se han visto o mejorar el entendimiento de aquellos conceptos menos trabajados en la clase (2 alumnos, aunque en diferente grado: A2 —con mayor intensidad— y A12).

Reflexiones extraídas de un análisis conjunto de las fotocopias y del debate en el aula

Tras un análisis detallado y conjunto tanto de las fotocopias hechas a los cuadernos de los alumnos, como del debate que se mantuvo con éstos en el aula sobre lo que pensaban acerca del uso del cuaderno y lo que habíamos detectado en el estudio, hemos formulado las siguientes reflexiones:

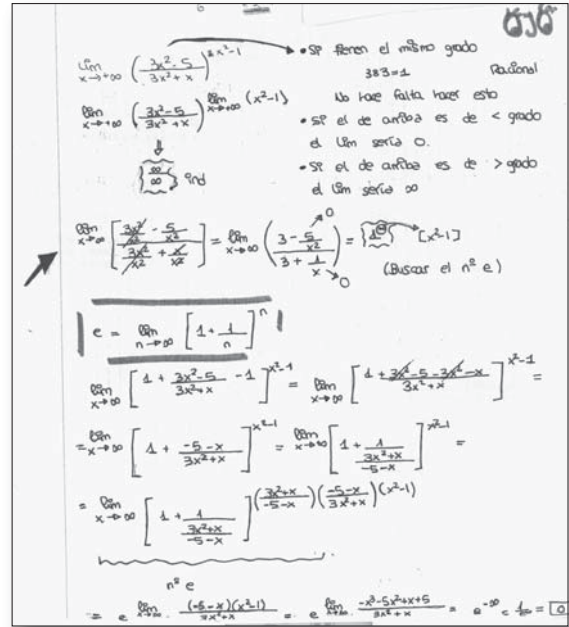


Figura 6. Muestra del cuaderno de un alumno del perfil P24, donde se observa la escritura expresiva (EE) utilizada

La manera de trabajar con el cuaderno que refleja la observación de los mismos ha sido *la suya propia y natural*. Justificamos esta afirmación en el hecho de que no hemos percibido ningún cambio en los cuadernos de los alumnos que pueda estar motivado por la petición de fotocopias. Además, en el debate, todos los alumnos hablaron del *cuaderno como bien propio, no como bien del profesor que lo fuera a mirar*, expresando que no les afectaba que el profesor se los revisara para cambiar las características de su trabajo en él, tanto en el aula como fuera de ella.

Se han puesto de manifiesto una *gran diversidad* y variedad de estilos, de comportamientos y de visiones del cuaderno como instrumento para el aprendizaje de los estudiantes. En el debate pudimos diferenciar dos bloques de alumnos con una visión distinta del cuaderno como bien propio para el aprendizaje de la asignatura:

Un primer bloque (mayoritario, formado por los alumnos de los perfiles que hemos

llamado P11, P12, P21, P24 y P31) que defendió el uso del *cuaderno como el lugar donde registrar los ejercicios que se hacen en clase*, siendo importante para ello la limpieza y la organización. Algunos de ellos completaban el registro con notas, comentarios y observaciones. Para la preparación de un examen, estos alumnos intentaban resolver en hojas fuera del cuaderno los ejercicios que en él habían registrado y a continuación lo cotejaban con lo que tenían en él. Este bloque aparentó tener un *estilo de aprendizaje demasiado dependiente y guiado* (García Hoz, 1988), con poco desarrollo de la capacidad de reflexión y poca paciencia para enfrentarse a la resolución de un ejercicio; ante la primera dificultad surgida confesaban mirar la solución al ejercicio registrada en su cuaderno.

Un segundo bloque, formado por los alumnos de los perfiles P22, P23 y el alumno A2 del perfil P32, que defendió el uso del *cuaderno como lugar para hacer ejercicios*. Lo importante para ellos es aprender a resolver los ejercicios, no su registro en el cuaderno. Por ello, no se aprecia en este bloque la necesidad de tener un cuaderno exclusivo de matemáticas, pues los ejercicios podrían hacerse en cualquier otro lugar. Al preguntarles en el debate sobre dónde realizaban sus ejercicios de matemáticas, hubo contestaciones como «En cualquier lado» o «En la hoja más cercana», ambas del alumno A3. De cara a preparar un examen, estos alumnos decían hacer más ejercicios, no revisar los ya hechos. En base a lo anterior, *este bloque manifestó tener un estilo de aprendizaje más independiente y más desorganizado*.

La única alumna que dio muestras de combinar ambas visiones, A12, obtuvo muy buenos resultados académicos, como se indicará en el siguiente apartado, donde relacionamos los resultados académicos de los alumnos con su pertenencia a los

diferentes perfiles y bloques. *El equilibrio entre lo defendido por ambos bloques se ha mostrado, en este análisis, como una visión adecuada sobre el cuaderno como instrumento para el aprendizaje*.

Relacionado con la organización de los temas, *sólo ha habido tres alumnos que han intentado tener los temas separados en sus cuadernos*. Los demás han preferido seguir un orden cronológico de las actividades y notas (aunque esto conllevara que se mezclaran en él ejercicios de diferentes temas). Además, la gran mayoría de los alumnos que optaron por seguir un orden cronológico no indicaron en forma alguna los cambios de tema que se producían. Y lo que es más, cinco de ellos ni siquiera indicaron en modo alguno el comienzo de un nuevo tema (en este caso, el de funciones). Entendemos que esto ha representado una *muestra de poca preocupación por tener el cuaderno bien organizado* para la mayoría de los alumnos. En el debate, éstos expresaron que era más beneficioso separar los diferentes temas en el cuaderno, pero lo consideraban más difícil o demasiado lioso para llevarlo a cabo.

Entendemos que también contribuye a una mejor organización del cuaderno el hecho de copiar los enunciados de los ejercicios que en él se realizan. Su profesor de matemáticas les remarcó muchas veces a lo largo del curso que debían copiarlos, pues consideraba que ello conllevaría una progresiva mejora en la escritura del lenguaje matemático de los alumnos. A pesar de ello, sólo seis alumnos (el 35 %) han anotado con regularidad los enunciados y únicamente una alumna (A14) se expresó claramente en el debate a favor de dicha práctica.

En el debate hubo dos alumnos (A3 y A17) que manifestaron su opinión contraria a esta práctica, afirmando que *nunca debía copiarse el enunciado de un ejercicio*, incluyendo los que el profesor dictaba. Si acaso, tomar los datos imprescindibles para la resolución del mismo. Estos alumnos evidenciaron en sus argumentaciones que mantenían una concepción del enunciado muy simplista: el enunciado como un «cuento» prescindible, que no aportaba nada al problema.

Se han advertido *importantes diferencias en los cuadernos al compararlos por sexos*. Los cuadernos de las chicas,

en líneas generales, han mostrado una mejor presentación que los de los chicos (más de la mitad de los chicos tenían un cuaderno con una presentación del mismo que hemos estimado como mala o muy mala). Además, mientras que el 83 % de las chicas (5 de 6) han tomado con regularidad notas, observaciones y comentarios en sus cuadernos, sólo el 9 % de los chicos (1 de 11) lo hizo habitualmente. Hemos percibido una relación entre la gran cantidad de notas que tomaron algunas de las chicas con la no asistencia de las mismas a clases particulares (dato que obtuvimos al preguntar esta circunstancia en el debate).

En el debate fueron aportadas dos razones a favor de la toma de notas y aclaraciones (que habíamos entendido como muestra de una escritura de tipo expresivo): éstas facilitaban el trabajo a los alumnos y servían para el recuerdo de conocimientos que podrían ser importantes para posibles revisiones posteriores de los ejercicios. También los alumnos presentaron dos razones contrarias a la toma de ese tipo de notas: una era el no creerlas necesarias (Como ejemplo, un alumno —A17— se expresó en el debate en los siguientes términos: «Es una pérdida de tiempo apuntar lo que sabes hacer bien») y otra era el que, para llevarse a cabo, se necesitaba prestar una mayor atención en clase que la que exigía simplemente reproducir lo que se escribía en la pizarra.

Han surgido en el alumnado dos maneras diferentes de actuar ante la teoría que el profesor les explicó a mayores de la que aparecía en el texto entregado por el profesor (varias definiciones dictadas de función inyectiva, suprayectiva y biyectiva, junto con ejemplos y contraejemplos). Doce alumnos (el 71 %) tomaron nota de ello en el cuaderno (en el debate expresaron que lo hacían así porque relacionaban la palabra copiar con cuaderno) y cinco alumnos (el 29 %) lo hicieron en las propias fotocopias (en el debate afirmaron que lo hacían así para tener toda la teoría allí junta). Consideramos que esta última actuación puede ser adecuada siempre que haya espacio suficiente para registrarlos de manera clara y ordenada.

Relacionado con lo anterior, es sorprendente que *únicamente un alumno (A10) haya anotado en su cuaderno*

todos los ejemplos y contraejemplos de funciones inyectivas y suprayectivas que se desarrollaron en la pizarra. Otros cuatro alumnos sólo reprodujeron alguno de los ejemplos. Así, el análisis de los cuadernos nos sugirió que muchos alumnos *veían poca utilidad en los ejemplos y contraejemplos*, quizás porque pensaban que no tenían una aportación real para el estudio. Estas sospechas fueron confirmadas en el debate, donde pudieron escucharse frases de los alumnos como: «Los ejemplos no sirven para nada» (A17), «Lo entendí bien, no me hacía falta apuntar los ejemplos» (A16) o «Si sabes cómo es que sí, sabes cómo es que no» (A17 y A16, ésta última frase sobre la utilidad de los contraejemplos).

Cuando, debido a alguna circunstancia, los alumnos faltaron a clase algún día, no se ha localizado en sus cuadernos registro alguno de lo que se llevó a cabo ese día en el aula. Sin embargo, en el debate hubo un grupo numeroso que argumentó que sí que tomaría medidas para poder tener en sus cuadernos lo trabajado ese día en clase (por ejemplo, pidiendo a algún compañero su cuaderno para reproducir lo relativo a ese día), a través de frases como «*si te pierdes la explicación, luego no te vas a enterar al estudiarlo*» (A 12 y A 14). Al ser preguntados, defendieron que sí que toman dichas medidas. En esto último, los alumnos confundieron, sin duda, el deseo de hacerlo con la realidad mostrada. Hay un alumno (A 17) que mantuvo que esto no debía hacerse: primero el alumno debía intentar revisar por su cuenta lo dado ese día en la clase, y, en el caso de que le surgiera algún problema, preguntar a los compañeros sobre ello para resolver sus posibles dudas.

Otro hecho percibido que nos ha sorprendido es que *parte de los alumnos no han corregido los errores que han cometido al resolver*

un ejercicio cuando éstos eran revisados en clase. *Otra parte importante de los alumnos lo ha hecho, pero de una manera confusa.* Incluso, a veces, los alumnos han optado por rehacer los ejercicios posteriormente, sin diferenciar de ningún modo lo correcto de lo incorrecto.

Analizando la escritura en los cuadernos, hemos detectado un *gran déficit* de muchos alumnos *en la acentuación correcta de las palabras y en el uso correcto de los signos de puntuación.* También se ha manifestado un avance preocupante en un grupo de alumnas hacia una escritura con «lenguaje sms», esto es el lenguaje utilizado para enviar mensajes telefónicos, en sus cuadernos. Creemos que esto puede acarrearles algún problema a la hora de interiorizar el rigor del lenguaje matemático, ya que éste no admite un lenguaje coloquial o impreciso, como el que sí puede aparecer en el lenguaje natural de la vida real.

Relación entre los perfiles de los cuadernos y el rendimiento académico

Para realizar la comparación entre el rendimiento académico en matemáticas de los alumnos y el perfil en el que habían sido clasificados, hemos tomado como referencia las calificaciones de los alumnos en esta asignatura durante las dos primeras evaluaciones del curso (por ser las calificaciones a las que hemos tenido acceso). Dichas calificaciones eran notas enteras entre 1 y 10. Tras efectuar la comparación, hemos extraído algunas conclusiones que a continuación se detallan:

- *Los alumnos con las notas más bajas estaban integrados dentro del primer grupo de perfiles, llamado «Cuaderno como mero registro».* Los alumnos con este perfil se

han manifestado en este análisis como insuficientes para conseguir superar los objetivos de la asignatura. En todos los casos, sus notas no mejoraron de la 1.^a a la 2.^a evaluación, con una bajada en la media de notas de los alumnos que componen este perfil de 2,6 a 1,8 al pasar de la 1.^a a la 2.^a evaluación.

- En el segundo grupo, llamado «Perfiles intermedios», se concentraron las notas que estaban alrededor del aprobado, con mayoría de cuatros y de cincos en la calificación sobre diez. Además, sólo hubo un alumno, A3, que consiguiera mejorar su calificación de la 1.^a a la 2.^a evaluación. Se pasó de un 67 % de aprobados en la 1.^a evaluación a un 33 % en la segunda, con la media de los integrantes del grupo bajando de un 4,9 a un 4,2.
- *Los alumnos del perfil P32, que utilizaron el cuaderno como instrumento privado para la consolidación y reflexión de los contenidos, obtuvieron muy buenas calificaciones* en ambas evaluaciones, subiendo además su media de un 7,5 en la 1.^a evaluación a un 9 en la segunda.

Aparte de la comparación anterior, hemos comparado también las notas de los alumnos con su presencia en cada uno de los tres bloques que surgieron en el debate (ver la segunda sección del artículo), según la visión del cuaderno como bien propio para el aprendizaje que tuvieran.

- En el primer bloque (cuaderno como lugar donde registrar ejercicios) se concentraron las notas más bajas de la clase y hubo muy pocas notas satisfactorias (18 % de aprobados —todos con un 5— en la 2.^a evaluación). Su media bajó del 4,1 al 3 al pasar de la 1.^a a la 2.^a evaluación.
- En el segundo bloque (cuaderno como lugar donde hacer ejercicios) hubo mayoría de notas entre el 4 y el 6, con la excepción de un alumno, A2, que obtuvo una calificación de 10 en la 2.^a evaluación. La media fue de 4,6 en la 1.^a evaluación y de 5,4 en la segunda.
- La única alumna que combinaba ambas visiones del cuaderno, A12, recibió una calificación de 8 en las dos evaluaciones, mostrando un rendimiento estable.

Conclusiones finales

En este trabajo de investigación didáctica se ha llevado a cabo un análisis de los cuadernos de un grupo de alumnos que nos ha posibilitado la caracterización de diferentes perfiles según han sido las características del trabajo plasmado en los mismos. Hemos obtenido un gran número de perfiles diferentes, con pocos alumnos en muchos de ellos, lo que pone de manifiesto una gran heterogeneidad y diversidad en el alumnado que ha formado parte de la investigación. De todos modos, al haber sido un trabajo de indagación sobre el tema, realizado en una única aula y con un número reducido de alumnos, son necesarias investigaciones posteriores con un mayor número de alumnos que nos permitan confirmar cuáles de los candidatos a perfiles encontrados en este análisis son realmente perfiles que aparecen con relativa frecuencia y poder diferenciarles de actitudes individuales.

Este gran número de perfiles obtenidos confirma que hay muchos factores que pueden influir en un alumno en la elección de su manera de utilizar el cuaderno como instrumento para el aprendizaje como pueden ser los tópicos matemáticos tratados y los conocimientos previos del alumno sobre los diferentes tópicos, el contexto de trabajo del alumno o las experiencias anteriores relacionadas con el uso del cuaderno, entre otras. También parece claro que la metodología del profesor puede jugar un importante papel en esa elección. Este tema podría ser objeto de investigaciones al respecto que nos confirmaran esta sospecha, que aquí no ha podido ser estudiada al haber una única metodología seguida.

En el debate mantenido con los alumnos sobre los cuadernos se detectaron dos maneras diferentes de entender el cuaderno como bien propio para el aprendizaje: el cuaderno como un lugar donde *registrar* ejercicios o como un lugar donde *hacer* ejercicios. En cada uno de ellos encajaban algunos de los perfiles detectados, habiendo bastante correspondencia entre lo dicho por los alumnos en el debate y las características que se habían encontrado en sus cuadernos.

Comparando los perfiles obtenidos y las visiones aparecidas en el debate con el rendimiento académico en matemáticas, se ha constatado que el mejor aprovechamiento del cuaderno como instrumento para el aprendizaje y los mejores resultados académicos han tenido lugar con aquellos alumnos con una visión del cuaderno equilibrada entre el dominio público y el privado (no exclusivamente público ni exclusivamente privado) y en los alumnos situados dentro del perfil P32, llamado «Cuaderno como instrumento de consolidación y reflexión de los contenidos». Los resultados más bajos se han concentrado en los perfiles del cuaderno de dominio exclusivamente público (los del primer grupo: P11 y P12) y en el bloque de alumnos que consideraban el cuaderno como un lugar donde registrar ejercicios.

En definitiva, el cuaderno se ha presentado como una muestra más de la diversidad del alumnado. Cada alumno aprende de una determinada manera y, por eso, es posible que la forma de utilizar el cuaderno que tenga un alumno no sea provechosa y fructífera para otro. Justamente por ello, no consideramos aconsejable que el profesor imponga una determinada manera de trabajar con el cuaderno para todos los alumnos. Así, si un profesor hace un estudio como el que aquí se ha hecho y encuentra diversidad de perfiles entre sus estudiantes, además de dar una serie de pautas sobre orden, buena organización y limpieza en el cuaderno (generales para todos), debe reflexionar sobre las carencias detectadas en cada uno de los perfiles con respecto a los deseables e ir introduciendo e incorporando rutinas e ideas en las prácticas de los alumnos de cada uno de los perfiles para conseguir que desarrollen una visión y un uso mejor del cuaderno como instrumento para su

aprendizaje de las matemáticas, intentando ayudarles en su desplazamiento hacia perfiles que no ha podido llevarse a cabo ese proceso, que debe ser estudiado con mayor profundidad.

Referencias Bibliográficas

- DUVAL, R. (1999), *Semiosis y pensamiento humano*, Peter Lang, Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- FRIED M., y M. AMIT (2003), «Some reflections on mathematics classroom notebooks and their relationship to the public and private nature of student practices», *Educational Studies in Mathematics*, vol. 53, n.º 2, 91-112.
- GARCÍA HOZ, V. (1988), *La práctica de la educación personalizada*, Ediciones Rialp, Madrid.
- MONTEERRUBIO, M. C. (2007), *Modelos de valoración de manuales escolares de Matemáticas*. Tesis doctoral. Departamento de las Ciencias Sociales y Experimentales, Universidad de Valladolid. Disponible en la Biblioteca General Reina Sofía de dicha Universidad.
- MONTEERRUBIO, M. C., y T. ORTEGA (2009), «Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones», en M. J. González, M. T. González y J. Murillo (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII*, SEIEM, Santander, 37-53.
- MONTEERRUBIO, M. C. y T. ORTEGA (2012), «Creación de un modelo exhaustivo de análisis de textos escolares matemáticos», *Revista de Educación*, n.º 358, 471-496.
- ZAPATA, M. A. (2009), *Análisis de la práctica profesional de los estudiantes para profesores de Secundaria, de la especialidad de Matemáticas y Física de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Piura-Perú*. [Tesis doctoral. Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas, Universidad de Extremadura. Disponible en Biblioteca Central de Badajoz.]

MATÍAS ARCE SÁNCHEZ
Didáctica de la Matemática. Universidad de Valladolid
<arcesan@am.uva.es>