

## MUJERES MATEMÁTICAS: ROMPIENDO MOLDES

# Tatiana Ehrenfest-Afanásieva y Tatiana Pavlovna van Aardenne-Ehrenfest, madre e hija unidas por las matemáticas

Marta Macho Stadler

**SUMA** núm. 104  
pp. 55-59

Artículo solicitado por *Suma* en abril de 2023 y aceptado en junio de 2023

Son frecuentes las parejas de científicos que se han cimentado tras coincidir durante la época de estudios. Y también es usual que las hijas e hijos de estas parejas, influidas por la educación y el ejemplo de sus familias, decidan optar por la actividad científica.

La historia de hoy se centra en una de esas parejas, en particular en dos matemáticas, madre e hija, ambas llamadas Tatiana.

### Tatiana Ehrenfest-Afanásieva (1876-1964)

Tatiana Afanásieva nació en Kiev<sup>1</sup> el 19 de noviembre de 1876. Era hija de Aleksánder Afanásiev, un ingeniero que trabajaba en los ferrocarriles del Imperio Russo. De niña, Tatiana acompañaba a su padre en muchos de sus viajes. Lamentablemente, en las referencias consultadas no se nombra en ningún momento a su madre. Afanásiev falleció siendo su hija aún muy pequeña y

(quizás era viudo?) Tatiana se vio forzada a trasladarse a vivir a San Petersburgo con su tío Píter Afanásiev, profesor del Instituto Politécnico, y su esposa Sonia. Estudió en la Escuela Normal de San Petersburgo, especializándose en matemáticas y ciencias.

Tras graduarse, ingresó en la Universidad de Mujeres en San Petersburgo. En este centro tuvo como profesor al físico Orest Danílovich Jvolson<sup>2</sup>, que llegaría a ser un científico de gran prestigio.

En 1902, Tatiana viajó a la Universidad de Gotinga para continuar con sus estudios. Pudo asistir a los cursos de los matemáticos Felix Klein<sup>3</sup> y David Hilbert<sup>4</sup>. Allí conoció a Paul Ehrenfest<sup>5</sup>, con quien se casaría dos años más tarde.

Ehrenfest había llegado a Gotinga desde Viena en 1901 para, como Afanásieva, acudir a los cursos impartidos por Klein y Hilbert. Al principio, estaba

sorprendido porque Tatiana no participaba en las reuniones del club de matemáticas. Desconocía el motivo por el que ocurría: las mujeres no tenían permitido asistir a esos encuentros. Tras numerosas protestas, consiguió que esta norma cambiara, y la relación entre Tatiana y Paul empezó a ser más estrecha.

Ehrenfest regresó a Viena para defender su tesis doctoral en junio de 1904. Tatiana abandonó Gotinga para casarse con Paul Ehrenfest, aunque antes debieron superar los problemas derivados de pertenecer a distintas religiones: Tatiana era ortodoxa rusa y Paul era judío. Ambos decidieron renunciar a sus respectivas religiones y se casaron a finales de diciembre de 1904 (figura 1).

El matrimonio permaneció en Viena y allí nació su primera hija, Tatiana Pavlovna, el 28 de octubre de 1905. La familia regresó a Gotinga en septiembre de 1906, esperando encontrar allí el trabajo que Paul no conseguía en su país de origen. Pero no lo logró.

A petición de Klein, el matrimonio Ehrenfest comenzó a trabajar en un artículo sobre mecánica estadística<sup>6</sup>, documento que no se publicó hasta 1912.

En 1907, el matrimonio se trasladó a San Petersburgo, a pesar de que ninguno de los dos tenía un puesto de trabajo allí. Era la ciudad en la que Tatiana se había criado; necesitaban encontrar un lugar en el que sentirse «como en casa». Además, Paul Ehrenfest,

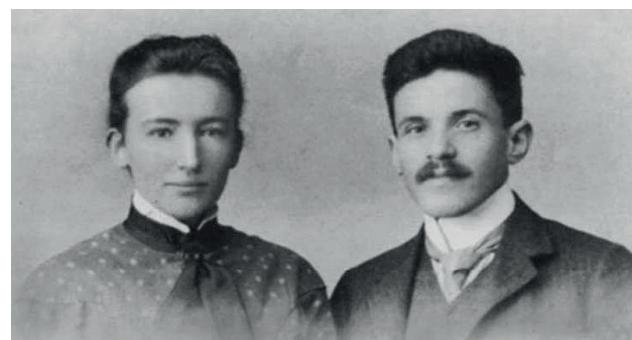


Figura 1. Tatiana Afanásieva y Paul Ehrenfest (1904)  
Fuente: Wikimedia Commons <[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tatyana\\_Afanassjewa\\_and\\_Paul\\_Ehrenfest.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tatyana_Afanassjewa_and_Paul_Ehrenfest.jpg)>

agobiado por el antisemitismo creciente de su país de origen, no veía Viena como una opción para asentarse con su familia. Los Ehrenfest vivieron cinco años en San Petersburgo. Durante ese tiempo organizaron reuniones informales, generalmente en su propia casa, para debatir sobre los últimos avances en física.

En esa época Paul Ehrenfest se centró en su propia investigación, mientras que Tatiana se involucró en un proyecto para reformar la enseñanza de las matemáticas en Rusia. Ambos continuaron, además, con la revisión de su artículo sobre mecánica estadística que tardó más de lo esperado en completarse; Klein les apremiaba, insistiendo en que solo se trataba de que dieran una visión general del tema.

Su segunda hija, Anna Galinka<sup>7</sup>, nació en julio de 1910 en San Petersburgo. Sin un puesto remunerado, el matrimonio vivía con serias dificultades económicas y dos niñas a su cargo.

Por fin, en 1912, los Ehrenfest publicaron en la revista *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*<sup>8</sup> el artículo que Klein les había encargado. Llevaba por título «Begriffe Grundlagen der statischen Auffassung in der Mechanik» y constaba de 88 páginas<sup>9</sup>; probablemente superó las expectativas de «visión general del tema» que les había solicitado Klein. En 1959 se publicó una traducción al inglés, *The conceptual foundations of the statistical approach in mechanics*<sup>10</sup>. En este trabajo, según una reseña escrita por el físico Nico van Kampen<sup>11</sup>, se daba «una discusión crítica de los fundamentos de la mecánica estadística (clásica), en particular el uso del concepto de “probabilidad”, el teorema H de Boltzmann<sup>12</sup>, las objeciones de Loschmidt y Zermelo<sup>13</sup> y los diversos intentos por superarlas, y la diferencia entre los enfoques de Boltzmann y Gibbs<sup>14</sup>. Dado que la teoría de los procesos irreversibles<sup>15</sup> se ha convertido en una rama importante de la mecánica estadística, esta discusión ha cobrado nuevo interés. Muchos lectores de habla inglesa podrán beneficiarse de la actitud crítica de los autores y la forma minuciosa en que reconocen y analizan las dificultades, en lugar de ocultarlas, en un formalismo simplificado».

## Las hijas e hijos del matrimonio Ehrenfest y las tragedias familiares

A finales de septiembre de 1912, Paul Ehrenfest recibió la noticia de que había sido nombrado profesor en Leiden (Países Bajos) para sustituir al físico Hendrik Antoon Lorentz<sup>16</sup> como profesor en la universidad de aquella ciudad. La familia se mudó a Leiden, donde, en 1915, nació su tercer hijo, Paul<sup>17</sup>, y tres años más tarde Vassily.

En los años 1920 Tatiana Afanásieva regresó a Rusia; allí enseñaba matemáticas y continuaba publicando artículos científicos. La pareja se reunía ocasionalmente.

Paul Ehrenfest comenzó a sufrir una depresión; siempre había tenido problemas de autoestima. Ante los rápidos cambios en la física teórica, a finales de la década de 1920, comenzó a sentirse anticuado y poco capaz. Tuvo un breve romance fuera de su matrimonio, del que se arrepintió poco después. A estos problemas se unió la situación de su cuarto hijo, con síndrome de Down, que padecía graves problemas físicos y mentales. El 25 de septiembre de 1933, Paul fue a visitar a Vassily al Instituto Waterink en el que estaba ingresado. Llevaba una pistola con la que disparó a su hijo y se suicidó. Vassily sobrevivió unas pocas horas a su padre.



Figura 2. Paul Jr. y Anna Galinka con Albert Einstein (hacia 1930). Paul Ehrenfest conoció a Einstein en una visita a Praga en 1912 y, en Leiden, lo recibía con frecuencia  
 Fuente: Wikimedia Commons <[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Albert\\_Einstein\\_met\\_Paul\\_en\\_Galinka\\_Ehrenfest.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Albert_Einstein_met_Paul_en_Galinka_Ehrenfest.jpg)>

Tatiana Afanásieva regresó a Leiden y allí pasó el resto de su vida. Aunque las tragedias familiares no terminarían allí; en 1939 su hijo Paul falleció en un accidente mientras esquiaba en los Alpes.

Tatiana Afanásieva desempeñó un importante papel en la educación matemática en los Países Bajos. Las discusiones sobre el enfoque intuitivo de la enseñanza de la geometría con Eduard Jan Dijksterhuis<sup>18</sup> llevaron a la aparición de una revista sobre la didáctica de las matemáticas.

Afanásieva continuó también publicando artículos en temas variados como mecánica estadística, la entropía, el papel de aleatoriedad en los procesos físicos<sup>19</sup> y la enseñanza de la geometría para niñas y niños<sup>20</sup>. Falleció el 14 de abril de 1964, con 87 años.

## Tatiana Pavlovna van Aardenne-Ehrenfest (1905-1984)

La hija mayor de Tatiana Ehrenfest-Afanásieva, Tatiana, nació en Viena el 28 de octubre de 1905. Pasó su infancia en San Petersburgo, hasta 1912 en la que la familia se trasladó a Leiden. Hasta 1917 fue educada en casa; después asistió al *Gymnasium*<sup>21</sup> en Leiden y aprobó los exámenes finales en 1922.



Figura 3. Tatiana Pavlovna van Aardenne-Ehrenfest en Leiden (1977)  
 Fuente: Wikimedia Commons <[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tatyana\\_van\\_Aardenne\\_Ehrenfest.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tatyana_van_Aardenne_Ehrenfest.jpg)>

Estudió matemáticas y física en la Universidad de Leiden. Como hicieron su madre y su padre en sus comienzos, en 1928 se trasladó a Gotinga donde asistió a los cursos de Harald Bohr<sup>22</sup> y Max Born<sup>23</sup>, del que posteriormente fue asistente.

Como su madre, Tatiana prefirió las matemáticas a la física y, el 8 de diciembre de 1931, defendió su tesis doctoral (*Oppervlakken met scharen van gesloten geodetische lijnen*<sup>24</sup>) en Leiden bajo la supervisión de Willem van der Woude<sup>25</sup>.

Sus principales contribuciones científicas se centraron en el estudio de sucesiones de De Bruijn<sup>26</sup>, el teorema de la discrepancia<sup>27</sup> y el teorema BEST<sup>28</sup> de teoría de grafos. Tatiana falleció 29 de noviembre de 1984.

## Referencias bibliográficas

de BRUIJN, N. G. (1985), «In memoriam T. van Aardenne-Ehrenfest, 1905–1984», *Nieuw Archief voor Wiskunde*, n.º 3, 235–236, <<http://alexandria.tue.nl/repository/freearticles/597575.pdf>>.

HALPERN, P. (2015), «The Tragic Fate of Physicist Paul Ehrenfest», *Medium*, n.º 10, febrero de 2015, <<https://medium.com/starts-with-a-bang/the-tragic-fate-of-physicist-paul-ehrenfest-93c946b05d0c>>.

MACHO, M. (2023), «Tatiana Afanásieva, de la mecánica estadística a la enseñanza de las matemáticas», *Mujeres con ciencia, Vidas científicas*, 22 de febrero de 2023, <<https://mujeresconciencia.com/2023/02/22/tatiana-afanásieva-de-la-mecanica-estadistica-a-la-ensenanza-de-las-matematicas/>>.

O'CONNOR, J. J., y E. F. ROBERTSON (2023), «Tatiana Ehrenfest-Afanassjewa», *MacTutor History of Mathematics archive*, University of St Andrews, <<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Ehrenfest-Afanassjewa/>> [consultado el 20 de febrero de 2023].

WIKIPEDIA, *Tatyana Afanasyeva*, <[https://en.wikipedia.org/wiki/Tatyana\\_Afanasyeva](https://en.wikipedia.org/wiki/Tatyana_Afanasyeva)> [consultado el 4 de abril de 2023].

WIKIPEDIA, *Tatyana Pavlovna Ehrenfest*, <[https://en.wikipedia.org/wiki/Tatyana\\_Pavlovna\\_Ehrenfest](https://en.wikipedia.org/wiki/Tatyana_Pavlovna_Ehrenfest)> [consultado el 7 de abril de 2023].

---

## Marta Macho Stadler

Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea  
 <[marta.macho@ehu.eus](mailto:marta.macho@ehu.eus)>

1 En ese momento era parte del Imperio Ruso.

2 Orest Danílovich Jvolson (1852-1934) fue un físico ruso, miembro honorario de la Academia Soviética de Ciencias. En 1876 comenzó a dar clases en la Universidad de San Petersburgo. En 1924 publicó un trabajo sobre lentes gravitacionales (su trabajo más conocido) en la revista *Astronomische Nachrichten*. El efecto de una lente gravitacional, observado alrededor de una fuente de luz, se denomina anillo de Jvolson (o también anillo de Einstein).

3 Felix Klein (1849-1925) fue un matemático alemán que, en 1871, presentó el conocido como programa de Erlangen que proponía un sistema unificado de geometría que se ha convertido en el método moderno aceptado. Más información: <<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Klein/>>.

4 David Hilbert (1862-1943) fue un matemático alemán, uno de los más influyentes de su época. Trabajó en varias áreas de las matemáticas, como la teoría de invariante, la axiomatización de la geometría o la noción de espacio de Hilbert, entre otros. En 1900, durante el Congreso Internacional de Matemáticos de París, propuso una lista de 23 problemas no resueltos que ha influido en una parte importante de la investigación matemática del siglo xx. Más información: <<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Hilbert/>>.

5 Paul Ehrenfest (1880-1933) fue un físico austriaco. Sus principales contribuciones se produjeron en el campo de la física estadística y su relación con la mecánica. Más información: <<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Ehrenfest/>>.

6 Es una rama de la física que, mediante la teoría de la probabilidad, busca deducir el comportamiento de los sistemas físicos macroscópicos formados por una cantidad estadísticamente significativa de componentes equivalentes. Para ello, utiliza ciertas hipótesis sobre los elementos que conforman esos sistemas y las interacciones entre ellos.

7 Anna Galinka Ehrenfest (1910-1979) fue una escritora e ilustradora de libros infantiles y diseñadora de juegos infantiles. Más información: <[https://nl.wikipedia.org/wiki/Galinka\\_Ehrenfest](https://nl.wikipedia.org/wiki/Galinka_Ehrenfest)>.

8 Es una revista creada por Klein. Más información: <[https://en.wikipedia.org/wiki/Klein's\\_Encyclopedia\\_of\\_Mathematical\\_Sciences](https://en.wikipedia.org/wiki/Klein's_Encyclopedia_of_Mathematical_Sciences)>.

9 El título es (aproximadamente) *Fundamentos conceptuales del enfoque estadístico en mecánica*. Puede encontrarse el texto completo (en alemán) en este enlace: <[https://www.lorentz.leidenuniv.nl/IL-publications/sources/Ehrenfest\\_1911b.pdf](https://www.lorentz.leidenuniv.nl/IL-publications/sources/Ehrenfest_1911b.pdf)>.

10 Paul y Tatiana Ehrenfest, *The Conceptual Foundations of the Statistical Approach in Mechanics* [traducido por Michael J. Moravcsik, Ithaca, Cornell University Press, Londres, Oxford University Press, xvi + 114].

11 Nico van Kampen (1921-2013) fue un físico teórico holandés. Trabajó principalmente en mecánica estadística y termodinámica del no equilibrio <[https://es.wikipedia.org/wiki/Termodin%C3%A1mica\\_del\\_no-equilibrio](https://es.wikipedia.org/wiki/Termodin%C3%A1mica_del_no-equilibrio)>. Más información: <[https://en.wikipedia.org/wiki/Nico\\_van\\_Kampen](https://en.wikipedia.org/wiki/Nico_van_Kampen)>.

12 En la mecánica estadística clásica, el teorema H (introducido por el físico y filósofo austriaco Ludwig Boltzmann en 1872) describe la tendencia a disminuir la denominada cantidad H (representa la entropía en termodinámica) en un gas ideal <[https://es.wikipedia.org/wiki/Gas\\_ideal](https://es.wikipedia.org/wiki/Gas_ideal)> desde un estado de no equilibrio, cuando se permite que las moléculas del gas choquen. Más información: <<https://en.wikipedia.org/wiki/H-theorem>>.

13 El científico austriaco Josef Loschmidt se señaló en 1876 que si hay un movimiento de un sistema que conduce a una disminución constante de la cantidad H (aumento de la entropía) con el tiempo, entonces hay otro estado permitido de movimiento del sistema en el que H debe aumentar. Más información: <[https://en.wikipedia.org/wiki/Loschmidt's\\_paradox](https://en.wikipedia.org/wiki/Loschmidt's_paradox)>.

14 Existe una «versión» del teorema H propuesta por el físico estadounidense Josiah Willard Gibbs <[https://es.wikipedia.org/wiki/Josiah\\_Willard\\_Gibbs](https://es.wikipedia.org/wiki/Josiah_Willard_Gibbs)>. Gibbs describió otra forma en la que la entropía de un sistema microscópico tendería a aumentar con el tiempo; sus conclusiones se parecían a las de Boltzmann. Aunque, en realidad, su definición de entropía y el mecanismo de aumento son muy diferentes de los de Boltzmann. Más información: <[https://en.wikipedia.org/wiki/H-theorem#Gibbs\\_H-theorem](https://en.wikipedia.org/wiki/H-theorem#Gibbs_H-theorem)>.

15 En ciencia, se llama así a un proceso que no es reversible. Este concepto surge con frecuencia en la termodinámica. Más información: <[https://en.wikipedia.org/wiki/Irreversible\\_process](https://en.wikipedia.org/wiki/Irreversible_process)>.

16 Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) fue un físico neerlandés galardonado con el Premio Nobel de Física del año 1902 (compartido con Pieter Zeeman) por «sus investigaciones realizadas sobre la

influencia del magnetismo en fenómenos generados por radiación» Más información: <[https://es.wikipedia.org/wiki/Hendrik\\_Antoon\\_Lorentz](https://es.wikipedia.org/wiki/Hendrik_Antoon_Lorentz)>.

17 Paul, Jr. (1915-1939) también se convirtió en físico.

18 Eduard Jan Dijksterhuis (1892-1965) fue un matemático holandés conocido por su trabajo en la historia y filosofía de las matemáticas. Más información: <<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Dijksterhuis>>.

19 «On the Use of the Notion "Probability" in Physics», *Am. J. Phys.* n.º 26, 388 (1958). Puede leerse el texto completo en este enlace: <<http://cwp.library.ucla.edu/articles/Ehrenfest.html>>.

20 *Exercises in Experimental Geometry* (1931). Puede leerse una traducción a inglés en este enlace: <<https://www.pims.math.ca/~hoek/teageo/TEA.pdf>>.

21 Un *gymnasium* es una escuela de educación secundaria en la mayoría de los países europeos con tradición educativa con raíces germánicas.

22 Harald August Bohr (1887-1951) fue un matemático y jugador de fútbol danés, hermano del físico Niels Bohr <[https://es.wikipedia.org/wiki/Niels\\_Bohr](https://es.wikipedia.org/wiki/Niels_Bohr)>, que obtuvo el Premio Nobel de Física en 1922. Como científico, Harald Bohr trabajó en el área de análisis matemático. Como deportista, fue miembro del equipo de fútbol nacional danés en los Juegos Olímpicos de 1908, donde ganó una medalla de plata. Más información: <[https://es.wikipedia.org/wiki/Harald\\_Bohr](https://es.wikipedia.org/wiki/Harald_Bohr)>.

23 Max Born (1882- 1970) fue un matemático y físico alemán. Obtuvo el Premio Nobel de Física en 1954 (compartido con Walter Bothe) «por sus investigaciones fundamentales sobre la mecánica cuántica y, especialmente, por su interpretación estadística acerca de la función de ondas». Más información: <[https://es.wikipedia.org/wiki/Max\\_Born](https://es.wikipedia.org/wiki/Max_Born)>.

24 La tesis trataba sobre superficies y líneas geodésicas cerradas.

25 Willem van der Woude (1876-1974) fue un matemático neerlandés, que fue rector de la Universidad de Leiden en tres períodos distintos. Más información: <[https://es.wikipedia.org/wiki/Willem\\_van\\_der\\_Woude](https://es.wikipedia.org/wiki/Willem_van_der_Woude)>.

26 En combinatoria, una sucesión de De Bruijn de orden  $n$  en un alfabeto  $A$  de tamaño  $k$  es una secuencia cíclica en la que cada cadena posible de longitud  $n$  en  $A$  aparece exactamente una vez como una subcadena. Más información: <[https://en.wikipedia.org/wiki/De\\_Bruijn\\_sequence](https://en.wikipedia.org/wiki/De_Bruijn_sequence)>.

27 Relativo a sucesiones cuyas subsucesiones finitas poseen cierta propiedad. Más información: <<https://mathworld.wolfram.com/DiscrepancyTheorem.html>>.

28 El teorema BEST proporciona una fórmula para el número de ciclos eulerianos <[https://es.wikipedia.org/wiki/Ciclo\\_euleriano](https://es.wikipedia.org/wiki/Ciclo_euleriano)> en grafos dirigidos <[https://es.wikipedia.org/wiki/Grafo\\_dirigido](https://es.wikipedia.org/wiki/Grafo_dirigido)> (orientados). BEST es un acrónimo de los apellidos de las personas que lo descubrieron: Nicolaas Govert de Bruijn (1918-2012), Tatiana Pavlovna van Aardenne-Ehrenfest, Cedric Austen Bardell Smith (1917-2002) y William Thomas Tutte (1917-2002). Más información: <[https://en.wikipedia.org/wiki/BEST\\_theorem](https://en.wikipedia.org/wiki/BEST_theorem)>.