

Matemáticas jugando con el móvil: Pythagorea

Víctor Monterreal Blázquez

SUMA núm. 101
pp. 71-78

Artículo solicitado por *Suma* en abril de 2022 y aceptado en junio de 2022

Hoy en día es indudable la presencia de *smartphones* en la vida de nuestros alumnos, lo que se puede aprovechar para crear actividades con la gran variedad de juegos disponibles que tienen matemáticas en su interior. Un buen uso de esta tecnología ayuda a desarrollar una de las competencias clave que deben adquirir a lo largo de la Educación Secundaria Obligatoria, según el RD 217/2022¹ la competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería.

De la gran variedad de *apps* que podemos encontrar tanto para Android como para IOS, yo he seleccionado para esta ocasión Pythagorea.

¿Por qué Pythagorea? ¿Por qué el móvil en clase?

He seleccionado esta *app* porque creo que puede ayudar a desarrollar en los alumnos el sentido espacial del que se habla en el nuevo currículo. Recordemos que el Real Decreto lo define como aquel que «aborda la comprensión de los aspectos geométricos de nuestro mundo». Y continúa diciendo que «registrar y representar formas y figuras, reconocer sus propiedades, identificar relaciones entre ellas, ubicarlas, describir sus movimientos, elaborar o descubrir imágenes de ellas, clasificarlas y razonar con ellas son elementos fundamentales de la enseñanza y aprendizaje de la geometría». Como veremos más adelante todo esto encaja perfectamente con Pythagorea.

Además, en la séptima competencia específica para esta etapa dice que el alumno debe «representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos, in-



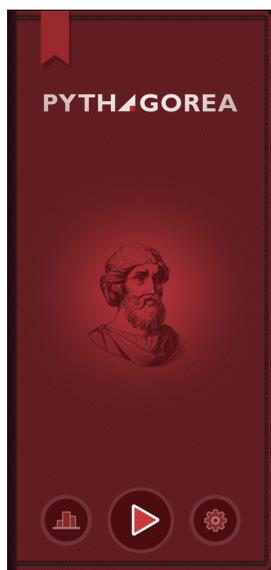
Pythagorea

HORIS INTERNATIONAL LIMITED Puzzles

E Para todos

formación y resultados matemáticos, usando diferentes tecnologías, para visualizar ideas y estructurar procesos matemáticos». Es aquí donde enlazamos con la idea de que usar el móvil en clase en algunos contextos puede incluirse en ese uso de nuevas tecnologías.

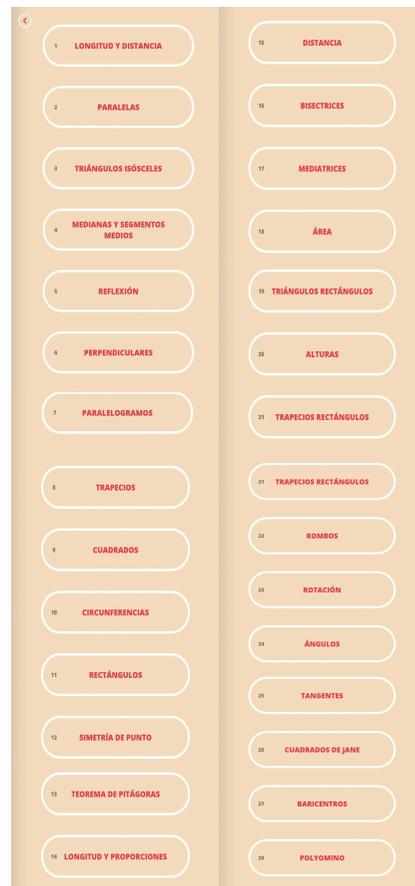
Si le sumamos lo que nos dice la novena competencia específica, que el alumno debe «Desarrollar destrezas personales, identificando y gestionando emociones, poniendo en práctica estrategias de aceptación del error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose ante situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia en la consecución de objetivos y el disfrute en el aprendizaje de las matemáticas», podemos ver que el disfrute de las matemáticas puede comenzar en algo a lo que tienen mucho aprecio (el móvil), para generalizarse después, y que estos juegos son una buena herramienta para practicar el ensayo y error y adaptarse a nuevas situaciones.



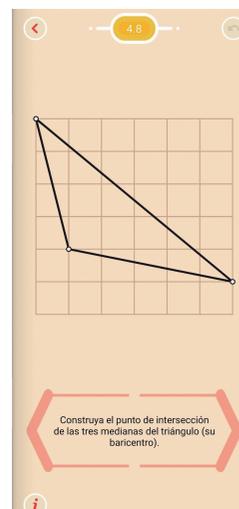
Pythagorea

Pythagorea tiene más de 300 puzles en 28 categorías diferentes por lo que, si quieres jugar solo para disfrutar de las matemáticas, tienes para un tiempo.

Estas son las 28 categorías:



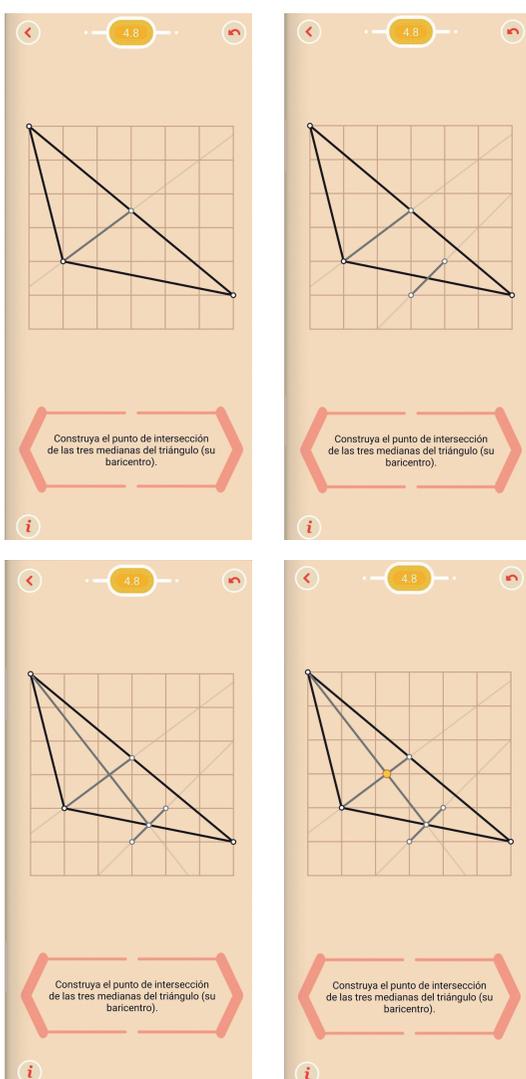
En todos los niveles aparece una cuadrícula de modo que solo puedes marcar puntos en las intersecciones de las cuadrículas (nodos) y crear rectas o segmentos uniendo un par de esos puntos. También puedes crear puntos nuevos en las intersecciones de las rectas y, a partir de ellos, nuevas rectas o segmentos. Este sería un ejemplo de puzzle de uno de los niveles:



Para la resolución, en este caso, hemos de buscar los puntos medios de dos de los lados para poder dibujar las medianas:

- En uno de los lados (llamemóslle «el oblicuo») se ve que está en el corte del cuadro y se puede marcar el punto directamente.
- En otro (que podríamos llamar «el lado de abajo»), cae en medio cuadro, por lo que tenemos que crear un segmento extra para poder marcar el punto medio.
- Luego solo hemos de trazar las medianas y marcar su punto de intersección.

La siguiente secuencia de imágenes (de izquierda a derecha) muestra el proceso y la solución:



Y, ¿para clase?

Voy a proponer cinco actividades para hacer en clase, una para cada nivel de ESO. Soy consciente que Pythagorea da para mucho más y que esto solo es una pequeña muestra.

En los cursos más bajos es probable que los alumnos no dispongan de móvil por lo que o bien se les entrega la actividad en papel o se les puede mandar para casa. A la hora de entregar las soluciones de la actividad se puede optar también por el papel o por la entrega de las capturas de pantalla en un aula virtual o similar.

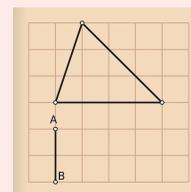
ACTIVIDAD 1: 1.º DE ESO

Para 1.º de ESO vamos a hacer una actividad sobre áreas (categoría 18). Se encuadra en los saberes básicos correspondientes de 1.º a 3.º de ESO, apartado B.2 (sentido de la medida, medición): «Longitudes, áreas y volúmenes en figuras planas y tridimensionales: deducción, interpretación y aplicación».

Esta actividad se puede plantear tras deducir las fórmulas del área de las figuras planas. En estos ejercicios se puede dar pequeñas pistas en forma de pregunta si vemos que no avanzan. Es importante que comprueben las áreas en todos los ejercicios. En el nivel 18.2, si no han visto el teorema de Pitágoras deben completar cuadrados para averiguar el área del cuadrado.

18.1

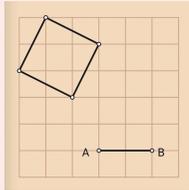
Construye un rectángulo con el segmento AB como un lado y que tenga la misma área del triángulo.



- ¿Cuánto mide la altura del triángulo? ¿Y su base?
- ¿Cuál sería entonces su área?
- ¿Cuánto mide la altura del rectángulo?
- ¿Cuánto debe medir la base para que el área sea igual a la del triángulo?

18.2

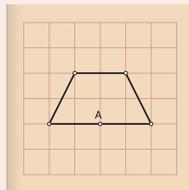
Construye un rectángulo con el segmento AB como lado y que tenga la misma área que el cuadrado.



- ¿Cuál es el área del cuadrado? ¿Cuántos cuadrados completos hay dentro de él?
- ¿Se pueden completar los demás cuadrados?
- ¿Cuánto mide la base del rectángulo?
- ¿Cuánto debe medir la altura para que su área sea igual a la del cuadrado?

18.4

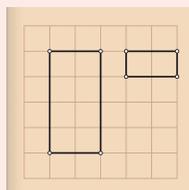
Construye dos líneas a partir del punto A que dividan el trapecio en tres partes de igual área.



- ¿Qué puntos se podrían unir con A para sacar tres figuras iguales?

18.6

Construye una sola línea que corta cada uno de los rectángulos en dos partes de igual área.



- ¿Has encontrado líneas que dividan uno de los rectángulos en dos partes iguales? ¿Divide alguna de ellas también al otro rectángulo?

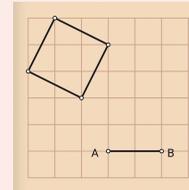
ACTIVIDAD 2: 2.º DE ESO

Para 2.º de ESO vamos a hacer una actividad sobre el teorema de Pitágoras y áreas (categorías 13 y 18). Se encuadra en los saberes básicos correspondientes de 1.º a 3.º de ESO, apartado C.1 (sentido espacial, figuras geométricas de dos y tres dimensiones): «Relaciones geométricas como la congruencia, la semejanza y la relación pitagórica en figuras planas y tridimensionales: identificación y aplicación».

Esta actividad se puede plantear tras explicar el teorema de Pitágoras. En estos ejercicios se puede dar pequeñas pistas en forma de pregunta si vemos que no avanzan.

18.2

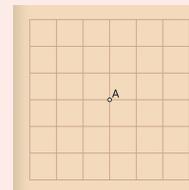
Construye un rectángulo con el segmento AB como lado y que tenga la misma área que el cuadrado.



- ¿Cuánto mide el lado del cuadrado? (Usa el teorema de Pitágoras).
- ¿Cuál es el área del cuadrado?
- ¿Cuánto mide la base del rectángulo?
- ¿Cuánto debe medir la altura para que su área sea igual a la del cuadrado?

13.2

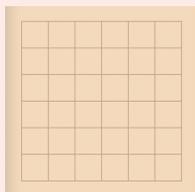
Construye todos los segmentos de longitud $\sqrt{5}$ desde el punto A a otro nodo.



- ¿Cómo han de ser las medidas de un triángulo rectángulo para que la hipotenusa sea $\sqrt{5}$? (Piensa que los catetos x e y tienen que cumplir que $x^2 + y^2 = 5$).

13.9

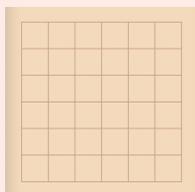
Construye todos los cuadrados cuyos vértices sean nodos y cuya longitud lateral sea $\sqrt{26}$.



— ¿Cómo han de ser las medidas de un triángulo rectángulo para que la hipotenusa sea $\sqrt{26}$? (Piensa que los catetos x e y tienen que cumplir que $x^2 + y^2 = 26$).

13.14

Construye todos los rombos cuyos vértices sean nodos con una diagonal de longitud $\sqrt{32}$ y otra de longitud $\sqrt{72}$.



— ¿Cómo han de ser las medidas de un triángulo rectángulo para que la hipotenusa sea $\sqrt{32}$? ¿y $\sqrt{72}$? (Piensa que los catetos x e y tienen que cumplir que $x^2 + y^2 = 32$ o 72).

— ¿Cuántos rombos cuyas diagonales tienen esas medidas caben?

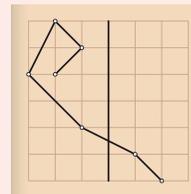
ACTIVIDAD 3: 3.º DE ESO

Para 3.º de ESO vamos a hacer una actividad sobre simetría (categoría 5, reflexión). Se encuadra en los saberes básicos correspondientes de 1.º a 3.º de ESO, apartado C.3 (sentido espacial, movimientos y transformaciones): «Transformaciones elementales como giros, traslaciones y simetrías en situaciones diversas utilizando herramientas tecnológicas o manipulativas».

Esta actividad se puede plantear tras definir la simetría o para explorar los conocimientos previos de los alumnos, antes de explicarla en clase. De nuevo, se puede dar pequeñas pistas en forma de pregunta si vemos que no avanzan.

5.5

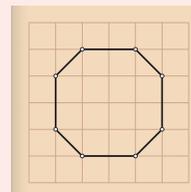
Refleja la polilínea a través de la línea.



— ¿Cuál es el punto simétrico de cada punto de la polilínea?

5.10

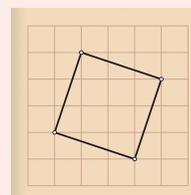
Construye todos los ejes de simetría de la figura dada.



— ¿Has encontrado alguna recta que divida la figura en dos partes iguales?

5.14

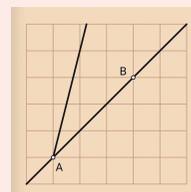
Construye todos los ejes de simetría de la figura dada.



— ¿Has encontrado alguna recta que divida la figura en dos partes iguales?

5.16

Refleja el ángulo a través de la recta dada AB.



— ¿Has encontrado algún nodo en la recta?

— ¿Has encontrado el simétrico de ese nodo?

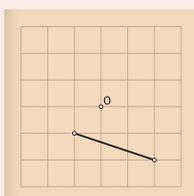
ACTIVIDAD 4: 4.º DE ESO OPCIÓN A

Para 4.º de ESO opción A vamos a hacer una actividad sobre simetría central y giros (categoría 13, simetría de punto; categoría 23, rotación). Se encuadra en los saberes básicos correspondientes de 4.º de ESO opción A, apartado C.2 (sentido espacial, movimientos y transformaciones): «Transformaciones elementales en la vida cotidiana: investigación con herramientas tecnológicas como programas de geometría dinámica, realidad aumentada, etc».

Esta actividad se puede plantear tras definir la simetría central y los giros o para explorar los conocimientos previos de los alumnos, antes de explicarlo en clase. Una vez más, se puede dar pequeñas pistas en forma de pregunta si vemos que no avanzan.

12.2

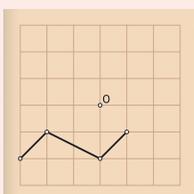
Refleja el segmento a través del punto O.



— ¿Cuál es el punto simétrico de cada uno de los extremos del segmento?

12.4

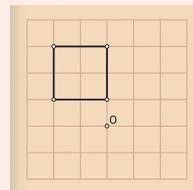
Refleja la polilínea a través del punto O.



— ¿Cuál es el punto simétrico de cada uno de los puntos de la polilínea?

23.2

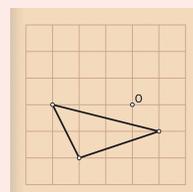
Rota la figura 90° en el sentido de las agujas del reloj alrededor del punto O.



— ¿Qué punto te sale al girar cada uno de los vértices 90° (en el sentido de las agujas del reloj)?

23.5

Rota la figura 90° en el sentido de las agujas del reloj alrededor del punto O.



— ¿Qué punto te sale al girar cada uno de los vértices 90° (en el sentido de las agujas del reloj)?

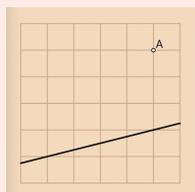
ACTIVIDAD 5: 4.º DE ESO OPCIÓN B

Para 4.º de ESO opción B vamos a hacer una actividad sobre paralelas (categoría 2). Se encuadra en los saberes básicos correspondientes de 4.º de ESO opción B, apartado C.2 (sentido espacial, localización y sistemas de representación): «Expresiones algebraicas de una recta: selección de la más adecuada en función de la situación a resolver».

Esta actividad se puede plantear tras trabajar con la recta sus ecuaciones y sobre todo la pendiente y el vector director. Y, como siempre, se puede dar pequeñas pistas en forma de pregunta si vemos que no avanzan.

2.6

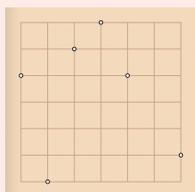
Construye una recta a través del punto A que sea paralela a la recta dada.



- ¿Cuál sería un vector director de la recta?
- ¿Cómo son los vectores directores de dos rectas paralelas?

2.9

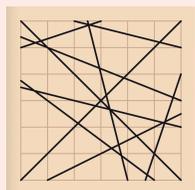
Construye dos rectas paralelas que pasen por dos pares de los puntos dados.



- ¿Cómo habrían de ser los vectores directores de las dos rectas?
- ¿Hay dos pares de puntos unidos por el mismo vector o por vectores proporcionales?

2.10

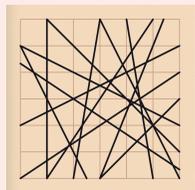
Selecciona un par de rectas paralelas.



- ¿Cómo ha de ser la pendiente de dos rectas paralelas?

2.10

Selecciona un par de rectas paralelas.



- ¿Cómo ha de ser la pendiente de dos rectas paralelas?

Finalizando

En definitiva, el móvil con sus juegos y, en este caso, Pythagorea, puede ser una herramienta para enganchar a los alumnos a la geometría y para que aumenten sus destrezas en matemáticas.



Pythagorea para Android



Pythagorea para IOS

Una pequeña pega, que puede hacer que nos inclinemos por trabajarla en papel, es el hecho de que debemos resolver un nivel para pasar al siguiente. Aun así, les habremos picado para probar la aplicación en todas sus categorías.

Si te ha gustado a ti y a tus alumnos la aplicación y os habéis quedado con ganas de más (o tienes alumnado con altas capacidades) puedes seguir divirtiéndote con la geometría en Pythagorea 60°.

Pythagorea 60°

HORIS INTERNATIONAL LIMITED



Pythagorea 60° para Android



Pythagorea 60° para IOS

Víctor Monterreal Blázquez
IES Satafi, Getafe (Madrid)
<vmonterreal@educa.madrid.org>