DEL MMACA AL AULA

Dados MMACOS

MMACA

SUMA+ núm. 103
pp. 81-86
Artículo solicitado por *Suma* en noviembre de 2022 y aceptado en enero de 2023

Dentro de la matemática recreativa y divulgativa, la magia matemática (o *matemagia*) juega un papel muy interesante y atractivo. Como bien es conocido, en el MMACA nos encanta jugar, manipular, investigar e inventar, y, por supuesto, sorprender. Así es como surgieron los dados que os traemos en este artículo.

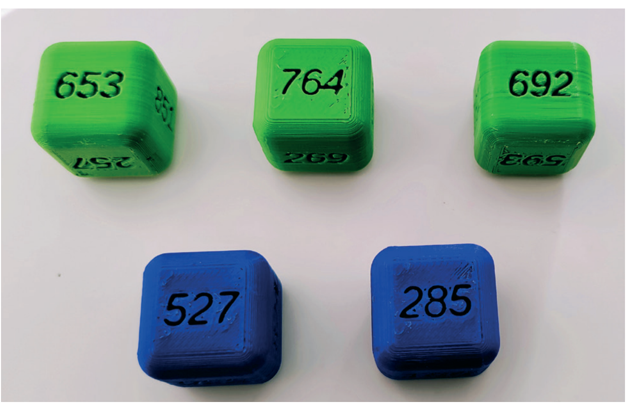

Figura 1. Dados MMACOS

Unos dados muy especiales que os convertirán en magos y magas, y harán las delicias de todo el mundo cuando los presentéis. No es magia negra, sino matemáticas… Pero este es un secreto que deberá descubrir por su cuenta nuestro público.

Dados MMACOS

El juego es un efecto de mentalismo donde hay cinco dados cúbicos con seis números diferentes de tres cifras en cada dado. Los dados se lanzan y seréis capaces de:

1. Calcular la suma de los números que resultan de lanzar los dados de una manera mágicamente rápida.
2. Adivinar la suma de los cinco números de las caras que *no* se ven.

3. Apilar los dados formando una torre y adivinar la suma de las caras que no se ven (solamente para los más atrevidos).

Y todo esto con tres niveles de dificultad: con los 2 dados azules, con 3 dados verdes o con todos los dados a la vez.

Sorprendente, ¿no os parece? Añadid una buena presentación y tendréis un efecto de magia matemática muy interesante.

Sin más dilación, os enseñamos los dados y la realización de los efectos anteriormente citados, para después hacer un análisis de las matemáticas que hay involucradas.

Los cinco dados están constituidos y dispuestos de la siguiente manera:

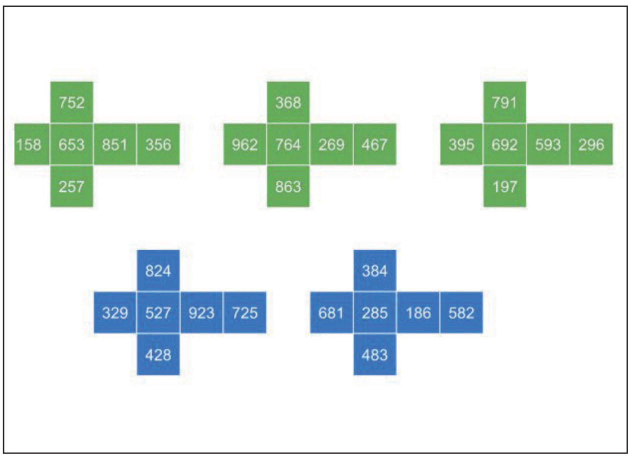

Figura 2. Desarrollo plano de los dados MMACOS

Efectos mágicos

EFECTO 1: CÁLCULO DE LA SUMA

Anuncia que tienes unos poderes especiales que hacen que puedas calcular sumas de números de forma ultrarápida. Para hacer una demostración utilizarás los Dados MMACOS.

Un espectador tira los 5 dados y se le pide que con ayuda de una calculadora sume los 5 números que han quedado en los dados. ¡Tú dices el resultado de la suma casi inmediatamente y mucho antes de que el espectador lo haga con la calculadora!

¿Cómo?

1. Haz la suma de las *unidades* de los 5 números que han salido = CD
2. Haz la diferencia a 50. Es decir, calcula (50 − CD) = AB
3. El resultado de la suma será el número formado por los pasos anteriores en orden inverso = ABCD

Observación:

En el caso que al calcular CD en el paso 1 salga un solo dígito, hay que añadir un «0» delante. Es decir, si CD = 7 se tomará CD = 07.

Ejemplo:

Figura 3. Ejemplo del efecto 1

75**2**, 19**7**, 96**2**, 48**3**, 92**3**

1) CD = 2 + 7 + 2 + 3 + 3 = 17
2) AB = 50 − 17 = 33
3) La suma es ABCD = 3317

Las matemáticas que se esconden tras este efecto

Supongamos que numeramos los dados del 1 al 5, de manera que llamaremos $x_i y_i z_i$ a un número cualquiera del Dado «*i*» (con $i = 1, 2, 3, 4, 5$).

Tiramos los cinco dados y queremos que el resultado de la suma (ABCD) cumpla que AB = 50 − CD (es decir, AB + CD = 50), donde CD = suma de las unidades (A, B, C, D son dígitos).

Para ello, supongamos que tenemos 5 números cualquiera de tres cifras y los sumamos con el algoritmo tradicional de la suma. Dos condiciones son necesarias:

a) Para que la suma de sus unidades coincida con los dos últimos dígitos de la suma total (CD), se debe forzar que la suma de los dígitos de las decenas $y_1+y_2+y_3+y_4+y_5$ sea un número acabado en «0» (nosotros elegimos que sumaran 30).

b) A partir de aquí, si la suma de las decenas $y_1+y_2+y_3+y_4+y_5 = 30$, entonces tengo que pensar que «me llevo 3» a la suma de las centenas (recordad el algoritmo de la suma).

Escribiendo estas dos condiciones matemáticamente, los números que se eligen para los dados deben cumplir que:

1. $y_1+y_2+y_3+y_4+y_5 = 30$
2. Para que AB + CD = 50 (recordad que «me llevo 3» del paso anterior):

$$(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+3) + (z_1+z_2+z_3+z_4+z_5) = 50, \text{ es decir,}$$

$$(x_1+z_1) + (x_2+z_2) + (x_3+z_3) + (x_4+z_4) + (x_5+z_5) = 47$$

Y ahora se trata de elegir para cada dado, las ternas $x_i y_i z_i$ para que cumplan con las condiciones anteriores.

Para los Dados MMACOS se eligió:

Dado 1: $y_1 = 5; x_1+z_1 = 9$
Dado 2: $y_2 = 9; x_2+z_2 = 8$
Dado 3: $y_3 = 6; x_3+z_3 = 11$
Dado 4: $y_4 = 8; x_4+z_4 = 7$
Dado 5: $y_5 = 2; x_5+z_5 = 12$

Para clarificar esto, fijaos en los números que componen el dado 1: las decenas siempre es 5, y la suma de unidades + centenas de los seis números que lo forman siempre es 9. Además, para poder adivinar la suma de las caras opuestas (las que no se ven), hemos colocado el mismo número con las cifras en orden invertido.

Ya os he mencionado que nos inclinamos por esta distribución de números porque así, utilizando solo dos o tres dados también se puede calcular la suma rápidamente utilizando el mismo método. De esta manera se puede tener un efecto con tres niveles de dificultad.

EFECTO 2: ADIVINACIÓN DE LA SUMA OCULTA

Anuncia que tienes unos poderes especiales que hacen que puedas adivinar algunas sumas de números sin verlos previamente y de forma casi inmediata. Para hacer una demostración usarás los Dados MMACOS.

Una espectadora tira los 5 dados. Tú dices rápidamente el resultado de la suma de los números que están tocando en la mesa, es decir, ¡que no se ven! La espectadora gira los dados y con ayuda de una calculadora verifica que efectivamente has acertado: ¡magia pura!

¿Cómo?

1. Haz la suma de las CENTENAS de los 5 números que están a la vista = C'D'
2. Haz la diferencia a 50. Es decir, calcula 50 − C'D' = A'B'
3. El resultado de la suma será el número formado por los pasos anteriores en orden inverso = A'B'C'D'

Ejemplo:

Figura 4. Ejemplo del efecto 2

752, **1**97, **9**62, **4**83, **9**23

1. C'D' = 7 + 1 + 9 + 4 + 9 = 30
2. A'B' = 50 − 30 = 20
3. La suma de caras ocultas será A'B'C'D' = = 2030

Las matemáticas que se esconden tras este efecto

Como los números de caras opuestas están invertidos respecto a sus cifras, todas las propiedades se mantienen igual y así, para saber la suma de las caras no vistas, basta con hacer lo mismo, pero sumando las centenas de los números que se ven, ya que:

Suma de centenas de caras vistas =
= Suma de unidades de caras no vistas.

EFECTO 3: APILAMIENTO DE DADOS

Anuncia que tienes unos poderes especiales que hacen que puedas «ver» a través de algunos materiales en algunas condiciones especiales, pero es un ejercicio que necesita mucha concentración porque no es fácil. Para hacer una demostración utilizarás los Dados MMACOS.

Haz que una espectadora coja los 5 dados y los apile, es decir, haga una columna de dados. Anuncia que podrás calcular la suma de los números de todas las caras que han quedado ocultas (las 9 caras que no se ven). Te concentras y dices el resultado de la suma. ¡La espectadora comprueba con ayuda de una calculadora que efectivamente lo has acertado!

Se puede repetir todas las veces que se desee porque los resultados son diferentes.

¿Cómo?

Una vez que los dados están apilados, mira el número que ha quedado en lo más alto. La suma del resto de caras que no se ven (en total 9) será:

$$\text{Suma} = 5347 - (\text{cara vista})$$

Ejemplo:

Figura 5. Ejemplo del efecto 3

Si la cara vista es 483, la suma del resto de caras que no se ven será:

$$5347 - 483 = 4864$$

Las matemáticas que se esconden tras este efecto

Apilamos los cinco dados formando una torre. Vamos a calcular la suma de todas las caras vistas y no vistas, es decir, ABCD + A'B'C'D' (sean cuales sean los números ABCD y A'B'C'D').

Sabemos que AB=50−CD y A'B'=50−C'D', puesto que así se construyeron. De esta manera:

$$\begin{gathered} ABCD + A'B'C'D' = (100\cdot AB + CD) + \\ + (100\cdot A'B' + C'D') = [100\cdot(50 - CD) + \\ + CD] + [100\cdot(50 - C'D') + C'D'] = \\ = 100\cdot(50-CD + 50-C'D') + (CD + C'D') = \\ = 10000 - 99\cdot(CD + C'D') = \\ = 10000 - 99\cdot 47 = 5347^{1} \end{gathered}$$

Así, al mirar la cara superior del primer dado, se adivina la suma de las caras que no se ven restando de 5347.

Versiones

Versión para dos dados utilizando solamente los dados azules, cuya cifra central es un 2 y un 8 (ver figura 2):

- —Efecto 1: Se hace exactamente lo mismo sustituyendo el número 50 por el 20.
- —Efecto 2: Se hace exactamente lo mismo sustituyendo el número 50 por el 20.
- —Efecto 3: Se hace exactamente lo mismo sustituyendo el número 5347 por el 2119.

Versión para tres dados utilizando solamente los dados verdes, cuya cifra central es un 5, un 9 y un 6 (ver figura 2):

- —Efecto 1: Se hace exactamente lo mismo sustituyendo el número 50 por el 30.
- —Efecto 2: Se hace exactamente lo mismo sustituyendo el número 50 por el 30.
- —Efecto 3: Se hace exactamente lo mismo sustituyendo el número 5347 por el 3228.

Es un interesante ejercicio, hacer las comprobaciones para las versiones de 2 y 3 dados adaptando las demostraciones hechas para los 5 dados.

Generalización

En general, si tenemos «*k*» dados (con el número de caras que se quiera), para crear los números de tres cifras $x_i y_i z_i$, se deben cumplir las siguientes dos condiciones:

1) $\Sigma_{(i=1,\,k)}\ y_i = 10a$
2) $\Sigma_{(i=1,\,k)}\ (x_i + z_i) = N - a$

De esta forma, para calcular la suma de los números en la manera que se explicó en el efecto, se emplea la diferencia a «N».

En el caso de los Dados MMACOS, se utilizó:

$a = 3$, N = 50 para los cinco dados
$a = 1$, N = 20, para dos dados
$a = 2$, N = 30, para tres dados

Como se puede ver, es una idea absolutamente versátil: no hace falta que se usen 5 dados (podrían ser más o menos) y ni siquiera hace falta usar dados (podrían ser papelitos en una bolsa o tarjetas). Tampoco hace falta que cada condición la compongan 6 números (podrían ser más o menos). Todo esto ofrece un gran margen de elección para crear diferentes efectos basados en el mismo principio, que además se puede repetir cuantas veces se quiera, puesto que el resultado es diferente en cada tirada (con 5 dados habría, potencialmente, $6^5 = 7776$ resultados diferentes!… Aunque en realidad hay algunos menos, ¿podrías calcular cuántos?).

En definitiva, ¿A qué esperáis para crear vuestro propio juego de matemagia?

Referencias bibliográficas

Islands of maths, <https://islandsofmath.wordpress.com/2015/01/20/di-ciphering-dice> [Versión original y explicación.]

<https://www.magicmgmt.com/gary/oi/index.php?iframe=https://www.magicmgmt.com/gary/dice/heath_dice.html> [Versión interactiva de la versión original.].

https://www.magicmgmt.com/gary/oi/index.php?iframe=https://www.magicmgmt.com/gary/dice/heath_dice_expanded.html [Extensión a 8 dados.]

MMACA
Museu de Matemàtiques de Catalunya,
Cornellá de Llobregat (Barcelona)
<contacte@mmaca.cat>

1 Ya que CD + C'D' = Suma unidades + Suma centenas = Suma ($xi+zi$) = 47, para cualquier i.