

VERSIÓN INGLESA

# Una publicación de la ATM: Ideas para practicar matemáticas en el aula

Maite Aranés Maza

**SUMA** núm. 102  
pp. 113-118

Artículo solicitado por *Suma* en julio de 2022 y aceptado en septiembre de 2022

Continúo con la temática de la reseña anterior, las tareas en el aula de matemáticas. En esta ocasión he decidido investigar una publicación de la ATM (Association of Teachers of Mathematics). El NCTM americano y sus publicaciones son bastante conocidos, pero quizás no se habla tanto de las asociaciones británicas. Voy a comenzar por tanto dando algo de contexto para el libro «Practising Mathematics». En el Reino Unido existen varias asociaciones profesionales relacionadas con la educación matemática, aunque tienen planes para unificarse en un sólo organismo en los próximos años. Las más «populares» son la MA (Mathematical Association), establecida en 1871, y la ATM, creada por un grupo de profesores liderados por Caleb Gattegno en 1952.

En la página web de la ATM podemos encontrar una lista de los objetivos de la asociación y unos breves párrafos sobre sus principios. La lista de objetivos, relacionada con la mejora de la enseñanza

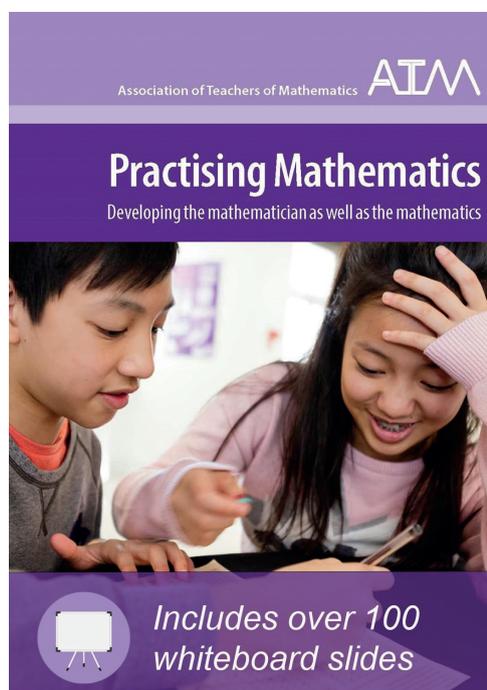


Figura 1. Tom Francombe and Dave Hewitt, 92 páginas (2017)

y aprendizaje de las matemáticas, contiene pocas sorpresas: promover la comprensión y disfrute de las matemáticas, compartir estrategias y prácticas de enseñanza y aprendizaje, mejorar la comprensión de los procesos de aprendizaje de las matemáticas, etc. Quizás dónde se aprecia mejor la filosofía de la ATM es en sus principios («guiding principles»). Consideran que el papel del docente está subordinado al alumnado, y tiene el deber de buscar la mejor manera de desarrollar el poder de aprendizaje del alumnado. La enseñanza y el aprendizaje son actividades cooperativas, y se debe promover una actitud inquisitiva y a la vez atenta a las contribuciones de los demás.

The power to learn rests with the learner. Teaching has a subordinate role. The teacher has a duty to seek out ways to engage the power of the learner.

It is important to examine critically approaches to teaching and to explore new possibilities, whether deriving from research, from technological developments or from the imaginative and insightful ideas of others.

Teaching and learning are co-operative activities.

Encouraging a questioning approach and giving due attention to the ideas of others are attitudes to be encouraged. Influence is best sought by building networks of contacts in professional circles.

Los principios de la ATM subrayan además la importancia de examinar de forma crítica estrategias y métodos en la enseñanza de las matemáticas. Esto enlaza con su convicción de que los miembros de la asociación deben tener una parte activa en este proceso, que incluyen de forma explícita en sus objetivos de investigación y desarrollo.

With this in mind, ATM members have a role in examining new approaches and possibilities around mathematics teaching; arrived at via research, technological developments, or educators' imaginative and insightful ideas.

En esta línea, los autores de «Practising Mathematics» son miembros de la ATM. Ambos han sido docentes de secundaria, aunque en la actualidad se dedican principalmente a la investigación de la didáctica de las matemáticas y a la formación del profesorado.

Si pasamos un rato examinando el catálogo de la ATM, vemos que «Practising Mathematics» encaja perfectamente con el resto de sus publicaciones. Los libros de la ATM tienden a ser de carácter muy práctico, en general ofreciendo ideas para actividades, diálogos matemáticos, resolución de problemas, aproximaciones a distintas áreas de las matemáticas, etc. En este caso, los autores comienzan con una breve introducción y justificación del libro, y dedican la mayoría del texto a la exposición de sus propuestas de tareas para el aula.

Dave Hewitt y Tom Francome empiezan pues con una breve declaración de sus objetivos para el aula de matemáticas. Como profesores de matemáticas sienten que es necesario desarrollar la actitud matemática en el alumnado, es decir, crear un clima en el que se propongan preguntas, se hagan conjeturas, se trabaje sistemáticamente, se busquen patrones y se comuniquen y justifiquen ideas. Opinan que en este proceso es importante el uso de tareas abiertas (del tipo «bajo suelo y techo alto» por ejemplo). Sin embargo reconocen que vamos a encontrar situaciones en las que es preciso que el alumnado practique alguna técnica o procedimiento específicos, siempre manteniendo en mente que no es conveniente trabajar ningún aspecto de las matemáticas como parte aislada del resto. Su intención con «Practising Mathematics» es dar una posible respuesta a esta necesidad.

We want learners to be able to ask their own questions and work on their own mathematics and not just our mathematics. Whilst this all sounds very noble, there are situations when we need learners to practise some particular skill—developing fluency with various techniques is an important part of mathematics education, as is making connections within the curriculum.

A continuación los autores dedican unas páginas a hablar de «práctica». Observan que una parte importante de la actividad en el aula suele estar dedicada a «practicar» y quizás el profesorado no considera con demasiada frecuencia la naturaleza de estos ejercicios de práctica. Comentan que los libros de texto son una fuente importante de lo que llamaríamos ejercicios para practicar, pero que en general encon-

tramos en ellos un tipo de actividad algo limitado: ejercicios parecidos, que normalmente no ofrecen conexiones con otras áreas de las matemáticas, y en ocasiones hasta se elimina la necesidad de escoger el algoritmo o herramienta más apropiado para su resolución. En opinión de los autores, sin descartar este tipo de actividad para determinadas ocasiones, es preciso preguntarse si exponer al alumnado a otros tipos de práctica no podría ser beneficioso.

Textbooks and worksheet schemes are one of the most easily accessible and widely available sources of practice questions and tasks for teachers. (...) the activities tend to offer a similar learning experience for learners: questions are step-by-step in nature and exercises often begin with simpler tasks and get progressively harder. The questions are not often connected in any other way other than that they are designed to practise a particular area of mathematics. Furthermore, some of the important mathematical work of figuring out what tools are required for a particular problem is removed by explicitly telling learners what they need to use.

Hewitt y Francome proponen como una posible alternativa lo que ellos llaman «practicar durante el desarrollo» (practice through progress). Para explicar los principios en los que basan su propuesta es preciso hablar de atención, más concretamente a qué aspectos atiende el alumnado durante la realización de una actividad. La premisa de los autores es que es posible desplazar el foco de atención del alumnado de forma que las matemáticas que queremos que practiquen y consoliden estén subordinadas a otro propósito.

Attention is a key consideration when thinking about practice. If learners answer questions of the type found in many textbooks, all the attention is on answering the question and (hopefully) getting the correct answer. It is possible to shift the focus of attention so that the mathematics you would like learners to practise and develop their fluency with is subordinated to some other purpose.

Defienden además que con su «practice through progress» se evita esa situación en la que el alumnado no avanza en ningún otro sentido mientras practica determinado algoritmo o procedimiento. Sucede a menudo que debemos pasar a un tema nuevo a pesar

de que el alumnado no ha terminado de consolidar algún aspecto del currículo. Su propuesta es ir incluyendo la práctica de estos aspectos dentro de las actividades de los temas nuevos. Por ejemplo, la multiplicación de fracciones puede practicarse en un contexto de cálculo de áreas (figura 2); posteriormente, dentro de un tema de gráficas lineales, podemos incluir actividades en las que sea necesario multiplicar fracciones o calcular áreas de figuras planas (figura 3). Es decir, en este caso la multiplicación de fracciones aparece subordinada al cálculo de áreas o la ecuación de la recta. Además, aparte de asegurarnos de que el alumnado tiene la oportunidad de consolidar habilidades o procedimientos, de esta forma se consigue también conectar distintos elementos del currículo.

A consequence of practice through progress is that you are never teaching only one thing at a time. You may have a particular focus on a new topic but you have also built into your planning the continual practice of another part of the curriculum. This helps link the mathematics curriculum together as work on one topic is seen to be used and applicable to another.

Aparte de avanzar en el currículo, otro aspecto en el que inciden los autores es desarrollar competencias

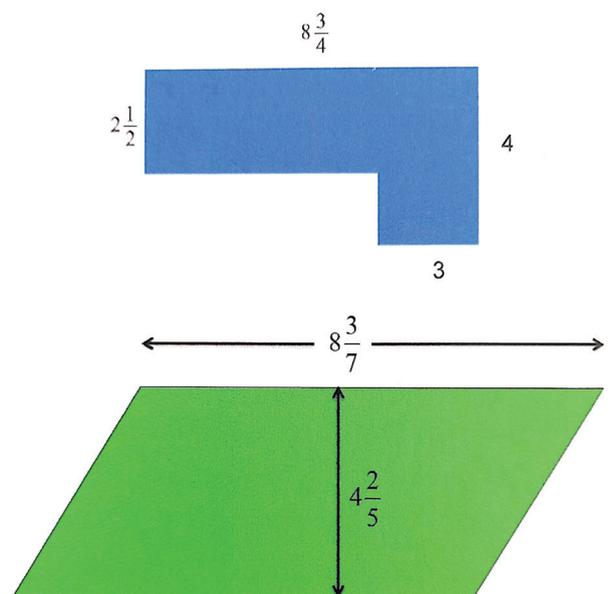


Figura 2. Problemas de cálculo de áreas en los que hay que operar con fracciones

matemáticas a la vez que se practica. Por ejemplo, después de trabajar el producto de números naturales se puede proponer una tarea como la de la figura 3. El alumnado tiene la oportunidad de conjeturar, generalizar y justificar razonamientos matemáticos, a la vez que practica la multiplicación de números naturales. Hewitt y Francome destacan además que en este tipo de actividad el alumnado dispone de cierta libertad de elección a la hora de abordar la solución, y además puede adaptarse o extenderse con facilidad. En este caso se puede comenzar con 3 dígitos (un número de dos cifras por uno de una cifra) si el problema original resulta demasiado complejo, o podemos intentar generalizar a otras situaciones (producto de 3 números, más cifras, etc) una vez se ha resuelto.

Más o menos con esto queda resumido el apartado de justificación de los autores. El resto del libro consiste

en una colección de tareas que pueden servir para llevar a cabo esta «práctica durante el desarrollo». Las tareas están organizadas por bloques o áreas temáticas, con la idea de ayudar al docente: número; razones, proporciones y tasas de cambio; álgebra; geometría; probabilidad y estadística. En algunos casos nos encontramos con actividades más elaboradas, y en algún otro se trata simplemente de un enlace a nrich; en la mayoría encontramos dos o tres párrafos en los que se plantea una situación y se sugieren posibles preguntas para desarrollar su estudio. Ocasionalmente los autores son realmente escuetos. Por ejemplo, la tarea «Hypotenuse» nos la cuentan en tres frases: «La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 25 cm. Encuentra posibles valores para los catetos. Representa estos valores en unos ejes cartesianos».

Debo mencionar que el libro en papel, que incluye algunos fotocopiables en las últimas páginas, se acompaña por un pdf con más material que puede ser útil para desarrollar algunas de las tareas (aunque la gran mayoría se pueden hacer sin fotocopiar nada). Por ejemplo, para realizar la tarea «Expression Cards» (figura 5) el alumnado necesita unas tarjetas con expresiones; aunque pueden hacerse «a mano» perfectamente, tenemos disponible una versión fotocopiable.

En varias de las propuestas hay un elemento de trabajo en parejas. Por ejemplo, en la tarea «Sine and Cosine Rule – Dotty Paper» (figura 6), el alumnado debe dibujar un triángulo cualquiera uniendo 3 puntos en papel cuadrículado, calcular la longitud de los lados y después aplicar los teoremas del seno y el coseno para determinar el valor de todos los ángulos. Después de

**1. Completa la tabla de valores para la gráfica  $y = \frac{2}{3}x + 2$ :**

$x$	-2	$-\frac{4}{5}$	0	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	2
$y$						

**2. Las cuatro rectas siguientes delimitan un paralelogramo. Dibuja las rectas y calcula el área del paralelogramo.**

$$y = 2x + 3\frac{2}{5} \qquad y = 2x - 1$$

$$y = 4 \qquad y = 1\frac{1}{7}$$

**3. Determina las ecuaciones de cuatro rectas que forman un paralelogramo de área once y cinco octavos. Y otro... Y otro...**

Figura 3. Ejercicios sobre gráficas lineales propuestos en el texto (traducidos), en los que es preciso operar con fracciones y realizar cálculos de áreas

**Choose five different digits.**

**What combination gives the biggest product?**

**Is there a strategy for any five digits?**

Figura 4. Producto de números naturales

comprobar si sus resultados son correctos tomando medidas en el dibujo, el alumnado intercambia la medida de los tres ángulos y uno de los lados, y debe intentar averiguar la longitud de los otros dos lados del triángulo recibido.

En algunas casos encontramos el mismo punto de partida en distintas tareas, que luego toman direcciones distintas (por ejemplo, hay varias tareas en las que se comienza calculando longitudes en un geoplano  $3 \times 3$ , para luego trabajar con perímetros, ángulos, radicales, Pitágoras, etc, según convenga). También encontramos algún juego («Juniper Green» para practicar múltiplos y divisores, «Squares Game» para trabajar coordenadas y perpendiculares, etc), y algunas actividades con instrucciones más elaboradas («Negabinary Addition» donde intervienen enteros

$x + 2$	$3x + 1$
$2x$	$x$
$x - 4$	$3x$
$x + 5$	$5 - x$

Figura 5. Las instrucciones de la tarea «Expression Cards» para el alumnado son: «Escoge un valor de  $x$ . Ordena las cartas de menor a mayor según su resultado para dicho valor. Escoge otro valor de  $x$ : ¿es preciso re-ordenar las cartas? ¿cuáles? Prueba distintos valores de  $x$ . Encuentra un par de expresiones tales que una siempre será menor que la otra independientemente del valor escogido para  $x$ . ¿Puedes encontrar otra pareja de expresiones con esta propiedad?...»

y potencias de 2, «Do we meet?» para trabajar con vectores, etc).

Como veis, se trata de una publicación de carácter muy práctico. La presentación del libro ya en sí misma es una indicación, puesto que viene encuadernado en espiral y está impreso en papel grueso tipo cartulina. Personalmente me ha parecido que tal y como pretenden los autores, el libro puede ser una herramienta de utilidad para el docente. En ese sentido, veo quizás dos aspectos mejorables. Uno de ellos es que el libro cuenta con índice de los temas que se van tratando, pero no de las tareas en sí. Es decir, si quieres trabajar «Notación algebraica» sabes que en la página 37 hay sugerencias; pero si recuerdas que había una tarea interesante con rombos y cuadrados en la que se trabajaban además coordenadas y ecuación de la recta (el nombre de la misma es «Squares and Rhombi»), es difícil localizarla por temática (en este caso está en el apartado de sistemas

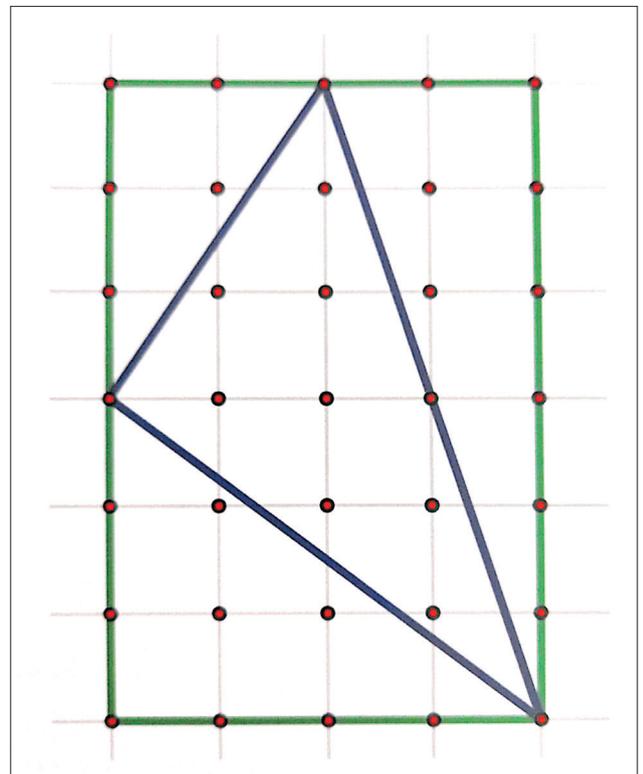


Figura 6. Punto de partida para la tarea «Sine and Cosine Rule – Dotty Paper». El alumnado debe dibujar un triángulo cualquiera en papel cuadrículado (o de puntos)

de ecuaciones). Este es un problema recurrente porque son muchas las actividades en las que se trabaja más de un aspecto matemático. La otra cuestión es que no se ofrecen soluciones o comentarios a las preguntas propuestas. Por supuesto todos somos

capaces de explorar y/o resolver (cuando tienen solución cerrada) las actividades que se plantean, pero en el día a día a veces no se dispone del tiempo necesario para investigar a fondo una tarea antes de decidir si utilizarla o no.

---

**Maite Aranés Maza**

IES de Villanueva de Gállego,  
Villanueva de Gállego (Zaragoza)  
<maite.aranes@gmail.com>