

SÍ A LAS CALCULADORAS

No evalúa, pero ayuda

Ángel A. García Marrero
M.^a Cristina Naya Riveiro
María Salgado-Somoza

Suma núm. 104
pp. 75-84

Artículo solicitado por *Suma* en abril de 2023 y aceptado en junio de 2023

La evaluación en la etapa de Educación Primaria se basa en el grado de desarrollo de las competencias, pues todo estudiante debe de disponer al finalizar la etapa de un informe sobre su evolución y las competencias desarrolladas (Real Decreto 157/2022: 3296). Las competencias clave que recoge este decreto son:

- Competencia en comunicación lingüística.
- Competencia plurilingüe.
- Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería.
- Competencia digital.
- Competencia personal, social y de aprender a aprender.
- Competencia ciudadana.
- Competencia emprendedora.
- Competencia en conciencia y expresión culturales.

Teniendo en cuenta el grado de desarrollo de estas competencias clave y su progreso en el conjunto de los procesos de aprendizaje, la evaluación del alumnado debe ser global, continua y formativa. Y se debe promover el uso generalizado de instrumentos de evaluación variados, diversos, accesibles y adaptados a las distintas situaciones de aprendizaje.

Además, en el área de Matemáticas, las competencias específicas se organizan en cinco ejes fundamentales, que se basan en los procesos considerados por el NCTM (2002), y son: resolución de problemas, razonamiento y prueba, conexiones, comunicación y representación, y destrezas socioafectivas. Las competencias específicas recogidas en el Real Decreto 157/2022 son:

- Interpretar situaciones de la vida cotidiana, proporcionando una representación matemática.

tica de las mismas mediante conceptos, herramientas y estrategias, para analizar la información más relevante.

- Resolver situaciones problematizadas, aplicando diferentes técnicas, estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder, obtener soluciones y asegurar su validez desde un punto de vista formal y en relación con el contexto planteado.
- Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones basadas en la vida cotidiana, de forma guiada, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación, para contrastar su validez, adquirir e integrar nuevo conocimiento.
- Utilizar el pensamiento computacional, organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, generalizando e interpretando, modificando y creando algoritmos de forma guiada, para modelizar y automatizar situaciones de la vida cotidiana.
- Reconocer y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas, así como identificar las matemáticas implicadas en otras áreas o en la vida cotidiana, interrelacionando conceptos y procedimientos, para interpretar situaciones y contextos diversos.
- Comunicar y representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos, utilizando el lenguaje oral, escrito, gráfico, multimodal y la terminología apropiados, para dar significado y permanencia a las ideas matemáticas.
- Desarrollar destrezas personales que ayuden a identificar y gestionar emociones al enfrentarse a retos matemáticos, fomentando la confianza en las propias posibilidades, aceptando el error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose a las situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia y disfrutar en el aprendizaje de las matemáticas.
- Desarrollar destrezas sociales, reconociendo y respetando las emociones, las experiencias de los demás y el valor de la diversidad y participando activamente en equipos de trabajo

heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y crear relaciones saludables.

Considerando algunos de los correspondientes criterios de evaluación asociados a estas competencias específicas expondremos una serie de ejemplos de pruebas de evaluación que se han implementado en aulas de Educación Primaria donde el uso de la calculadora favorece el proceso de evaluación y permite discernir la aplicación de distintos criterios de evaluación.

Prueba de evaluación para trabajar destrezas de cálculo

Esta actividad se ha realizado en un aula de 4.º curso de Educación Primaria con el objetivo de estimar, calcular y operar cantidades aplicando el sentido numérico y utilizando diferentes estrategias para la resolución de pequeños retos de cálculo poniendo en juego las propiedades de las operaciones. De este modo se pueden evaluar las destrezas de cálculo, la adquisición de propiedades numéricas asociadas a las diferentes operaciones aritméticas, las representaciones empleadas y el uso de la calculadora. Concretamente desarrolla la CE2 y la CE6, y los criterios de evaluación «obtener posibles soluciones de un problema siguiendo alguna estrategia conocida» y «explicar los procesos e ideas matemáticas, los pasos seguidos en la resolución de un problema o los resultados obtenidos, utilizando un lenguaje matemático sencillo en diferentes formatos».

Cabe señalar que este alumnado está acostumbrado a utilizar al menos una vez a la semana la calculadora, la ven como un recurso más de aula.

La propuesta presenta tres ejercicios que consisten en alcanzar un número o resolver una operación aritmética, pero sin poder usar una serie de determinadas teclas de la calculadora. El alumnado tuvo 10 minutos para resolver cada ejercicio de forma individual en el aula. Los ejercicios presentados son:

sumandos, sin conseguir el resultado de la operación demandada por una incorrecta interpretación de lo solicitado. El 57% del alumnado consiguió resolver de manera exitosa el segundo ejercicio.

El tercer ejercicio ha mostrado una mayor dificultad para ser solventado, pues fue resuelto por el 34% del alumnado. Quienes sí lo hicieron utilizaron la estrategia de descomponer el minuendo a partir del sustraendo, obteniendo la diferencia a partir del resto de los sumandos como muestra alguna resolución de la figura 2.

El uso que mayoritariamente se hacía de la calculadora era para verificar la exactitud de sus cálculos, lo que les permitía la agilidad en la búsqueda de nuevas estrategias para obtener el mayor número de soluciones posibles. Además de ofrecerles retroalimentación de que estaban en lo correcto y seguridad en sus aportaciones.

Este tipo de ejercicios se puede realizar sin usar la calculadora, pero les llevaría más tiempo, no podrían

comprobar sus cálculos o estimaciones, posiblemente no encontrarían tantas opciones de respuesta y el objetivo que se pretende tratar quedaría diluido por los algoritmos de las operaciones matemáticas.

Prueba de evaluación para trabajar la relación entre fracción, porcentaje y decimal

A continuación se presenta una prueba que se ha diseñado e implementado en un aula de 6.º curso de Educación Primaria para trabajar la la CE1 y CE2. Concretamente se evalúa la estimación, el cálculo mental y el cálculo en general realizando conexiones entre las diferentes representaciones de los números racionales: fracciones, porcentajes y decimales.

Se considera así los criterios de evaluación como: «elaborar representaciones matemáticas que ayuden en la búsqueda y elección de estrategias y herramientas,

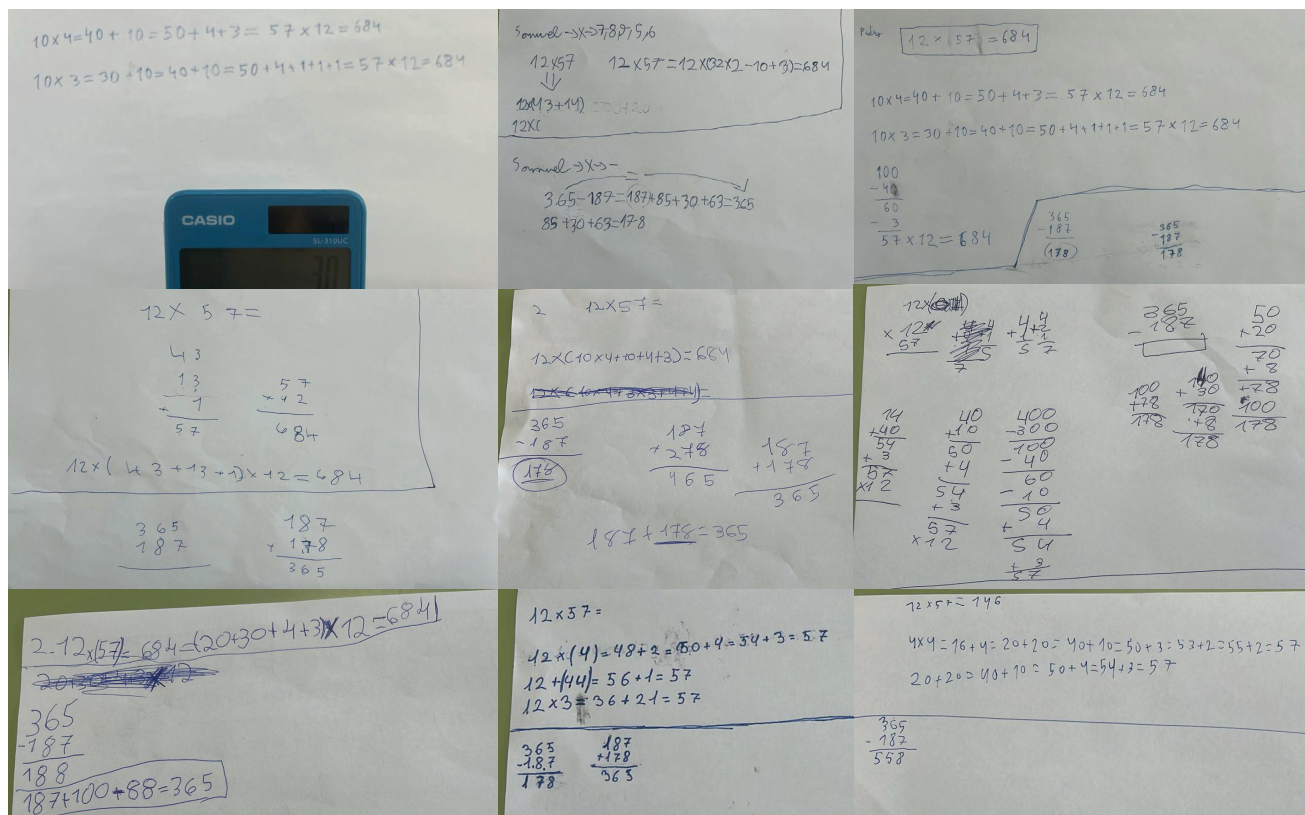


Figura 2. Soluciones presentadas por el alumnado al ejercicio 2 y 3

incluidas las tecnológicas, para la resolución de una situación problematizada»; «seleccionar entre diferentes estrategias para resolver un problema, justificando la elección»; «obtener posibles soluciones de un problema, seleccionando entre varias estrategias conocidas de forma autónoma»; y «comprobar la corrección matemática de las soluciones de un problema y su coherencia en el contexto planteado».

Esta actividad de evaluación permite trabajar el sentido de las operaciones poniendo en valor estrategias de cálculo mental con números naturales, fracciones y decimales; y estrategias de resolución de operaciones aritméticas (con números naturales, decimales y fracciones) con flexibilidad y sentido tanto mentalmente como de manera escrita o con calculadora además de ver su utilidad en situaciones contextualizadas aplicando sus propiedades.

La prueba que se le presenta al alumnado es la siguiente:

Prueba
— Estima el cálculo, utilizando alguno de los porcentajes básicos.
— Escribe tú la estimación e indica si es por exceso o por defecto.
— Enseña tu trabajo al profesor/a para que lo valide.
— Luego comprueba el exacto con la calculadora y contesta en otro color: ¿Es coherente tu estimación con el cálculo exacto de la calculadora?

Porcentajes básicos para el cálculo mental						
50%	25%	75%	10%	5%	20%	1%

Te muestro un ejemplo de respuesta:

23% de 40 metros				
% elegido para la estimación	Cálculo mental	Estimación por...	Por tanto	Exacto con calculadora
25%	25% de 40 m = 10 m	Exceso	<10 m	9,2 metros
Mi estimación fue menor de 10 metros y el exacto es de 9,2 metros. Hay coherencia entre ambos.				

a)

75% de 20 €				
% elegido para la estimación	Cálculo mental	Estimación por	Por tanto	Exacto con calculadora

b)

25% de 32 €				
% elegido para la estimación	Cálculo mental	Estimación por	Por tanto	Exacto con calculadora

c)

20% de 8 litros de agua				
% elegido para la estimación	Cálculo mental	Estimación por	Por tanto	Exacto con calculadora

d)

30% de 15 kilos de comida para mascotas				
% elegido para la estimación	Cálculo mental	Estimación por	Por tanto	Exacto con calculadora

El uso que se realiza de la calculadora en estas actividades es para comprobar las estimaciones realizadas, y que las puedan comparar con el cálculo exacto, analizando así las aproximaciones realizadas y mejorando su proceso de estimación y al mismo tiempo su cálculo mental.

Pruebas de evaluación para trabajar la resolución de problemas

En esta parte se presentan diferentes formas de abordar la evaluación mediante la resolución de problemas.

El primero de ellos, es una prueba que recoge una serie de actividades que aborda diferentes saberes matemáticos que se ha presentado en un aula de 6.º curso de Educación Primaria. Además, se le indica al alumnado que primeramente debe intentar dar solución a las diferentes actividades de forma individual, y si no es capaz, puede realizarlo en grupo (como máximo de tres estudiantes). Estas consideraciones deben reflejarse en la misma prueba.

De esta forma se está trabajando la CE1, CE2 y en ciertas actividades la CE4, aplicando los criterios de evaluación: «elaborar representaciones matemáticas que ayuden en la búsqueda y elección de estrategias y herramientas, incluidas las tecnológicas, para la resolución de una situación problematizada»; «seleccionar entre diferentes estrategias para resolver un problema, justificando la elección; obtener posibles soluciones de un problema, seleccionando entre varias estrategias conocidas de forma autónoma»; y «emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la investigación y resolución de problemas».

La serie de actividades que confeccionan la prueba son:

Actividad 1: El dinero de los amigos

Tres amigos tienen 120 euros en total:

- María tiene el doble de dinero que Juan.
- Pedro tiene un 75 % del total.
- Juan tiene el resto.

¿Cuántos euros tiene cada uno?

Actividad 2: El rectángulo misterioso

- El perímetro de un rectángulo es de 36 cm.
- El lado largo mide un 25 % más que el lado corto.

¿Cuántos mide cada lado?

(Solo usamos números naturales).

Actividad 3: El mercadillo

Manolo ha recogido de la finca 450 kg de papas para vender en el mercadillo. Los vende en el mercadillo en sacos de 15 kg. Después de varios días ha conseguido vender $\frac{2}{3}$ de los kilos de papas.

¿Cuánto dinero ha ganado, si cada saco lo vendió a 11,25 €?

Actividad 4: El nuevo cuadrado

Un cuadrado mide 6 cm de lado. Dibuja en tu libreta un nuevo cuadrado donde la medida del lado haya aumentado un 25 %.

¿Cuántos cm^2 mide el área del nuevo cuadrado?

Expresa el resultado en forma de potencia.

Actividad 5: Sacos de papas

Manolo, el hombre de los sacos de papas, recoge ahora 350 kg de papas. Para venderlos, los va a poner en sacos de 8 kg.

¿Cuántos sacos podrá hacer?

¿Queda algún saco incompleto?

¿A qué porcentaje?

Actividad 6: Carreras de entrenamiento

Javi se está preparando para una competición de carrera. Para su entrenamiento semanal (descansa los domingos), decide ir 4 veces a la semana al parque y el resto de los días entrena alrededor de la manzana su casa. Su objetivo es correr cada semana 20 km. Teniendo en cuenta los siguientes datos:

- Distancia por vuelta alrededor del parque: 300 m.
- Distancia por vuelta alrededor de la manzana de su casa: 400 m.

Diseña un plan de entrenamiento semanal para Javi para cumplir su objetivo semanal.

L	M	X	J	V	S	D

Actividad 7: Fiesta de cumpleaños

Para mi fiesta de cumpleaños he invitado a 12 amigos. Voy a ofrecer un sándwich y un vaso de zumo sin azúcar para cada uno. Para que no falte comida ni bebida y por si alguien quiere repetir, he decidido poner $\frac{4}{3}$ extras de cada cosa.

— ¿Cuántos sándwiches y vasos de zumo tengo que preparar?

— Si cada bote de zumo es de 2 litros y cada vaso de zumo es de 200 ml, ¿cuántos botes tendré que comprar como mínimo?

Marca con una X los problemas que no supiste hacer solo:

Ac. 1	Ac. 2	Ac. 3	Ac. 4	Ac. 5	Ac. 6	Ac. 7

Marca con una X los problemas que sí pudiste entender gracias a tu grupo:						
Ac. 1	Ac. 2	Ac. 3	Ac. 4	Ac. 5	Ac. 6	Ac. 7

Marca con una X los problemas que no pudisteis hacer ni siquiera en grupo:						
Ac. 1	Ac. 2	Ac. 3	Ac. 4	Ac. 5	Ac. 6	Ac. 7

Otro ejemplo para evaluar la resolución de problemas en este nivel que recogemos, son dos problemas que se diseñaron (por docentes de AGAPEMA) para la fase final del Rebumbio Matemático en Galicia, el equivalente a la Olimpiada Alevín. Estas pruebas se desarrollan en equipos de 3 estudiantes y donde, para solucionar dichos problemas, es necesario el uso de la calculadora, ya que, desde la primera edición, en este tipo de pruebas es necesario el uso de esta herramienta.

En estos problemas se trabaja la CE1, CE2, CE3, CE5 y la CE6. Se podrían aplicar los siguientes criterios de evaluación: «elaborar representaciones matemáticas que ayuden en la búsqueda y elección de estrategias y herramientas, incluidas las tecnológicas, para la resolución de una situación problematizada»; «seleccionar entre diferentes estrategias para resolver un problema, justificando la elección»; «obtener posibles soluciones de un problema, seleccionando entre varias estrategias conocidas de forma autónoma; formular conjeturas matemáticas sencillas investigando patrones, propiedades y relaciones de forma guiada»; «emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la investigación y resolución de problemas»; «utilizar las conexiones entre las matemáticas, otras áreas y la vida cotidiana para resolver problemas en contextos no matemáticos e interpretar el lenguaje matemático sencillo presente en la vida cotidiana en diferentes

formatos, adquiriendo vocabulario apropiado y mostrando la comprensión del mensaje».

Los problemas son los siguientes:

Problema 1: Icí y Cosme hacen el DNI
El Documento Nacional de Identidad (DNI), debido a su carácter personal e intransferible, permite que las personas de nacionalidad española podamos identificarnos.
Aunque el carné de identidad es obligatorio para mayores de 14 años, se puede solicitar su expedición antes de alcanzar dicha edad.
Cada DNI lleva asociado un número de ocho cifras junto a una letra que actúa como dígito de control porque permite detectar si el número de ocho cifras está correctamente escrito.
Para saber qué letra tiene que acompañar al número debemos seguir dos pasos:
— Dividir el número de DNI entre 23.
— Mirar cuál es el resto de esa división y elegir la letra que le corresponde en la tabla 1.

Problema 1: (segunda parte)
Icí y Cosme, que son compañeros en el 6.º curso de Educación Primaria en un CEIP de A Coruña, fueron juntos a hacer sus DNI a la Jefatura Superior de Galicia situada en la Avda. Porto da Coruña. El número del documento que recibió Icí fue el 45607398 y el de Cosme fue el 4506070417.
Con las informaciones que os hemos dado, debéis responder a las siguientes preguntas:
— ¿Cuáles son los cocientes enteros (sin cifras decimales) que se obtienen al dividir entre 23 los números de los DNI de Icí y Cosme?
— ¿Cuáles son las letras correspondientes a los carnés de identidad de los dos amigos?
— ¿Qué letra corresponde al carné que tiene el número siguiente al de Cosme?
— ¿Cuál es el primer número, anterior al de Icí, con su misma letra?
— ¿Qué número de DNI, comprendido entre los de Icí y Cosme, tiene asignada la letra Z?

Resto	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Letra	T	R	W	A	G	M	Y	F	P	D	X	B	N	J	Z	S	Q	V	H	L	C	K	E

Tabla 1. Tabla que recoge las letras que se asignan a cada uno de los posibles restos, ya que el divisor es 23, el valor del resto tiene que estar entre 0 y 22

Además, al alumnado se le presenta una serie de directrices de cómo hallar el resto mediante el uso de la calculadora, que se puede consultar en la figura 3.

Problema 2: Los números de Salustiano

Caminaba Salustino por el Paseo del Parque de San Diego, cuando llegó a un punto donde el terreno muestra un abrupto desnivel vertical. Para evitar posibles accidentes, este tramo del paseo está protegido con un enrejado metálico que libera de riesgos a caminantes y ciclistas. Salustino observó que el enrejado se construyó utilizando unas estructuras metálicas en las que se unían dos rectángulos idénticos colocados verticalmente. En esos rectángulos se añadieron traviesas, también metálicas y verticales, guardando las del rectángulo inferior menos separación entre ellas que las que tiene las del rectángulo superior (como se puede observar en las figuras 4 y 5).

Salustino pensó que hicieron falta muchas de estas traviesas para construir el enrejado y, como no tenía otra cosa mejor que hacer, decidió contarlas al tiempo que realizaba su caminata.

Se fijó que en el rectángulo inferior de cada estructura había 19 traviesas mientras que en el rectángulo superior solo había 9. Al tiempo que caminaba contó 119 estructuras iguales.

Cuando Salustino volvió a casa, cogió la calculadora y pudo satisfacer sus curiosidades.



Figura 4. Paseo de San Diego, en A Coruña

Aprovechando los datos que nos dejó Salustino, responde de manera razonada a las siguientes preguntas:

- ¿Cuántas traviesas se precisaron para construir las 119 estructuras?
- El 19 es un número primo porque tiene solo dos divisores, el 1 y el 19. El 9 es un número compuesto porque además del 1 y 9 también tiene el 3 como divisor. ¿El número 119 es primo o compuesto?
- Teniendo en cuenta los cálculos que realizaste para encontrar el número de traviesas, es evidente que, ese número, es un número compuesto.

¿Cuáles son sus divisores primos?
Indica también otros seis divisores que sean números compuestos.

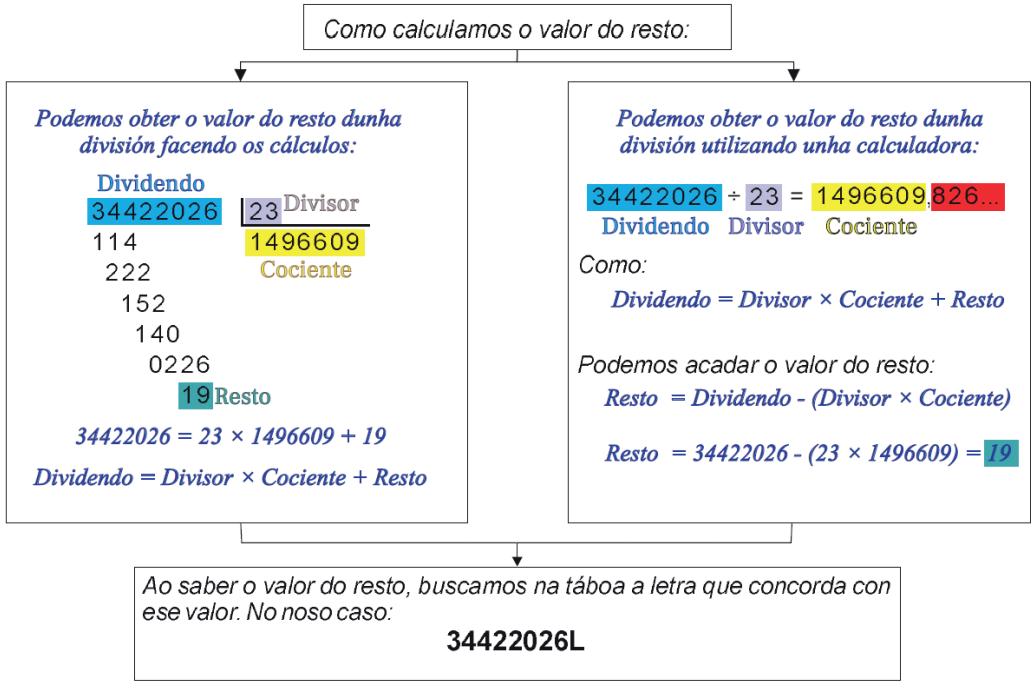


Figura 3. Apoyo presentado al alumnado

Para la realización del problema se les facilita la información recogida en la figura 6.

Estos ejemplos muestran como la calculadora puede ayudar a disminuir el nivel de estrés durante las pruebas, centrándose en lo que verdaderamente importa, que es la resolución de los problemas, permitiendo generar soluciones creativas relacionando diversos saberes matemáticos adquiridos y conexiones con diferentes ideas matemáticas.



Figura 5. Estructuras metálicas antes de colocar las traviesas verticales y con las traviesas colocadas

Recordade...

- Un número é múltiplo de outro cando o contén un número exacto de veces.
120 é múltiplo de 8 porque contén ao 8 exactamente quince veces $120 : 15 = 8$
- Un número é divisor de outro se está contido nel un número exacto de veces.
15 é divisor de 120 porque está contido oito veces en 120
- Un número natural é primo se os seus únicos divisores son o número 1 e el mesmo.
O número 13 é primo porque os seus únicos divisores son 1 e 13

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41
43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	...

- Un número natural é composto se ten máis de dous divisores.
O número 18 é composto porque os seus divisores son 1, 2, 3, 6, 9 e 18

Figuras 6. Información sobre lo que es un número primo y uno compuesto

Conclusiones

Desde hace décadas diferentes instituciones, asociaciones y estudios muestran las ventajas y beneficios del uso de la calculadora, y también en las pruebas de evaluación (Pomerantz y Waits, 1997). El trabajo que aquí se presenta, pretende mostrar ejemplos de pruebas de evaluación que diferentes docentes aplican en sus aulas con gran experiencia en el uso de este recurso que no evalúa, pero ayuda en el proceso de evaluación de nuestro alumnado.

A lo largo del trabajo ya se ha recogido la importancia del uso de esta herramienta en este proceso, pero recogemos una breve síntesis a continuación:

- Permite ahorrar tiempo a la hora de realizar cálculos tediosos, permitiendo trabajar con datos reales.
- Reduce errores, ya que el uso de la calculadora reduce la posibilidad de cometer errores en los cálculos aritméticos, y por ello favorece la adquisición de confianza al alumnado para centrarse en la resolución de problemas, poniendo así el foco en el razonamiento matemático.
- Permite explorar diferentes soluciones, y tomar las decisiones más adecuadas de una forma más ágil.
- El alumnado debe saber cómo usar las calculadoras correctamente y no solo confiar en las calculadoras para las pruebas de matemáticas.

Está claro que para lograr estas cuestiones es necesario dejar entrar en el aula la calculadora diariamente, pues la única manera de lograr un uso eficiente de esta es capacitar al alumnado en su uso. Es muy importante que las actividades de aula empoderen al alumnado para saber cuándo es adecuado su uso y cuándo es necesario realizar los cálculos de manera mental. Además, se debería de establecer unas reglas claras de su uso en el aula: qué cálculos puede realizar mediante la calculadora y cómo deben presentarse los resultados.

También es importante incluir en las pruebas preguntas que requieran cálculos manuales como por ejemplo pedir estimaciones y no el cálculo exacto. Cuando estemos trabajando por ejemplo la estadística se debería solicitar análisis o interpretación de datos o resultados; o, cuando trabajemos contenidos relacionados con geometría, las actividades deberían de requerir que el alumnado demuestre la comprensión de los conceptos y su capacidad para resolver problemas, en lugar de limitarse a realizar cálculos. Y en las pruebas de evaluación se debería solicitar que documenten todos los procesos de pensamiento dejando rastro escrito del proceso de resolución de problemas.

Referencias bibliográficas

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2000), *Principles and Standards for School Mathematics*, NCTM, Reston.

Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se

establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria.

POMERANTZ, H., y B. WAITS (1997), *The role of calculators in Math Education*, Urban Systemic Initiative/ Comprehensive Partnership for Mathematics and Science Achievement.

Ángel A. García Marrero

Colegio Escuelas Pías, Tenerife

<secretaria@escuelaspiastenerife.es>

M.^a Cristina Naya Riveiro

Universidade da Coruña

<cristina.naya@udc.es>

María Salgado-Somoza

Universidade de Santiago de Compostela

<maria.salgado@usc.es>