MUJERES MATEMÁTICAS: ROMPIENDO MOLDES

Maryna Viazovska, del empaquetamiento de esferas a la Medalla Fields

Marta Macho Stadler

SUMA+ núm. 102
pp. 61-66
Artículo solicitado por *Suma* en julio de 2022 y aceptado en septiembre de 2022

> Los tiranos no pueden impedir que hagamos matemáticas. Al menos hay algo que no nos pueden quitar.
>
> Maryna Viazovska[1], 2022

Profesora en la Cátedra de Teoría de Números en el Instituto de Matemáticas de la Escuela Politécnica Federal de Lausana[2] (EPFL), Maryna Viazovska fue galardonada con la Medalla Fields[3] en julio de 2022. Se ha premiado su trabajo sobre el empaquetamiento de esferas[4]: en 2016 resolvió el problema en dimensión 8 y, en colaboración con otros investigadores, en dimensión 24.

Nacida en Kiev el 2 de diciembre de 1984, Maryna Viazovska es la mayor de tres hermanas en una familia muy cercana a la ciencia: su madre es ingeniera y su padre, químico. Casada con el físico ucraniano Daniil Evtushinsky, el matrimonio tiene un hijo y una hija.

Maryna Viazovska. Fuente: EPFL/Fred Merz. <https://actu.epfl.ch/news/an-epfl-mathematician-is-awarded-a-fields-medal/>

Maryna eligió las matemáticas desde pequeña, se le daban especialmente bien en la escuela. En una de las entrevistas[5] concedidas tras recibir la Medalla Fields, comentaba que era rápida para las matemáticas, pero no tanto para la lengua, aunque le gustaba leer, especialmente libros de ciencia ficción.

En 1998 ingresó en el Liceo de Ciencias Naturales de Kiev n.º 145, una institución de enseñanza secundaria especializada en matemáticas, física y computación. Su alumnado se selecciona entre personas destacadas, como Maryna, cuyo rendimiento en matemáticas era superior a la media. Tras graduarse en 2001, Viazovska ingresó en la Universidad Nacional Taras Shevchenko de Kiev para estudiar matemáticas; allí obtuvo su licenciatura en 2005. Después viajó a Alemania para cursar una maestría en la Universidad Técnica de Kaiserslautern, graduándose en 2007. En mayo de 2010 defendió su tesis de *Candidato de Ciencias*[6] en el Instituto de Matemáticas de la Academia Nacional de Ciencias de Ucrania.

Después de obtener este título, viajó al Instituto Max Planck de Matemáticas en la Universidad de Bonn, donde realizó la tesis doctoral bajo la supervisión del especialista en teoría de números Don Zagier[7]. Defendida en 2013[8], esta memoria trataba sobre funciones modulares[9].

Después de un tiempo como investigadora postdoctoral en el Institut des Hautes Études Scientifiques en Francia, en 2014 Viazovska se mudó a Alemania donde trabajó en la Escuela Matemática de Berlín (BMS) y la Universidad Humboldt de Berlín.

En enero de 2018 consiguió la cátedra que actualmente ocupa en la EPFL.

Empaquetando de esferas

La conjetura de Kepler[10] fue enunciada por Johannes Kepler[11] en su ensayo *Strena seu de nive sexangula*[12] de 1611. El astrónomo comenzó a interesarse por los ordenamientos de esferas gracias a su correspondencia con el matemático y astrónomo Thomas Harriot[13]. El marino Walter Raleigh[14] había planteado a Harriot el problema de encontrar la mejor manera de amontonar balas de cañón en la cubierta de sus barcos. Y Harriot se lo comentó a Kepler, quien conjeturó que la manera óptima de apilarlas era mediante un arreglo piramidal de caras centradas.

En la primavera de 2016 Maryna Viazovska anunció que había conseguido resolver un caso particular del problema de empaquetamiento de esferas, que generaliza en cualquier dimensión la conjetura de Kepler. Lo explicaba de esta manera en una entrevista concedida en 2017[15]:

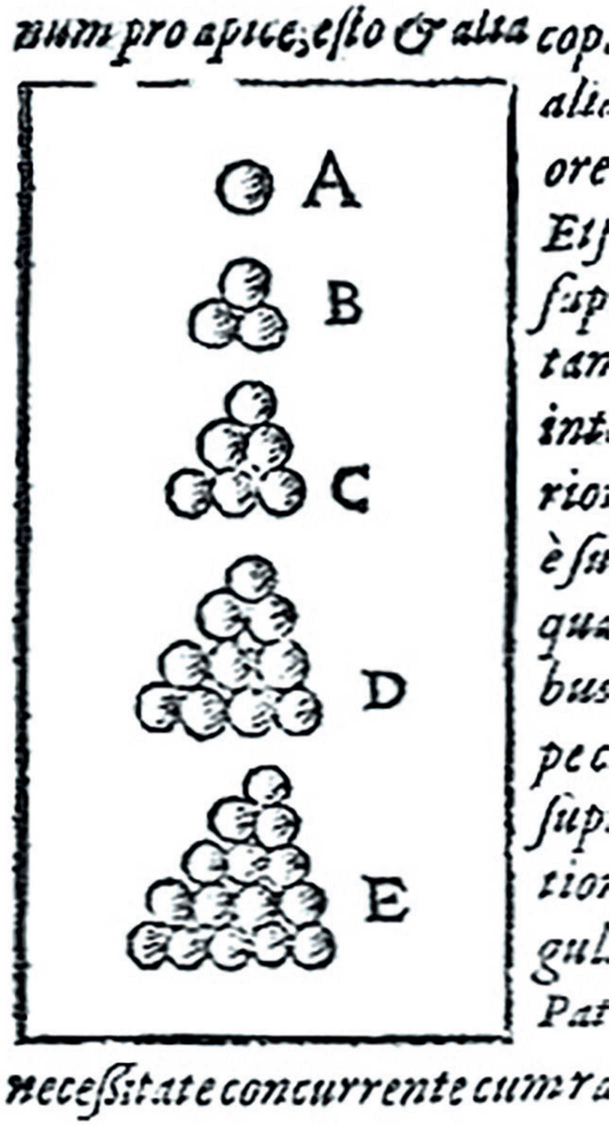

Figura 1. Diagrama de Strena seu de nive sexangula ilustrando la conjetura de Kepler.
Fuente: Wikimedia Commons
<https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Johannes_Kepler#/media/File:Kepler_conjecture_2.jpg>

> La pregunta es: ¿cuántas bolas de ocho dimensiones caben en un espacio de ocho dimensiones? Es decir, ¿con qué densidad se pueden empaquetar allí? […] En dimensión, «uno» es una pregunta trivial, porque una bola en ella es tan solo un segmento, y en este segmento cabe todo al 100 %. En el plano, este tampoco es un problema muy difícil, se resolvió a principios de los siglos XIX-XX. Una bola en un plano es un disco, por ejemplo, monedas del mismo tamaño, ¿cuántas de ellas podemos poner aquí? Ordenándolas como en un panal, se puede llenar más del 90 % del plano. En dimensión «tres», este es el famoso problema de Kepler formulado ya en 1611. Se resolvió a finales del siglo XX con ayuda de computadoras. Existen innumerables maneras de colocar bolas tridimensionales, incluso con un ordenador es imposible verificar todos los casos. Pero surgió la idea de reducirlo a un cierto cálculo finito, aunque todavía muy largo y complicado. Es una historia bastante dramática. Un matemático anunció la solución, pero luego encontró muchos errores en ella. A principios de la década de 1990, otro científico de China hizo una declaración similar, pero también se encontraron muchos fallos. Y solo Tom Hales[16], después de pasar varios años, señaló la respuesta correcta en 1998. Se ha prestado una meticulosa atención a este trabajo[17], se ha revisado durante mucho tiempo, se ha revisado por pares durante cinco años, y se ha debatido si debiera considerarse como una solución matemática porque depende en gran medida de cálculos informáticos. Pero decidieron que todo era correcto. Y, recientemente, Hales también escribió una solución formal[18] que se puede probar usando un programa de ordenador que, de hecho, está diseñado para validar tal evidencia. […] Resulta que hay una especie de atajo en el espacio de ocho dimensiones, por lo que podemos ir por un camino más fácil. En 2003, hubo novedades que indicaban que esto podía probarse. Me las arreglé para terminar este argumento de una manera lógica. Luego, trabajando con colegas, resolvimos el problema en dimensión 24.

En el artículo «The sphere packing problem in dimension 8[19]», Viazovska demostraba que el empaquetamiento óptimo de esferas de dimensión 8 era una configuración del espacio de ocho dimensiones denominada retículo E_8[20]. Su prueba involucraba una determinada función, que Viazovska construía de manera explícita utilizando técnicas de teoría de números (formas modulares y casimodulares[21]) y de análisis de Fourier.

Poco tiempo más tarde, junto a sus colaboradores habituales y el matemático Henry Cohn[22], resolvió el problema en dimensión 24. En este caso, esa configuración especial es el denominado retículo de Leech[23], que permite colocar 196 560 esferas de dimensión 24 tangentes a una esfera central. Tras el largo proceso que llevó a Viazovska a resolver el caso en dimensión 8, Cohn se dio cuenta de que la ingeniosa estrategia usada por Maryna podía utilizarse también en dimensión 24: en pocos días, este segundo caso[24] se solucionó.

La medalla Fields llega en 2022

La matemática iraní Maryam Mirzakhani[25] se convirtió en 2014 en la primera mujer en ganar la Medalla Fields, el prestigioso premio que otorga cada cuatro años la Unión Matemática Internacional (IMU) durante el Congreso Internacional de Matemáticos (ICM).

En 2018, Maryna Viazovska era una de las personas candidatas a recibirla, aunque tuvo que esperar otros cuatro años para que ese sueño se cumpliera. Es la segunda mujer que recibe este galardón; en los 86 años de existencia del premio, 62 hombres –aunque

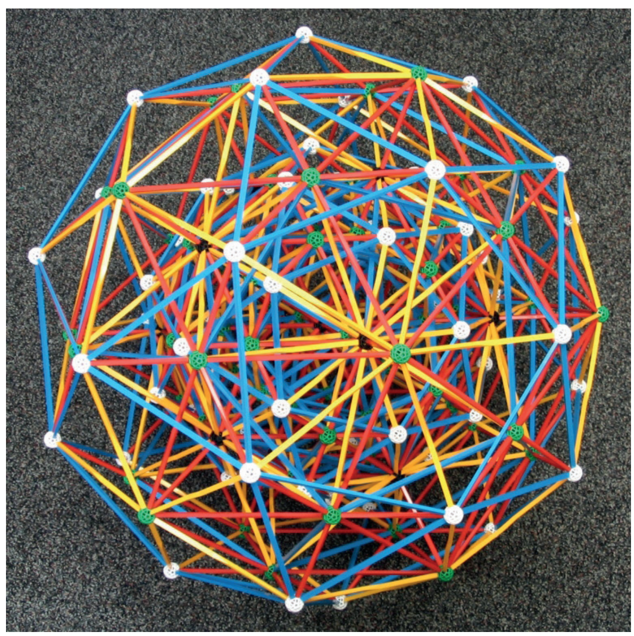

Figura 2. Modelo en Zome de E8, proyectado en el espacio de dimensión 3 y representado por los vértices del politopo 421. Fuente: Wikimedia Commons <https://en.wikipedia.org/wiki/E8_(mathematics)#/media/File:E8_roots_zome.jpg>

Grigori Perelman[26] rehusó aceptarla en 2006– y dos mujeres han obtenido la Medalla Fields.

El gran mérito de Viazovska reside en haber sabido relacionar disciplinas muy distintas –el análisis de Fourier y la teoría de formas modulares– para descubrir «estructuras muy simples, naturales, profundas, cosas que nadie esperaba y que nadie más había podido encontrar», como comentaba Henry Cohn en la *laudatio* que le dedicó durante el ICM para celebrar su trabajo.

La técnica descubierta por Viazovska para resolver el problema de empaquetamiento de esferas está estrechamente vinculada a las dimensiones 8 y 24. Para el resto de las dimensiones (mayores que 3) será necesario buscar nuevos métodos para encontrar esas configuraciones óptimas.

Como la propia Maryna Viazovska comenta, ella es una matemática teórica que desconoce la posible utilidad «práctica» (al margen de las matemáticas) de los objetos con los que trabaja. ¡Cuántas veces le habrán preguntado para qué sirven esas complejas estructuras que manipula!

El topólogo algebraico Jaume Aguadé[27] escribía hace 30 años un hermoso artículo titulado «Cien años de E_8»; en él habla precisamente de las insólitas aplicaciones que poseen esas matemáticas que centran la investigación de Maryna Viazovska:

> […] ¿Para qué puede servir –se preguntará– empaquetar esferas de dimensión 8? Sirve para llamar por teléfono, para escuchar Mozart en un Compact Disc, para enviar un fax, para ver televisión vía satélite, para conectar, mediante un módem, con una red de ordenadores. Sirve en todos aquellos procesos en que se exija la transmisión eficiente de información digital. La teoría de la información nos enseña que los códigos de transmisión de señales son más fiables en dimensiones elevadas y el retículo de E_8, con su sorprendente simetría y dada la existencia de un decodificador apropiado (Conway 1982), es un instrumento fundamental en la teoría de la codificación y transmisión de señales. […]
>
> Paralelamente a las aplicaciones técnicas, se han depositado también en E_8 grandes esperanzas cara a obtener una teoría global de la materia-energía. Uno de los problemas centrales de la física contemporánea consiste en la unificación de la teoría de la relatividad de Einstein y la mecánica cuántica. Desde hace algunos años, esta síntesis parece posible, en el marco de una nueva teoría física (las supercuerdas) en la cual las partículas elementales no se piensan como puntos en el espacio ordinario, sino como cuerdas (capaces, por tanto, de vibrar) en un espacio de 9 dimensiones, 6 de las cuales se hallan compactificadas y son, por tanto, imperceptibles a escala macroscópica. Esta teoría, entre cuyos líderes se halla E. Witten, medalla Fields en el último Congreso Internacional de Matemáticas, unifica las cuatro fuerzas presentes en la naturaleza y postula un grupo de simetría que sería el cuadrado de E_8.
>
> E_8 es un objeto fascinante. Podemos pensarlo como una configuración extraordinariamente simétrica y compacta en un mundo de 8 dimensiones, como un extraño cristal perfecto. Un siglo de estudio no ha agotado la dilucidación de sus propiedades y aplicaciones.

La matemática básica, como la que hace Maryna Viazovska, aparece, como tantas otras veces, en la base del desarrollo y la explicación de muchos problemas de la vida real.

Referencias bibliográficas

Aguadé, J. (1991), «Cien años de E8», La Vanguardia, 8 junio 1991, <http://www.mat.uab.es/~aguade/articles/e8.html>.

Castelvecchi, D. (2022), «Ukrainian mathematician becomes second woman to win prestigious Fields Medal», *Nature,* vol. 607, 224-225, <https://www.nature.com/articles/d41586-022-00470-3>.

— (2022), «Mathematics is an unknown land: meet Fields Medal winner Maryna Viazovska», *Nature*, vol. 607, 649, <https://www.nature.com/articles/d41586-022-01920-8>.

Cohn, H., A. Kumar, S. D. Miller, D. Radchenko y M. Viazovska (2017), «The sphere packing problem in dimension 24», Ann. of Math., vol. 185, n.º 3, 1017-1033, <https://arxiv.org/abs/1603.06518>.

Cohn, H. (2022), «The work of Maryna Viazovska», *Laudatio*, ICM, <https://www.mathunion.org/fileadmin/IMU/Prizes/Fields/2022/laudatio-mv.pdf>.

Lin, T., y E. Klarreich (2022), «In Times of Scarcity, War and Peace, a Ukrainian Finds the Magic in Math», *Quanta Magazine,* <https://www.quantamagazine.org/ukrainian-mathematician-maryna-viazovska-wins-fields-medal-20220705/>.

O'Connor, J. J. y E. F. Robertson (2022), «Maryna Viazovska», *MacTutor*, *History of Mathematics archive,* University of St Andrews, <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Viazovska/>.

Viazovska, M., página personal, EPFL, <https://people.epfl.ch/maryna.viazovska?lang=en>.

Viazovska, M. (2017), «The sphere packing problem in dimension 8», Ann. of Math, vol.185, n.º 3, 991-1015 <https://arxiv.org/abs/1603.04246>.

Villatoro, F. R. (2022), «Medallas Fields 2022 para Maryna Viazovska, James Maynard, June Huh y Hugo Duminil-Copin», *La ciencia de la mula Francis,* 5 julio 2022, <https://francis.naukas.com/2022/07/05/medallas- fields-2022-para-maryna-viazovska-james-maynard-june-huh-y-hugo-duminil-copin/>.

Wikipedia, «Maryna Viazovska» [Consultado el 5 de agosto de 2022], <https://en.wikipedia.org/wiki/Maryna_Viazovska>.

Marta Macho Stadler
Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea
<marta.macho@ehu.eus>

1 Cita original: «Tyrants cannot stop us from doing mathematics. There is at least something they cannot take away from us». Vista en LIN and KLARREICH.

2 La Escuela Politécnica Federal de Lausana (École polytechnique fédérale de Lausanne) es una de las instituciones europeas líderes en ciencia y tecnología.

3 La Medalla Fields es una distinción que concede desde 1936 la Unión Matemática Internacional (IMU) cada cuatro años a matemáticos que hayan realizado aportaciones relevantes y que no superen los 40 años. Más información: < https://www.mathunion.org/imu-awards/fields-medal>.

4 Los problemas de empaquetamiento de esferas tratan de la disposición de esferas del mismo tamaño y dimensión n en el espacio euclídeo de la misma dimensión. Se busca la manera óptima de colocarlas para que rellenen la mayor porción posible del espacio. Esta porción de espacio rellenado se denomina densidad del empaquetamiento. En dimensión 1, como una esfera es un segmento, la densidad es 1. En dimensión 2 la densidad es de $\pi/\sqrt{12}$, y en dimensión 3 de $\pi/\sqrt{18}$. Hasta las aportaciones de Maryna Viazovska en 2016 (para las dimensiones 8 y 24) no se habían resuelto más casos. Más información: <https://en.wikipedia.org/wiki/Sphere_packing>.

5 LIN and KLARREICH.

6 El título de Candidato de Ciencias es un primer título científico de posgrado en algunos países del antiguo bloque del Este. Se concede por investigaciones originales que supongan una contribución significativa en un campo de estudio.

7 Página web de Don Zagier (1951): <https://people.mpim-bonn.mpg.de/zagier/>.

8 Su título es Modular Functions and Special Cycles. <https://www.mathgenealogy.org/id.php?id=201884>.

9 Ver <https://en.wikipedia.org/wiki/Modular_form#Modular_functions>.

10 Ver < https://en.wikipedia.org/wiki/Kepler_conjecture>.

11 Johannes Kepler (1571-1630) fue un astrónomo y matemático conocido fundamentalmente por sus leyes sobre el movimiento de los planetas en su órbita alrededor del Sol. Más información: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Kepler/>.

12 Puede leerse una traducción al castellano en: Johannes Kepler, De la nieve sexángula, traducción de Vidal González Sánchez, Encasa, 2010. El original en latín puede descargarse en formato pdf en este enlace: < https://www.xtal.iqfr.csic.es/Cristalografia/archivos_01/strena-seu-de-nive-sexangula.pdf>.

13 Thomas Harriot (1560-1621) fue un matemático y astrónomo británico. Más información: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Harriot/>.

14 Walter Raleigh (1552-1618) fue un marino, escritor y político británico. Entre otros, en 1595 organizó una expedición a la Guayana española con intención de encontrar El Dorado y participó en la batalla de Cádiz de 1587.

15 La entrevista original <https://ua.livejournal.com/1865550.html> está en ucraniano. La que aparece en este texto es una adaptación de la traducción automática de Google.

16 Tom Hales (1958) es un matemático especialista en teoría de la representación (son reconocidas sus aportaciones al denominado programa de Langlands y a la demostración del lema fundamental sobre el grupo Sp(4), geometría discreta (estableció la conjetura de Kepler sobre la densidad del empaquetamiento de esferas y la conjetura del panal de abeja; ver <https://es.wikipedia.org/wiki/Conjetura_del_panal_de_abeja>) y la verificación formal (en 2014 anunció la finalización del Proyecto Flyspeck que comprobó formalmente la exactitud de su prueba de la conjetura de Kepler). Su página web: <https://sites.google.com/site/thalespitt/>.

17 Hales; T., A proof of the Kepler conjecture. Ann. of Math. 162 (2005), no. 3, 1065–1185 <https://annals.math.princeton.edu/wp-content/uploads/annals-v162-n3-p01.pdf>.

18 Hales; T. et al. (son 21 autores), A formal proof of the Kepler conjecture, Forum of Mathematics, Pi (2017), Vol. 5, e2, 29 pages, doi:10.1017/fmp.2017.1 <https://www.cambridge.org/core/services/aop-cambridge-core/content/view/78FBD5E1A3D1BCCB8E0D5B0C463C9FBC/S2050508617000014a.pdf/a-formal-proof-of-the-kepler-conjecture.pdf>.

19 Viazovska; M., The sphere packing problem in dimension 8, Ann. of Math. 185 (2017), no. 3, 991-1015 < https://arxiv.org/abs/1603.04246>.

20 Más información: <https://en.wikipedia.org/wiki/E8_lattice>.

21 Más información: < https://en.wikipedia.org/wiki/Almost_holomorphic_modular_form>.

22 Henry Cohn es un matemático especialista en matemática discreta, incluyendo sus aplicaciones a la computación y la física. Es investigador senior en Microsoft Research y profesor en el Massachusetts Institute of Technology (MIT). Su página web: <https://cohn.mit.edu/>.

23 Más información: <https://en.wikipedia.org/wiki/Leech_lattice>.

24 Cohn; H., Kumar; A., Miller; S. D., Radchenko; D. And Viazovska; M., The sphere packing problem in dimension 24. Ann. of Math. 185 (2017), no. 3,1017-1033 <https://arxiv.org/abs/1603.06518>.

25 Maryam Mirzakhani (1977-2017) fue la primera mujer en ganar una Medalla Fields. Para saber más sobre ella: [Macho Stadler; M., Maryam Mirzakhani: curiosidad, talento y humildad, Revista *Suma* 87, En la sección Mujeres matemáticas: rompiendo moldes (marzo 2018) 71-75].

26 Grigori Perelman (1966) es un matemático especialista en geometría riemanniana y topología geométrica. Más información: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Perelman/>.

27 Jaume Aguadé (1953). Su página web: <https://mat.uab.cat/~aguade/>.