

# La medida de la Tierra: Historia de la Ciencia, Matemática y Geografía

Nicoletta Lanciano  
Enrique Martínez-Jiménez

**suma** núm. 102  
pp. 19-30

Artículo recibido en *Suma* en abril de 2021 y aceptado en noviembre de 2021

Este proyecto plantea el uso didáctico de la historia de la ciencia a través de un problema contextualizado en un entorno real que se aborda con instrumentos y técnicas topográficas históricas (dioptra y triangulación de Snellius) y una metodología docente basada en la construcción participativa del conocimiento. Se reconocen dificultades propias de las matemáticas y la geografía y se fortalece la relación con el entorno natural, debilitada hoy día por el abuso de las tecnologías virtuales y el uso exclusivo del aula como espacio docente, logrando un aprendizaje significativo y duradero.

**Palabras clave:** Educación matemática, Educación en geografía, Historia e instrumentos de la ciencia, Educación en exterior, Medidas angulares y lineales.

Las características propias de las matemáticas pueden inducir a hacer una enseñanza abstracta y autorreferencial que dificulta el acceso del alumnado a su conocimiento y al reconocimiento de su utilidad real. Sin embargo, una revisión histórica de la disciplina desvela rápidamente la estrecha relación que siempre ha existido entre muchos de los momentos de evolución del conocimiento matemático y las necesidades, problemas a resolver o hallazgos alcanzados en otros campos.

**The Measurement of the Earth: History of Science in the Learning of Mathematics and Geography** // This project proposes the didactic use of the History of Science through a situated problem in a real environment that is addressed with historical topographical instruments and techniques (dioptra and Snellius triangulation) and a teaching methodology based on the participatory construction of knowledge. Difficulties inherent to mathematics and geography are recognised and the relationship with the natural environment, weakened today by the abuse of virtual technologies and the exclusive use of the classroom as a teaching space, is strengthened, achieving significant and lasting learning.

**Keywords:** Mathematics Education, Geography Education, History of Science, Outdoor Education, Angle and Distance Measurement.

Similares dificultades se encuentran en la didáctica de la geografía, a pesar de ser reconocida como una ciencia multidisciplinar de naturaleza eminentemente aplicada (Rodríguez, 2006), en la que también es común la existencia de prácticas de enseñanza basadas en la memorización de datos y definiciones por parte del alumnado.

El proyecto *La medida de la Tierra* aborda la enseñanza conjunta de ambas disciplinas utilizando la historia

de la ciencia como herramienta de enseñanza-aprendizaje aplicada a un problema en un entorno real.

A pesar de la aparente dificultad de su puesta en práctica, la interdisciplinariedad posee la ventaja de aproximar a sus participantes a la realidad de la interconexión del conocimiento humano. Las matemáticas y la geografía comparten entre ellas, y con otros ámbitos científicos, diversos métodos, herramientas y conceptos.

Entre las ventajas del trabajo conjunto de ambas ciencias destaca su aportación al desarrollo de competencias generales (la comprensión de la relevancia de la propia materia, la motivación y creatividad del alumnado o la posibilidad de una mejor evaluación de la comprensión de los contenidos por parte del profesorado) y al desarrollo de competencias específicas de ambas áreas, como el desarrollo del pensamiento espacial o la comprensión e interpretación de datos (Anthamatten y otros, 2018; Castelnuovo, 2017; Dorn y otros, 2005; Gonzato y Godino, 2010).

Pero, además, estas disciplinas confluyen en el uso de dos recursos que son parte principal de esta propuesta: el uso de instrumentos científicos de medida y el de mapas y representaciones gráficas como mediación entre la realidad y su conocimiento (Cozzolino, 2019). Esta propuesta potencia ambos recursos con el interés añadido de que son construidos durante el taller por los propios participantes (figura 1).

Por otro lado, el aprendizaje fuera del espacio tradicional de clase ayuda a los estudiantes a aprehender y contextualizar conceptos abstractos, aumenta las posibilidades de interacción entre alumnos y entre alumnado y profesorado, facilitando una visión intercurricular y holística del conocimiento (Grinyer y Bailey, 2012; Waite y Pratt, 2015). Un último beneficio a señalar sería que estas actividades didácticas promueven la vinculación del alumnado con el lugar que habitan, favoreciendo en última instancia el desarrollo de una ciudadanía crítica e implicada con la mejora de su entorno (Lizama y Donoso, 2015; Rodríguez, 2006).

Un último aspecto importante de la experiencia es que se inscribe en un enfoque participativo de construcción del conocimiento científico. El profesorado actúa como guía de una comunidad de práctica científica que investiga, construye, se pregunta y expone sus resultados en común. Como se verá en el desarrollo, los papeles de profesorado y alumnado se definen en términos de colaboración para lograr los objetivos propuestos, por lo que podrían nombrarse como «guías expertos» y «aprendices». Bajo este planteamiento los resultados del taller serán diferentes cada vez que se ponga en práctica ya que dependen de la acción de todos los participantes, derivada de sus ideas, capacidades y dificultades diversas (Lanciano, 2019).

El proyecto *La medida de la Tierra* fue implementado en la edición de 2011 del curso-residencia para adultos *L'Officina Matematica di Emma Castelnuovo* celebrado en Umbria (Italia). El alumnado destinatario fue profesorado de las etapas primaria y secundaria y los espacios utilizados fueron una sala de trabajo y un espacio al aire libre extenso y plano con grandes mesas. La duración total del taller fue de unas 12 horas. Posteriormente se adaptó para estudiantes universitarios de la Laurea in Pedagogia e Scienze dell'Educazione e della Formazione de la Universidad La Sapienza en Roma.



Figura 1. Proceso de construcción de las dioptras

El desarrollo de este taller para alumnado de último año de primaria o de secundaria precisaría una duración aproximada de seis sesiones de dos horas y contar con un gran espacio de trabajo fuera del aula, en un jardín o en un espacio deportivo.

Se desarrollan en este trabajo sus bases teóricas y su implementación detallada, finalizando con unas conclusiones útiles para la mejora y transferencia de esta propuesta a otros ámbitos educativos.

---

El conocimiento exacto de la forma y tamaño de nuestro planeta puede constituir una interesante fuente de experiencias didácticas de uso de la historia de la ciencia.

---

## La historia de la ciencia como herramienta de enseñanza-aprendizaje

La historia de la ciencia no es solo el relato descriptivo de hechos ordenados cronológicamente sino una narración historiográfica que describe «el proceso de transformación y evolución de la acción cognitiva humana» en la tarea de comprender y transformar el mundo que habitamos (Uribe, 2017: 78). Este proceso está plagado de contradicciones, renunciadas y decisiones basadas en acuerdos sociales o en el azar de acontecimientos contextuales que demuestran el carácter no lineal del avance del conocimiento (González, 2004).

El uso de la historia de la ciencia como herramienta didáctica se promueve a nivel curricular en todas las materias de carácter científico (Education Audiovisual and Culture Executive Agency [EACEA], 2011). Entre sus beneficios destacan la mejora de la adquisición de contenidos científicos al situarlos en un contexto humano, social y cultural determinado, y su valía para comprender la naturaleza de la propia ciencia y de los procesos que esta implica (Aceve-

do-Díaz y García-Carmona, 2016). Desde el punto de vista del profesorado, también destaca otro aspecto, el conocimiento de la historia de la ciencia proporciona indicios sobre cuáles serán las dificultades de carácter epistemológico de los estudiantes ante el aprendizaje de determinados conceptos (Furió-Más y otros, 2012).

Sin embargo, no todos los usos pedagógicos de la historia de la ciencia tienen una influencia significativa sobre el aprendizaje. La historia de la ciencia no debe introducirse como una mera narración de hechos históricos sino a través de acciones que permitan el desarrollo de la capacidad reflexiva y del pensamiento crítico. Algunos ejemplos ilustrativos de este enfoque son los debates en torno a controversias históricas (Acevedo-Díaz y García-Carmona, 2016; Maurício y otros, 2017) o la revisión de experimentos y problemas singulares de la antigüedad (Andrade, 2014; Gavidia, 2014).

El conocimiento exacto de la forma y tamaño de nuestro planeta puede constituir una interesante fuente de experiencias didácticas de uso de la historia de la ciencia. Algunos ejemplos serían: los experimentos de Eratóstenes o Posidonio (III a. C. y I a. C.), el uso del astrolabio, inventado por los griegos y recuperado por astrónomos árabes como Al Farghani (813-882), la controversia sobre la forma de la Tierra a lo largo del siglo XVII (¿achatada en los polos, Isaac Newton, o elongada en ese mismo eje, Piccard, La Hire y Cassini?) en cuya resolución tuvieron un papel destacado Jorge Juan y Antonio de Ulloa como acompañantes de la expedición geodésica francesa al Virreinato del Perú (1735-1744), o el método y la expedición que se recrean en este proyecto, la triangulación de Snellius y la expedición de Delambre y Méchain para la medición del meridiano terrestre.

## Una breve aproximación a la expedición de Delambre y Méchain

Willebrord Snellius, profesor de la Universidad de Leyden, aplicó por primera vez en 1614 el método de triangulación para medir un grado de meridiano entre Alkmaar y Bergen, experimento que es considera-

do hoy como fundación de la ciencia de la geodesia y a partir del cual calculó la circunferencia de la Tierra. El método permite determinar de manera indirecta la distancia precisa entre dos puntos en la superficie terrestre sirviéndose de la medición de múltiples ángulos y de la medición real de un único segmento, llamado «base» de la triangulación (figura 2).

La expedición de Delambre y Méchain participa en la resolución de la disputa sobre la forma de la Tierra de finales del XVIII que junto a otras observaciones geodésicas confirmarían, además de la visión newtoniana, otros aspectos como la simetría del aplanaamiento en los dos polos. Asimismo, surge, justo tras la Revolución Francesa, del intento de racionalizar el caos reinante por la coexistencia de numerosas unidades de medida en el mundo.

Con el objetivo de medir una parte del territorio para acordar una unidad de medida de longitud única, universal e invariable ligada a una propiedad del planeta Tierra, los astrónomos y geógrafos Delambre y Méchain midieron entre 1792 y 1798 la distancia lineal entre Dunkerque y Montjuic, sobre el meri-

diano que pasa cerca de París. Esta precisa medición dará lugar al «metro», definido como la diezmillonésima parte de un cuadrante del meridiano terrestre (Guedj, 2000).

En esta expedición se utilizó el círculo repetidor (figura 3), un instrumento de medida de ángulos elaborado a partir de otro más sencillo, la dioptra griega, y el método de triangulación de Snellius a lo largo de una cadena de norte a sur formada por 115 triángulos (figura 4).

### Descripción de la propuesta didáctica

La propuesta plantea la utilización del método de triangulación y de instrumentos científicos para medir la longitud de un tramo real de terreno. Parte de unos conocimientos geográfico-astronómicos básicos que pueden ser considerados como prerequisites o ser sugeridos y motivados durante el transcurso de la actividad: el concepto de ángulo de latitud, el sistema de meridianos y paralelos de la esfera terrestre y las direcciones cardinales.

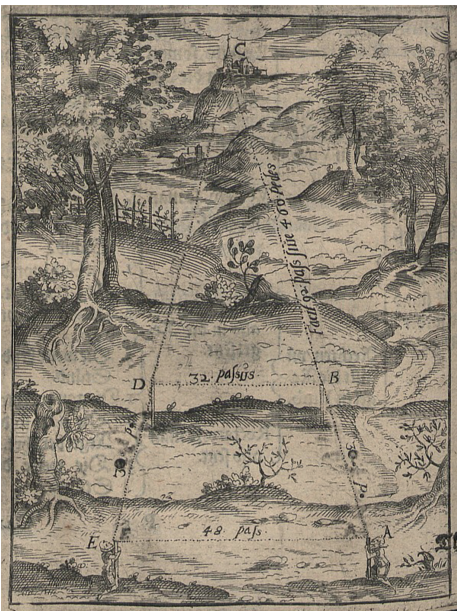
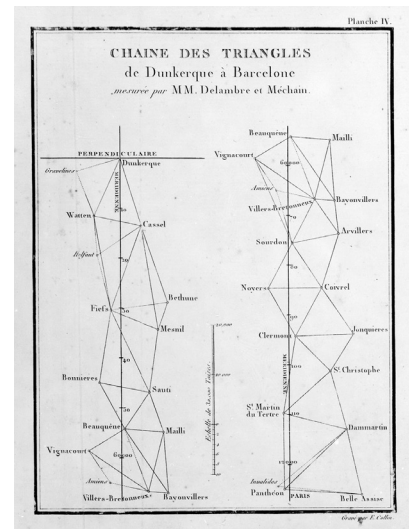
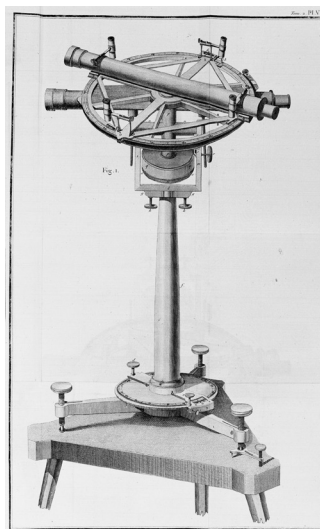


Figura 2. Demostración de los principios básicos de la triangulación a principios del siglo XVI en la obra de Levin Hulsius Fuente: Wikipedia



Figuras 3 y 4. Plancha VII: Círculo repetidor de Borda. Plancha IV: Cadena de triangulación entre Dunkerque y París Fuente: Delambre y Méchain, 1806



Entre las competencias que la propuesta desarrolla destacan las siguientes:

- Utilización y validación del concepto de distancia en dos variantes: distancia lineal y angular.
- Tratamiento del concepto de ángulo en dos situaciones diferentes: como distancia o medida de la rotación entre dos líneas que se encuentran en un plano y como la diferencia de pendiente entre dos líneas que se da en la medida del azimut (Lanciano y Camino, 2008).
- Utilización y validación de la propiedad «la suma de los ángulos internos de un triángulo es  $180^\circ$ ». Es un ejemplo de utilización en la realidad de una de las propiedades fundamentales de la geometría elemental, siguiendo el modelo de Emma Castelnuovo (2017).
- Utilización y validación del concepto de triángulos semejantes.
- Reconocimiento de la existencia de errores de observación en toda medición y de que estos no pueden ser eliminados por completo, pero sí minimizados.
- Uso de instrumentos de medición de ángulos: goniómetro y círculos graduados (en la dioptra).
- Uso de mapas: orientaciones y escalas. La relación entre un mapa y la realidad es una situación problemática a partir de la cual se define el concepto de escala. El resumen gráfico de los datos recogidos y la creación de mapas y de una maqueta tridimensional constata el hecho de que la relación mapa-realidad deja iguales las medidas angulares, mientras que cambia drásticamente las medidas lineales: kilómetros en la realidad pasan a ser centímetros en la hoja de papel.

El taller se plantea como una investigación orientada a resolver un problema específico: la medición de la longitud de un tramo de terreno, suficientemente grande como para hacer poco precisa su medición directa. Comienza con una pregunta inicial: «¿Cuánto mide la circunferencia máxima terrestre y cómo se puede medir?». Y otras derivadas de ella: «¿Cuánto vale en kilómetros la longitud de un arco de  $1^\circ$  de latitud?», «¿cuáles eran los métodos e instrumentos existentes en la época de los eventos históricos refe-

ridos?», «¿cuáles son los métodos e instrumentos que podemos utilizar para resolver nuestro reto?», «¿cuáles son las hipótesis que vamos a asumir?» (por ejemplo, que la Tierra es plana), «¿qué geometría utilizamos?» (plana euclidiana).

Al enfrentarse a estas preguntas los participantes evolucionan desde conceptos individuales iniciales hacia ideas consolidadas en la práctica científica de las matemáticas y la geografía y, lo que es más importante, se sentirán protagonistas de la historia al conectar sus propias dificultades con las que tuvieron otras personas anteriormente (Sfard, 1998).

Se alterna el trabajo en pequeños grupos con el trabajo del grupo completo para favorecer la participación y la motivación. La comparación de los trabajos de los grupos sirve también para verificar el nivel de precisión y la validez de las medidas realizadas (Furió-Más y otros, 2012; Lanciano y Lepre, 2016).

Las sesiones comienzan en un espacio taller, con la propuesta de trabajo y la sesión de fabricación de instrumentos, continúa en un espacio grande al aire libre, con la observación y toma de datos, y finaliza nuevamente en el taller, con el trabajo de cálculo y la exposición final de resultados.

### ACTIVIDAD 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA CON SUS HIPÓTESIS Y CUESTIONES (1 HORA)

El taller se inicia presentando la expedición de Méchain y Delambre para la medición de un meridiano (1792-1798) que dio lugar a la adopción del «metro» como nueva unidad de longitud universal.

Los profesores que guían el taller describen cómo realizar una medida de longitud indirecta siguiendo el método de triangulación y el círculo repetidor o dioptra. La discusión grupal se orienta al reconocimiento de cuáles son las condiciones necesarias para poder utilizar el método de triangulación, por ejemplo, que la mirada vaya en línea recta o que la Tierra sea esférica. Si esto se cumple, se puede utilizar la proporción entre la longitud del arco de meridiano medido y la diferencia de latitud entre los dos lugares

extremos de este arco, y la longitud del círculo completo de un meridiano terrestre que corresponde a  $360^\circ$ . Así se puede deducir la medida del meridiano terrestre,  $x$ , en la segunda ecuación:

$$\frac{\text{Dist. entre } A \text{ y } B}{(\text{lat. de } A - \text{lat. de } B)} = \frac{\text{Dist. entre } A \text{ y } B}{\text{ángulo alfa}}$$

$$\frac{\text{Dist. entre } A \text{ y } B}{\text{ángulo alfa}} = \frac{x}{360^\circ}$$

Trabajando en un jardín, no tiene sentido considerar las diferentes latitudes de los puntos  $A$  y  $B$ . Por tanto, utilizaremos el método para verificar cómo con la medida de una pequeña longitud lineal y de muchos ángulos se puede conocer una longitud mayor que es la distancia entre  $A$  y  $B$ .

Utilizando un goniómetro y un metro en el suelo, el grupo discute sobre el efecto de no tener en cuenta la esfericidad de la Tierra considerando un pequeño trazado plano del meridiano a medir. Además, se plantea el nivel de precisión existente en la medida de ángulos de azimut y de los lados de los triángulos al realizarse esta con la brújula y metro en vez de con otros medios como GPS o medidores láser. Un nivel de error aceptable será de alrededor de  $\pm 2^\circ$  para los ángulos y  $\pm 20$  cm para las longitudes.

El grupo planifica el trabajo a abordar en la siguiente etapa: cómo construir la dioptra y una versión simplificada del círculo repetidor y elegir un espacio rectilíneo de aproximadamente 30 metros de longitud y paralelo a una línea norte-sur, ya trazada en el suelo.

## ACTIVIDAD 2: CONSTRUCCIÓN DE INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN TOPOGRÁFICA (3 HORAS)

La dioptra es un instrumento de medición de ángulos usado en astronomía y topografía desde la antigüedad. Consiste en una regla móvil, alidada, con dos pínulas, una en cada extremo, que permite alinear las visuales y en una serie de discos graduados que permiten la toma de medidas angulares. Herón de Alejandría (siglo I d. C.) en su obra *La*

*Dioptra* describe por primera vez el instrumento. Esta descripción será el modelo para las construcciones del alumnado.

Materiales disponibles:

- Discos de madera o de cartón rígido de aproximadamente 25 cm de diámetro.
- Goniómetro y fotocopias de goniómetros.
- Papel y cartulinas.
- Pasadores con patillas abatibles.
- Niveles de burbuja.
- Trípodes (al menos tres).
- Brújulas.
- Cuerdas.
- Tijeras.
- 15 o más varas de madera de aproximadamente 40 cm.
- Textos e imágenes sobre la dioptra en la cultura griega para dar ideas de construcción.

Los instrumentos contruidos se componen de un disco de madera o de cartón rígido de unos 25 cm de diámetro graduado en su borde de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  en sentido horario. En el disco se coloca una alidada de papel que puede rotar desde el centro del disco. Los extremos de la alidada se pliegan  $90^\circ$  hacia arriba y se perforan realizando un agujero para alinear las vistas. El disco así preparado se coloca en horizontal sobre un trípode, ajustado con un nivel de burbuja. Listas las dioptras, ya pueden usarse para medir a qué distancia angular, desde un punto inicial y en una dirección considerada cero, se encuentra un objeto del terreno.

Obviamente, cada medida individual con la dioptra comporta un error. En el episodio histórico, se utilizó el círculo repetidor (figura 3), para minimizar los errores de lectura de ángulos. Este instrumento consiste en un círculo graduado en cuyo centro se giran dos telescopios móviles que determinan, desde un punto de vista determinado, el ángulo visual entre dos objetos. Su novedad consiste en el método ya que el mismo ángulo se mide varias veces, sin efectuar una lectura cada vez y sin volver a cero. Esto supone, por ejemplo, que después de tres medidas se calcula la

lectura final dividida entre 3, y esta media aritmética se asume como valor del ángulo. La observación no tiene lecturas intermedias por lo que hay un solo error de lectura.

Cada grupo de dos o tres personas construye su dioptra: no se dan indicaciones precisas por lo que cada equipo puede elegir el material y diseño que prefiera (figura 5). Uno de los equipos realiza una maqueta de círculo repetidor que no será utilizado en las mediciones, pero sí para explicar su funcionamiento y ventajas respecto a la dioptra.

### ACTIVIDAD 3: TOMA DE DATOS AL AIRE LIBRE (4 HORAS)

Los participantes se dividen en tres equipos. El equipo 1 marca con dos varas de madera los puntos inicial ( $A$ ) y final ( $B$ ) en la línea meridiana. Esta recta visual representa en el suelo del jardín un tramo de un meridiano terrestre: su medición exacta y obtenida de forma indirecta es el objetivo final del trabajo en el taller.

Desde el punto inicial  $A$ , el grupo completo elige dos puntos,  $C$  y  $D$ , a una distancia de entre 2 y 4

metros de  $A$ , y situados uno a oriente y otro a occidente de la línea visual entre  $A$  y  $B$ . En cada uno de los puntos  $C$  y  $D$  se pone una vara. Los puntos  $A$ ,  $C$  y  $D$  forman el primer triángulo, que probablemente será escaleno.

Al seleccionar los vértices de este triángulo, y todos los siguientes, es necesario pensar en varios conceptos:

- Simetría. Esta estación  $C$ , que es visible desde el punto  $A$ , ¿es a su vez un buen punto de observación de  $A$ ?
- Transitividad. Esta estación  $C$ , que es visible desde  $A$ , ¿será a su vez visible desde una estación  $D$  que aún no ha sido elegida?

Desde  $C$  y  $D$  el equipo 1 plantea un nuevo punto  $E$ , a oriente o a occidente de la línea  $AB$  y en la dirección de  $B$ : se forma el nuevo triángulo  $CDE$ .

Se continúa de esta manera construyendo una cadena de triángulos escalenos hasta llegar al punto  $B$ . Desde cada punto señalado con una vara de madera el equipo 1 tiende una cuerda hasta cada una de las otras varas que señalan los vértices de los triángulos.

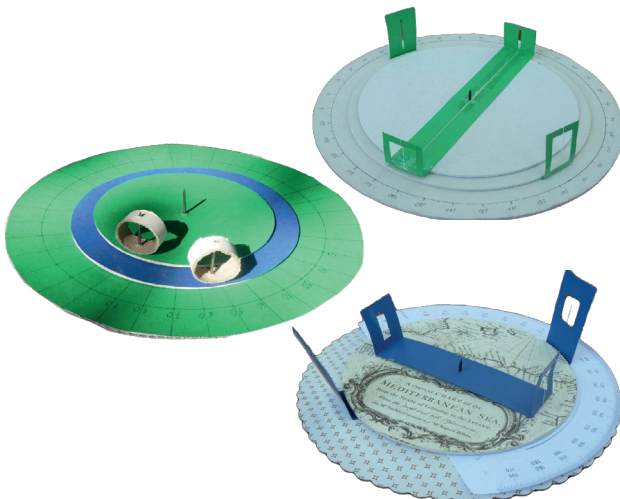


Figura 5. Ejemplos de dioptras construidas por los participantes del taller



Figura 6. Resolviendo dificultades en la toma de datos con la dioptra

El grupo entero se percata de que:

- Es necesaria mucha cuerda para determinar cada triángulo.
- Es necesario nombrar todos los vértices ( $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ...) e identificarlos sobre el terreno con un cartel sobre cada vara de madera.

Cuando el equipo 1 ha definido los vértices  $A$ ,  $C$  y  $D$ , el equipo 2 coloca un trípode con una dioptra (figura 6) sobre cada una de las varas que delimitan un mismo triángulo. Se miden con las dioptras los ángulos de cada triángulo varias veces y por distintas personas y se calcula la media de todas las mediciones. En el primer triángulo, por ejemplo, obtendríamos los valores de los tres ángulos  $ACD$ ,  $ADC$  y  $CAD$ . Todos los valores de los ángulos son marcados en una tabla.

Para colocar el disco de la dioptra totalmente horizontal sobre el trípode en necesario contar con dos o tres niveles de burbuja. Se reflexiona sobre el hecho de porqué un solo nivel no es suficiente.

El equipo 3 con un gran goniómetro mide en cada triángulo la dirección del azimut de cada lado, es decir, el ángulo en sentido horario entre la dirección del norte y cada lado determinado con la brújula o instrumentos GPS (figura 7).

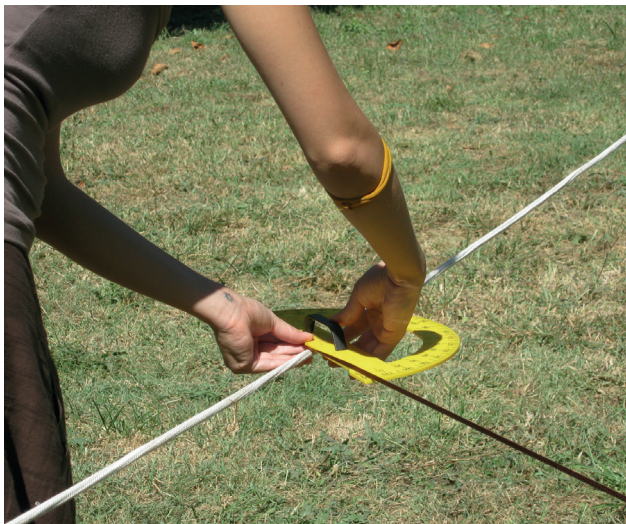


Figura 7. Toma de datos angulares

#### ACTIVIDAD 4: CÁLCULO Y REPRESENTACIÓN EN MAPAS (2 HORAS Y MEDIA)

El equipo 1 mide con el metro la longitud de un lado cualquiera de un único triángulo. Dicho lado debe pertenecer al menos a dos triángulos de la cadena. Esta medida, por ejemplo, el lado  $CD$ , da escala a toda la red de triángulos. Es la «base» del método de triangulación, la única medida de longitud directa. En nuestro caso mide 3 metros.

En un gran papel, sin preocuparse de la escala, el equipo 2 dibuja un esquema de la cadena de triángulos. Los triángulos son dibujados sin el uso del goniómetro o trasportador de ángulos ya que se trata de un mapa solo topológico. Después, en cada ángulo se escribe su medida controlando que en cada triángulo se cumpla que la suma de las medidas de los tres ángulos internos sea igual a  $180^\circ$ .

Por su parte, el equipo 3 hace un esquema aproximado incorporando los datos de azimut de cada lado de la cadena de triángulos.

Por el momento, los equipos 2 y 3 solo han realizado un mapa topológico y no métrico: en el dibujo no hay longitudes ni ángulos exactos, solo son relevantes la posición relativa de los triángulos, la coincidencia de lados y los encuentros en los vértices, señalados con las letras  $A$ ,  $C$ ,  $D$ ...  $B$ .

Con todos los datos de ángulos internos de los triángulos, de azimut y una medida lineal, la de la «base», se construye un nuevo mapa con los ángulos correctos y una escala para las medidas lineales determinada en función de la «base». La base  $CD$  en el mapa se elige con una medida de 12 cm. Atendiendo a la medición de distancia lineal realizada por el equipo 1, la escala de este mapa resulta 3 m corresponden a 12 cm es decir, 1 m son 4 cm en el mapa o 1 cm en el mapa, 25 cm en la realidad. Finalmente, alineando con la línea meridiana  $AB$ , se dibujan los lados de los triángulos gracias a las referencias de azimut.

El grupo entero se da cuenta de que para hacer un dibujo a escala las medidas de los ángulos son suficientes, pero que para seguir dibujando a la misma es-



cala todos los triángulos es necesario que cada nuevo triángulo tenga un lado en común con el triángulo precedente.

Después de dibujar todos los triángulos considerando todos los ángulos siguiendo la escala del mapa, se convierte la medida en centímetros del lado  $AB$  en los metros que en el terreno separan  $A$  de  $B$ . En nuestro caso se obtiene una medida en el mapa para  $AB$  de 108 cm que significa  $108 : 4 = 27$  m en el jardín. Esta es la medida de la longitud del segmento de meridiano buscada, obtenida por el método indirecto de triangulación y por medio de la construcción de un mapa a escala. Como comprobación final, el resultado obtenido se compara con la medida directa de una cuerda estirada o de una cinta métrica larga entre las varas que señalan  $A$  y  $B$ .

El grupo entero discute las diferencias y similitudes entre el proyecto ejecutado y la expedición de Delambre y Méchain planteada como problema histórico de partida:

- En el jardín se puede ver el conjunto total del trabajo y se pueden realizar las medidas varias veces controlando mejor todos los datos.
- No se ha realizado la medida de la latitud de  $A$  y de  $B$ .
- No se han sufrido las subidas y bajadas del terreno que existirían si la distancia fuera de muchos kilómetros.
- No han existido problemas de visibilidad para localizar los puntos de referencia de cada vértice de triángulo desde otros puntos adyacentes (recuérdense los conceptos de simetría y transitividad enunciados anteriormente).

### ACTIVIDAD 5: CONSTRUCCIÓN DE UNA MAQUETA TRIDIMENSIONAL (1 HORA Y MEDIA)

Después del trabajo de campo, la trasposición de datos y la realización de medidas lineales se reconoció la utilidad de completar el taller con la construcción de una maqueta a escala de una parte de la cadena de triángulos (figura 8). Trasladar parte de la construcción realizada con varas de madera en el jardín a un

espacio manipulativo permite continuar la reflexión sobre el trabajo ejecutado además de constituir documentación final del mismo.

Como se ha comentado, una experiencia similar, pero trasladada al espacio de clase, fue realizada con estudiantes universitarios del curso de Didáctica de la Geometría y del Espacio de la Universidad de Roma, La Sapienza. En este caso, el trabajo empezó observando los mapas de la triangulación histórica de Méchain y Delambre para entender su significado. La primera fase, con una duración de 2 horas, consiste en la búsqueda de indicios y la recolección de preguntas de interés:

- ¿Qué son todos estos triángulos? ¿Cómo se cruzan entre ellos?
- ¿Cómo son elegidos sus vértices? ¿Para qué se realiza todo este trabajo?
- ¿Cuál es el significado de la dirección norte-sur del mapa?

Desde la interpretación del mapa histórico (figuras 3 y 4) se hicieron las medidas de los ángulos, las medidas del azimut de los lados de los triángulos, la medida de un solo lado con su escala y se llegó a la construcción de una maqueta pequeña pero tridimensional y en escala del mismo mapa (4 horas de trabajo), (figura 9).

A pesar de faltar el trabajo de campo, hay muchas reflexiones, medidas y cálculos que pueden surgir de la observación en profundidad de los distintos segmen-

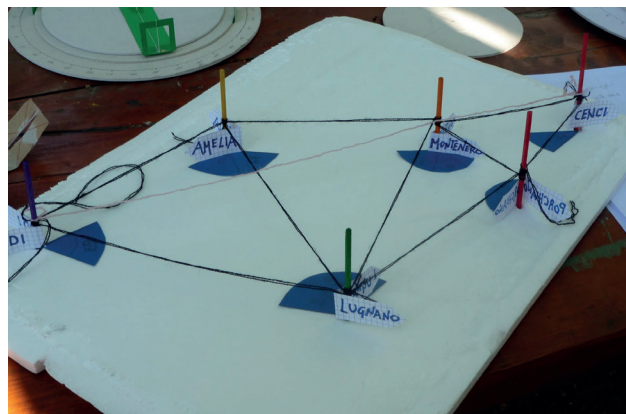


Figura 8. Realización de la maqueta del mapa

tos de la cadena de triángulos en mapas y maquetas. La construcción de instrumentos en cartón, como la dioptra o el círculo repetidor, fueron también parte del trabajo realizado en esta adaptación (2 horas).

## Conclusiones finales

En este taller se han recreado y puesto en práctica las herramientas y los métodos científicos utilizados en la expedición para la medida del meridiano terrestre de Delambre y Méchain (1792-1798), con el objetivo de adquirir competencias en las materias de Geografía y Matemáticas.

A partir de los comentarios y experiencias de los participantes se extraen las siguientes consideraciones finales:

- La utilización de la historia de la ciencia como herramienta didáctica conecta cada experiencia de aprendizaje personal con la propia creación del conocimiento humano. En el proceso se aceptan de manera natural emociones como el avance, el retroceso, la duda, el error, la controversia o el descubrimiento.

- Los participantes experimentan de manera directa el método de trabajo científico, viviendo en primera persona los beneficios de llegar a comprender con la ayuda de los demás y las dificultades de negociar una solución que sea aceptada por todos. Es decir, han compartido el método científico (propuesta de hipótesis, uso de instrumentos, toma de datos experimentales, cálculo, representación y análisis de resultados, etc.) y las relaciones propias de una comunidad científica (discusión colectiva, confrontación de puntos de vista, resolución de errores, negociación de definiciones, etc.).
- El trabajo en un entorno natural a gran escala y a través de experiencias participativas genera un aprendizaje vivencial capaz de conectar el conocimiento teórico, en este caso matemático y geográfico, con problemas reales y significativos. Se han reconocido de forma explícita los contenidos matemáticos, teoremas, propiedades de figuras y se ha descubierto, además, cuanta geometría hay en cada instrumento (la brújula, el nivel, el goniómetro, la dioptra...) y cuanta geometría es necesaria para construir un mapa o una maqueta.
- Entre las dificultades detectadas destaca la necesidad de realizar repetidamente medidas angulares y de ser sistemáticos y ordenados a la hora de recoger los datos. Este procedimiento, elemental y básico en la ciencia, no es practicado de manera habitual por el profesorado, ni siquiera cuando es parte de la docencia que imparten.
- Por otro lado, los participantes se han percatado de la necesidad de no perder en ningún momento el objetivo final del trabajo, para lo cual se precisa poner en relación las distintas medidas entre ellas a través de comprobaciones geométricas adicionales.
- Los errores más frecuentes, tanto en profesorado como en estudiantes universitarios, han consistido en la falta de destreza en la realización de las construcciones y en el uso de los instrumentos.
- Las limitaciones que se pueden señalar corresponden más a las infraestructuras necesarias que a la propia propuesta. No siempre las

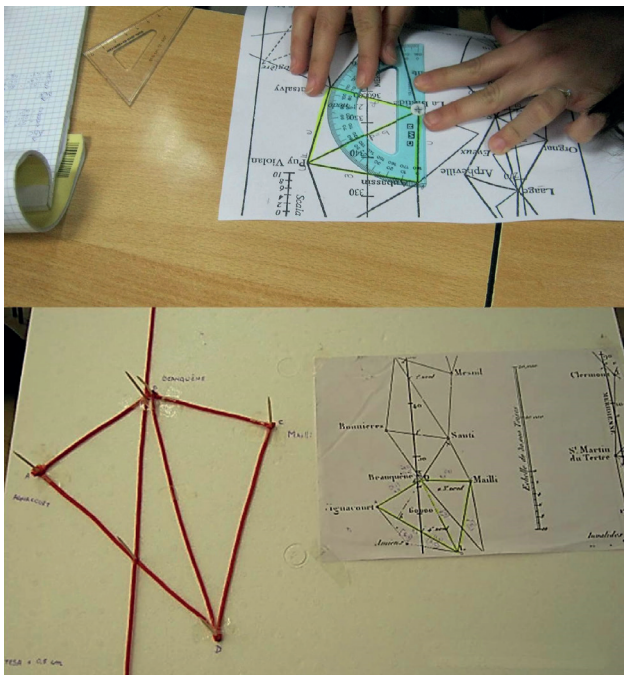


Figura 9. Proceso de confección de mapas

escuelas y universidades cuentan con un gran espacio abierto y mesas de trabajo grandes en las que desarrollar una didáctica colaborativa.

- El valor añadido de haber construido y dibujado con las propias manos los instrumentos topográficos, mapas y maquetas y de comprobar mediante su uso que son válidos para conocer nuestro mundo desarrolla componentes afectivas y de autoconfianza muy valiosas. Se debe apoyar siempre en el conocimiento de que ninguna medida, de carácter continuo, es exacta, sin que esto implique abandonar el rigor en la medición (Godino y otros, 2002). Es obvio que se podrían haber obtenido datos más exactos utilizando modernos teodolitos, sin embargo, la implicación y el aprendizaje no serían comparables a los alcanzados.

## Referencias bibliográficas

- ACEVEDO-DÍAZ, J. A., y A. GARCÍA-CARMONA (2016), «Uso de la historia de la ciencia para comprender aspectos de la naturaleza de la ciencia», *Revista Iberoamericana de Ciencia Tecnología y Sociedad*, vol. 11(33), 203–226.
- ANDRADE, L. A. (2014), «Si Galileo Galilei hubiera tenido una cámara digital: enseñando ciencias a una generación digital», *Enseñanza de Las Ciencias*, vol. 32(1), 243–261, <<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.998>>.
- ANTHAMATTEN, P., L. M. P. BRYANT, B. J. FERRUCCI, S. JENNINGS y R. THEOBALD (2018), «Giant Maps as Pedagogical Tools for Teaching Geography and Mathematics», *Journal of Geography*, vol. 117(5), 183–192. <<https://doi.org/10.1080/00221341.2017.1413413>>.
- CASTELNUOVO, E. (2017), *Pentole, ombre, formiche. In viaggio con la matematica*, UTET Università.
- COZZOLINO, L. (2019), «Leggere carte e raccontare storie—Il racconto di un laboratorio», *Cooperazione Educativa Rivista Pedagogica e Culturale Del Movimento Di Cooperazione Educativa*, vol. 68(3), 49–53.
- DELAMBRE, J. B., y P. MÉCHAIN (1806), *Illustrations de Base du système métrique décimal*, Observatoire de Paris/Bibliothèque nationale de France, <<http://catalogue.bnf.fr/ark:/12148/cb384964148>>.
- DORN, R. I., J. DOUGLASS, G. O. EKISS, B. TRAPIDO-LURIE, M. COMEAUX, R. MINGS, R. EDEN, C. DAVIS, E. HINDE, y B. RAMAKRISHNA (2005), «Learning Geography Promotes Learning Math: Results and Implications of Arizona's GeoMath Grade K–8 Program», *Journal of Geography*, vol. 104(4), 151–159. <<https://doi.org/10.1080/00221340508978631>>.
- EDUCATION AUDIOVISUAL AND CULTURE EXECUTIVE AGENCY (EACEA) (2011), *Science Education in Europe: National Policies, Practices and Research*, <<https://publications.europa.eu/en/publication-detail/-/publication/bae53054-c26c-4c9f-8366-5f95e2187634/language-en>>.
- FURIÓ-MÁS, C., C. FURIÓ-GÓMEZ y J. SOLBES-MATARRREDONA (2012), «Profundizando en la educación científica: aspectos epistemológicos y metodológicos a tener en cuenta en la enseñanza», *Educar Em Revista*, n.º 44, 37–57, <<https://doi.org/10.1590/s0104-40602012000200004>>.
- GAVIDIA, V. (2014), «A vueltas con el gnomon. Buscando soluciones a problemas», *Enseñanza de Las Ciencias*, vol. 32(3), 631–647, <<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1327>>.
- GODINO, J. D., C. BATANERO, y R. ROA (2002), *Medida de Magnitudes y su Didáctica para Maestros, Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada*, <<http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>>.
- GONZÁLEZ, P. M. (2004), «La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza», *Suma*, n.º 45, 17–28.
- GONZATO, M., y J. D. GODINO (2010), «Aspectos históricos, sociales y educativos de la orientación espacial», *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, vol. 23, 45–58.
- GRINYER, V., y S. BAILEY (2012), «Thinking beyond the classroom: Making mathematics real and purposeful» en M. McAteer (ed.), *Improving Primary Mathematics Teaching And Learning*, 91–107, McGraw-Hill, <<https://doi.org/10.4324/9781315451954-18>>.
- GUEDJ, D. (2000), *Le Mètre du monde*, Seuil, Points, París.
- LANCIANO, N. (2019), «La didáctica dell'esempio—formare educatori e insegnanti: didáctica della matematica e delle scienze all'università», *Cooperazione Educativa Rivista Pedagogica e Culturale Del Movimento Di Cooperazione Educativa*, vol. 68(2), 47–53.

- LANCIANO, N., y N. CAMINO (2008), «Del ángulo de la geometría a los ángulos en el cielo: Dificultades para la conceptualización de las coordenadas astronómicas acimut y altura», *Enseñanza de Las Ciencias*, vol. 26(1), 77–92.
- LANCIANO, N., y A. LEPRE (2016), «Il diritto a una ‘cittadinanza scientifica’», en C. Pontecorvo, A. Fatai, y A. Stancanelli (eds.), *E’ tempo di cambiare: Nuove visioni dell’insegnamento/apprendimento nella scuola secondaria*, 177–184, Valore Italiano.
- LIZAMA, C. E., y M. M. DONOSO (2015), «Construcción de conocimientos y habilidades geográficas en estudiantes de educación superior» *Uni-Pluri/Versidad*, vol. 15(1), 24–41, <<https://search.proquest.com/docview/1707736423?accountid=50439>>.
- MAURÍCIO, P., B. VALENTE y I. CHAGAS (2017), «A Teaching-Learning Sequence of Colour Informed by History and Philosophy of Science», *International Journal of Science and Mathematics Education*, n.º 15(7), 1177–1194, <<https://doi.org/10.1007/s10763-016-9736-8>>.
- RODRÍGUEZ, E. (2006), «Enseñar Geografía para los nuevos tiempos», *Paradigma* vol. xxvii(2), 73–92.
- SFARD, A. (1998), «On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one», *Educational Researcher*, vol. 27(2), 4–13, <<https://doi.org/10.3102/0013189X027002004>>.
- URIBE, B. I. (2017), «La historia de la ciencia: ¿Qué es y para qué?», *Rev Odont Mex*, vol. 21(2), 78–79. <<https://doi.org/10.1016/j.rodex.2017.05.010>>.
- WAITE, S., y N. PRATT (2015), «Situated Learning (Learning In Situ)», en J. D. Wright (ed.), *International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences*, Vol. 22, 5–12, Elsevier, <<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-444-64046-8.00067-7>>.

---

**Nicoletta Lanciano**

Università La Sapienza, Roma  
<[nicoletta.lanciano@uniroma1.it](mailto:nicoletta.lanciano@uniroma1.it)>

**Enrique Martínez-Jiménez**

Universidad de Córdoba  
<[enrique.martinez@uco.es](mailto:enrique.martinez@uco.es)>