

FESPM

VI Encuentro APM-FESPM. Trabajo por proyectos en el aula de Matemáticas

María Teresa Navarro Moncho
Juana M.^a Navas Pleguezuelos

Un proyecto comienza siempre con la constatación de un problema y la oportunidad de resolverlo, puede durar semanas, meses o años, y termina con un momento de balance y evaluación final, a menudo para dar lugar a nuevos proyectos.

Ponte y otros (1998)

Desde 2018, la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) y la Asociación de Profesores de Matemáticas (APM) organizan cada año un seminario conjunto sobre temas relevantes para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Estos seminarios se celebran alternativamente en España y Portugal. Así, en 2018, el primer seminario, dedicado al tema de *Modelización Matemática*, se celebró en Salamanca (Universidad); en 2019, el segundo seminario se celebró en Santarém (Instituto Politécnico), sobre el tema *Matemáticas ante los retos STEM-STEAM - Un vínculo entre las dos culturas*; en 2020, el seminario se suspendió debido a la pandemia, para retomarse en 2021, en Badajoz, con el tema de *Pensamiento Computacional*, y en Évora (Portugal) en 2022, dedicado a la *Resolución de Problemas*. En 2023 se celebró en Huelva con el tema *Creatividad en Matemáticas*.



En esta ocasión, el tema elegido fue el *Trabajo por Proyectos en Matemáticas*, y este VI Encuentro se celebró durante el pasado mes de mayo, los días 17, 18 y 19, en la Escuela Secundaria «Júlio Dantas» en Lagos (Portugal) (figura 1).

El encuentro se organizó alrededor de dos conferencias plenarias, impartidas por Susana Carreira y Luis Miguel Iglesias, dos grupos de trabajo, coordinados por Jaime Carvalho e Silva y Juana M.^a Navas, y un panel donde se presentaron cuatro experiencias de trabajo por proyectos en diferentes etapas educativas.

Las conferencias

«IMPLEMENTAÇÃO DO TRABALHO DE PROJETO EM MATEMÁTICA: ENVOLVER CORAÇÃO E MENTE»

Conferencia impartida por Susana Carreira, Universidade do Algarve e UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.

Se comenzó definiendo el concepto de la metodología de trabajo por proyectos:

- Un trabajo de investigación, más o menos extenso, sobre un tema concreto, centrado en un objetivo claro, en el que el enfoque, el contenido y la presentación de los resultados se desarrolla, normalmente, en equipo.
- Trabajo en colaboración destinado a encontrar soluciones a cuestiones y problemas auténticos y significativos del mundo real.
- Trabajo de resolución de problemas, toma de decisiones e investigación, que implique autonomía y colaboración, a lo largo del tiempo, y que culmine en la obtención de productos realistas y la presentación de resultados.

Se establecieron las etapas del trabajo por proyectos: Presentación de la cuestión, problema o desafío, Organización de trabajo, investigación, producción, revisión, presentación de los resultados del proyecto y validación.



Figura 1. Los participantes en el encuentro

Los trabajos por proyectos se pueden clasificar en función del grado de estructuración, en función de dos ejes (elección del tema/definición del problema y búsqueda de información y elección del material): proyecto estructurado, proyecto semiestructurado y proyecto no estructurado.

Los criterios para definir un trabajo por proyectos en el contexto educativo serían:

- Carácter práctico (los alumnos participan en la construcción de uno o varios productos durante el proceso).
- Una pregunta orientadora (una pregunta suficientemente abierta a la que se busca una respuesta o solución).
- Nuevos conocimientos (se desarrollan conocimientos matemáticos; el proyecto no es solo una revisión de contenidos aprendidos).
- Dirigido por los alumnos (incluye componentes del trabajo que son establecidas y decididas por los alumnos, siendo el profesor un facilitador).
- Objetivos y productos razonables (adecuados al nivel y los conocimientos de los alumnos y el tiempo disponible).
- Relación con el mundo real (implica situaciones relacionadas con el mundo fuera del aula).
- Relación con el currículo (el desarrollo del proyecto está relacionado con los objetivos y contenidos curriculares).
- Desarrollo de competencias transversales (capacidades del siglo XXI, incluyendo la capacidad de comunicarse, colaborar, pensamiento crítico, utilizar la tecnología de forma eficiente, resolver problemas, creatividad...).

Se cita a Gay: «Hay tantos requisitos que cumplir, que hay mucho margen para los malentendidos», para advertir que se puede confundir el trabajo por proyectos con una propuesta de tarea delimitada.

La conferenciante presenta una experiencia de implementación de un trabajo por proyectos en enseñanza secundaria ligado al currículo.

Tópico: El Índice Big Mac (IMC), es un índice calculado sobre el precio del Big Mac de McDonald's en

más de 100 países. El índice fue creado en 1986 por *The Economist* para explicar un concepto económico llamado Paridad de Poder Adquisitivo.

Posible pregunta orientadora:

- ¿Qué dice el índice Big Mac sobre la sobrevaloración o infravaloración de las monedas nacionales?
- ¿Existe alguna relación entre el precio del Big Mac y el PIB per cápita en diferentes países del mundo?
- ¿Qué revela el índice Big Mac sobre el poder adquisitivo en los distintos países del mundo?
- ¿Qué dice el índice Big Mac sobre las personas más ricas del mundo?
- ¿Por qué un índice basado en el precio del Big Mac?

De la pregunta guía a los subproblemas:

- ¿Existe una relación entre el precio del Big Mac y el PIB per cápita en diferentes países del mundo?
- ¿Cuál es la variabilidad del índice Big Mac en todos los países del mundo? (¿En el último año? ¿Durante varios años? ¿En todos los países? ¿Los países de Europa? ¿Por continentes?).
- ¿Cuáles son los valores extremos del índice Big Mac? ¿Dónde se producen? ¿Qué significan?
- ¿Existe algún tipo de relación entre el índice Big Mac y el PIB per cápita?

De los subproblemas a los productos:

- Construcción y presentación de un póster que resuma el trabajo realizado incluidos los datos recogidos, el análisis estadístico y resultados.
- Organización de una mesa redonda con dos expertos invitados (un economista y un estadístico) sobre el tema: ¿Cuál es la validez científica del índice Big Mac?
- Elaboración de un informe escrito que integre los resultados de la investigación y las conclusiones de la mesa redonda.

Una vez expuesta la experiencia anterior, con un centro control sin trabajo por proyectos, se analizaron

las diferencias entre los beneficios esperados y observados del trabajo por proyectos:

- Desempeño: no se observaron diferencias en este aspecto, aunque sí resultados significativos para alumnos con dificultades en matemáticas, además de percibir que se desarrollaron fuertes relaciones afectivas y rindieron mejor en el trabajo en grupo.
- Motivación: se registraron diferencias significativas en motivación, los alumnos del centro con trabajo por proyectos mostraron mayor pensamiento crítico, más motivación intrínseca y mejores habilidades de colaboración, también valoraban el trabajo colaborativo y consideraban a sus compañeros como recursos para su aprendizaje. Por último, tenían más confianza en sí mismos y se sentían responsables de sus esfuerzos, progresos y productos.

También se expusieron las dificultades y desafíos que presenta la implementación del trabajo por proyectos:

- Dificultades: creencias y actitudes negativas, tiempo, integración en el plan de estudios, innovación, flexibilidad.
- Desafíos: asumir el reto cognitivo y un contexto afectivo y motivacional positivo para todos los alumnos, no perder de vista el papel de las matemáticas, orientando a los estudiantes para que no se desvíen de su relación con las matemáticas, apoyar a los alumnos en todos los aspectos de su trabajo, valorar el aprendizaje colaborativo, superando posibles resistencias de los alumnos, y, por último, asumir la evaluación formativa, promoviendo la autoevaluación y el sentido de la responsabilidad.

«NAVEGANDO LAS OLAS DE LA CREATIVIDAD: PROYECTOS Y TAREAS PARA EL APRENDIZAJE COMPETENCIAL EN EL AULA DE MATEMÁTICAS»

Segunda conferencia, impartida por Luis Miguel Iglesias Albarrán, IES San Antonio de Bollullos Par del Condado en Huelva. La conferencia comenzó con la afirmación de que la bajada de rendimiento

en competencias matemáticas en PISA plantea un gran problema en la sociedad actual.

Las propuestas para resolverlo desde la docencia planteadas por el conferenciante serían:

- Leer, conocer y tener presentes los resultados de la educación basada en evidencias (investigación educativa): didáctica específica y general.

Aunque la mayoría de los trabajos escritos sobre la educación matemática se refieren a la enseñanza, quedando poco espacio para la reflexión sobre el aprendizaje, también es cierto que escasamente se han puesto en práctica muchas de las ideas didácticas desarrolladas y validadas en los últimos años.

- Formación para el conocimiento de la normativa vigente, ley educativa, currículo estatal y autonómico.

Se presenta la situación actual de la Ley Orgánica de Educación en España, la LOE modificada por la LOMLOE, y se hace un recorrido por los artículos que recogen los principios pedagógicos en la Educación Primaria y la Educación Secundaria Obligatoria, para analizar el tratamiento del trabajo por proyectos, la resolución de problemas, etc.

Se analizan los elementos del currículo español donde aparecen las definiciones de competencias específicas y situaciones de aprendizaje, y que dedica un anexo completo a las orientaciones para el diseño de las situaciones de aprendizaje, como facilitadoras del aprendizaje competencial con el alumnado en el centro.

Para describir el actual currículo español de matemáticas, se recuerdan algunas referencias tenidas en cuenta para su elaboración, modelos internacionales: *Marco de matemáticas PISA 2022*, *Principios y Estándares para la Educación Matemática*, *Bases para la elaboración de un currículo de Matemáticas en Educación no Universitaria* del CEMAT.

Las líneas principales en esta materia son la resolución de problemas y las destrezas socioafectivas. Las competencias específicas de matemáticas se agrupan en torno a cinco bloques competenciales: resolución de problemas, razonamiento y prueba, conexiones, comunicación y representación y destrezas socioafectivas. Y, por último, los saberes básicos (aprendizajes esenciales) se organizan por sentidos: numérico, algebraico, medida, espacial, estocástico y socioafectivo.

— Caminar juntos participando en redes profesionales docentes informales y formales.

La participación del profesorado en los nodos locales o círculos matemáticos, redes sociales y en Sociedades de Profesores de Matemáticas son fundamentales para el enriquecimiento profesional y esto redundará en el aprendizaje de nuestro alumnado. La celebración de este tipo de encuentros refuerza este aspecto.

— Elaborar, reutilizar y compartir materiales educativos y experiencias de aula.

El elaborar, reutilizar y compartir materiales educativos y experiencias de aula, el aprendizaje entre iguales y la difusión de lo que funciona, es una labor que se tiene que asumir como profesionales de la educación.

En España hay excelentes repositorios de recursos educativos abiertos institucionales:

— Proyecto Edia del Centro Nacional de Desarrollo Curricular en Sistemas no Propietarios (CEDEC) dentro del Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF), <<https://cedec.intef.es/proyecto-edia/>>.

Como ejemplo, el primer proyecto de Enseñanza Secundaria de Matemáticas (2016) «Eventos's Solutions, servicios integrales (ESSI)» elaborado por Luis Miguel Iglesias. <<https://descargas.intef.es/cedec/proyectoedia/matematicas/contenidos/essis/index.html>>.

Se comenta la potencialidad que tiene eXeLearning como herramienta de autor de contenidos educativos.

Proyecto *Situaciones de aprendizaje* dentro del INTEF: <<https://intef.es/recursos-educativos/situaciones-aprendizaje/>>.

Como ejemplos, se presentaron: «Mirar con ojos matemáticos» de Claudia Lázaro del Pozo, <https://descargas.intef.es/recursos_educativos/ODES_SGOA/ESO/Matematicas/6C2_SA_ESO_MAT_1_3_Mirar_con_ojos_matematicos/index.html> y «Creamos nuestro Círculo Matemático Computacional (CMC)», del propio conferenciante, <https://descargas.intef.es/recursos_educativos/ODES_SGOA/ESO/Matematicas/6C1_SA_Circulo_Matematico_Computacional/index.html>.

Proyecto *READUA Andalucía* de la Junta de Andalucía: <<https://www.juntadeandalucia.es/educacion/portals/web/transformacion-digital-educativa/rea>>.

Proyecto *MatesGG* colaboración entre el INTEF y la FESPM, específicos para el aula de matemáticas, con herramientas digitales: <<https://intef.es/recursos-educativos/matesgg/>>.

Una vez hecho el recorrido por los repositorios institucionales, el conferenciante mostró materiales y experiencias de elaboración propia, alojados en su rincón virtual *MatemÁTICas: 1,1,2,3,5,8,13...*, <<https://matematicas11235813.luismiglesias.es/>>.

— «Matemáticas manipulativas. Demostraciones sin palabras. Razonamiento y prueba»: <<https://matematicas11235813.luismiglesias.es/2016/07/06/demostracion-visual-congeogebra-teorema-de-la-bandera-britanica/>>.

— «TareaSTEM»: <<https://matematicas11235813.luismiglesias.es/2017/02/22/tarea-stem-modelizacion-matematica-con-geogebra-embaldosado-geometrico/>>.

— «Lecturas matemáticas»: <<https://matematicas11235813.luismiglesias.es/lecturas-matematicas/>>.

- «Laberinto de ecuaciones de primer y segundo grado»: <<https://matematicas11235813.luismiglesias.es/2020/11/15/laberinto-de-ecuaciones-de-primer-y-segundo-grado-con-graspable-math-propuesta-didactica-con-plantilla-editable-y-videos-de-ayuda/>>.
- «Matemáticas y ajedrez»: <<https://matematicas11235813.luismiglesias.es/2022/08/25/matematicas-y-ajedrez-situacion-de-aprendizaje-para-trabajar-las-competencias-especificas-resolucion-de-problemas-razonamiento-y-socioafectivas-a-traves-de-acertijos-matematicos/>>.
- «Decimales y fracciones entre textos e imágenes»: <<https://matematicas11235813.luismiglesias.es/2023/09/28/propuesta-didactica-linguisticas-fortaleciendo-la-competencia-linguistica-comunicacion-representacion-y-resolucion-de-problemas-matematicos-de-decimales-y-fracciones-elaborando-comics-digitales/>>.

Para terminar, planteó el debate sobre tecnologías, concretando sobre la inteligencia artificial en el aula, en particular en la de matemáticas, y se presentaron propuestas didácticas con IA, para el alumnado y el propio docente.

Concluyó la charla con la siguiente frase «Matemáticas activas, funcionales para el s. XXI, con mirada 360 (intra y extra-matemáticas) e inclusiva (para todos)», y con reflexiones de Paulo Freire de su libro *Pedagogía de la esperanza*.

Conclusiones de los grupos de trabajo

GRUPO A

¿Qué competencias se desarrollan a través del trabajo por proyectos en un centro escolar? Moderador: Jaime Carvalho e Silva.

Hay muchas competencias que se desarrollan mediante el trabajo por proyectos o el aprendizaje basado en proyectos, y hay muchos materiales que se pueden utilizar para desarrollar el trabajo por proyectos, como, por ejemplo:

- <<https://alea.ine.pt/>>.
- <<https://intef.es/recursos-educativos/matesgg/>>.
- <<https://aem.dge.mec.pt/>>.
- <<https://www.youtube.com/user/luismiglesias>>.
- <<https://eduscol.education.fr/2322/mathematiques>>.

Pero el trabajo por proyectos se utiliza poco en las escuelas de Portugal y España. ¿A qué se debe? El grupo intentó identificar las competencias clave que son esenciales para la educación de los jóvenes y que deberían darse a conocer y defenderse ante profesores, padres y responsables políticos.

El documento «Mathematics for action - Supporting Science - Based Decision - Making», publicado por la UNESCO en 2022, sostiene que «Todo lo que hacemos se basa en alguna estructura matemática y, aunque las matemáticas se consideran a menudo abstractas, son fundamentales para comprender la naturaleza, el universo más amplio, con sus dimensiones de tiempo y espacio y una miríada de incertidumbres» y «Mathematics for Action demuestra cómo las matemáticas se encuentran en el corazón de las políticas basadas en pruebas que los gobiernos de todo el mundo adoptan regularmente para abordar un problema socioeconómico o medioambiental concreto».

La importancia de las matemáticas en nuestro tiempo obliga que su enseñanza sea cada vez más exigente y para todos. En el mismo volumen se identifican los dos mensajes clave siguientes: la educación matemática desarrolla las capacidades de resolución de problemas y de pensamiento crítico que pueden transferirse a nuevas situaciones y a diversos campos profesionales y es importante para formar ciudadanos reflexivos y críticos que puedan hacer frente a las exigencias matemáticas de la vida cotidiana, y también para preparar un número suficiente de matemáticos y científicos capaces de afrontar los retos del mundo contemporáneo.

Estas competencias para nuestro tiempo no pueden realizarse plenamente sin trabajar con proyectos en la escuela (dentro o fuera del aula).

Por otra parte, las competencias seleccionadas por el programa internacional PISA de la OCDE en su Marco de Evaluación para 2021 incluyen una selección de las «Competencias del siglo XXI» que han sido consideradas para su evaluación por el programa PISA: pensamiento crítico, creatividad, investigación e indagación, autodirección, iniciativa y persistencia, uso de la información, pensamiento sistémico, comunicación y reflexión.

Se destaca la importancia de la enseñanza «avanzada» de las matemáticas para todos. Se concluye que el trabajo por proyectos permite fomentar, practicar y desarrollar plenamente todas estas competencias.

GRUPO B

¿Qué debe tener un proyecto para generar un buen aprendizaje? Moderadora: Juana M.^a Navas Pleguezuelos.

Como idea principal, se llegó a consenso de que el alumno en el centro es la base del modelo pedagógico general en el que se plantea el método de trabajo por proyectos.

Lo ideal es un tema que sea real, aunque no siempre el origen será el aula o el grupo. Importa que se viva como algo que proviene de una situación o de una cuestión real e interesante. La prioridad no es que «guste», sino que el grupo lo considere «interesante».

El proyecto debe nacer del interés del alumno, o mejor, el profesorado ha de proponer proyectos que puedan interesar a la mayoría del alumnado.

El trabajo por proyectos, ¿debe centrarse en matemáticas o complementar con otras disciplinas? En la medida en que se parte de una cuestión genuina y «rica», generadora de conocimiento, y esa cuestión ha de vivirse como real, van a intervenir varias disciplinas. Otra cosa es analizar si la matemática ocupa un lugar central en el proyecto o es un mero complemento.

Las matemáticas no son un añadido a un proyecto interdisciplinar, ya que, en ese caso, solo se aplican conocimientos matemáticos previamente estudiados, que

suelen ser sencillos, y que no permiten la construcción de conocimientos matemáticos más complejos.

¿Es bueno un proyecto donde se introduzcan conocimientos matemáticos por primera vez?

Los proyectos son una metodología más, que es recomendable utilizar en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Ahora bien, el trabajo autónomo en matemáticas es más complicado que en otras materias, de ahí que el uso exclusivo de esta metodología supone que algunos aspectos del aprendizaje de las matemáticas, como algunas estrategias para resolver diferentes tipos de tareas matemáticas, sean más difíciles de abordar dentro de los proyectos.

Uno de los criterios que define el trabajo por proyectos es que desarrollen conocimientos matemáticos y no solo que se revisen contenidos previamente aprendidos. Así pues, un buen proyecto debe generar nuevos conocimientos que los alumnos integren en su red de conocimientos. A su vez, en los proyectos, los conocimientos que Aline Roberts llama *movilizables* (aquellos que el alumno es capaz de utilizar bien cuando un problema hace referencia explícita a ellos, bien si no se le ocurre, pero se le invita a emplearlos) pasan a estar *disponibles* (se encuentran entre los instrumentos de los que el alumno dispone y a los que puede recurrir cuando es pertinente, sin que le sea dada ninguna indicación).

La formación con mayúsculas es indispensable. Y, específicamente, en proyectos para trabajar las matemáticas, no solo una formación generalista. Hay que compartir con el profesorado ejemplos de proyectos que respondan al interés de hacer intervenir ciertos conocimientos matemáticos.

Panel de experiencias

«EL TRABAJO POR PROYECTOS EN MATEMÁTICAS: UNA OPORTUNIDAD PARA DESARROLLAR COMPETENCIAS ESPECÍFICAS Y TRANSVERSALES»

Realizado por Manuel João Marques, Asociación de Profesores de Matemáticas.

Este trabajo se desarrolla en la Escola Secundária «Afonso Lopes Vieira», en Leiria. Se plantea realizar un trabajo por proyectos siguiendo el esquema propuesto por Susana Carreira. El proyecto surge de la idea «hay matemáticas en todas partes», pero ¿realmente es así?

Se presenta el software de dibujo de la calculadora Casio CG50, con su emulador y el motor de conversión de imágenes CASIO para fx-CG10/50, para su utilización en el trabajo por proyecto diseñado.

El objetivo es diseñar una exposición de pósteres, mostrando la presencia de funciones en diferentes lugares de Leiria, en monumentos o en desplazamientos.

Se reta a los alumnos a encontrar funciones que estudiaron durante la educación secundaria (polinómicas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas), recorriendo el menú Plot Image de la calculadora Casio fx-CG50.

Para el producto final se les facilita una plantilla que tendrán que cumplimentar, así como la guía de trabajo, donde aparecen los objetivos, desarrollo, materiales, organización, póster, título del póster y criterios de evaluación. Además, se les entregó un

anexo con modelos de regresión y gráficos, así como vídeos explicativos de cómo desarrollar el trabajo. La monitorización del proyecto se llevó a cabo a través de TEAMS.

Al final se hizo una exposición, a la que asistieron alumnos, profesores y delegados de educación, donde se expusieron los trabajos. La preparación de esta exposición era, en sí mismo, también un proyecto, preparado por los alumnos, con diferentes comisiones (tesorería, relaciones públicas, adquisición de materiales, distribución de los pósteres, montaje de la exposición y comisión organizadora de la inauguración).

También se hizo una campaña de divulgación de la exposición en redes sociales, con el diseño de un logotipo, en la escuela y en la prensa impresa.

Por último, hay que señalar que desde el principio se especificaron los criterios generales y específicos para la evaluación, así como el documento de autoevaluación para el alumnado.

«GEOMETRÍA PRÁCTICA A PARTIR DE FIBONACCI»

Realizado por Fernando Pérez, CEIP «Attilio Bruschetti», de Xàtiva (València).



Figura 2. Matemática en Leiria

La experiencia presentada por Fernando se desarrolla en su centro de Educación Infantil y Primaria, donde se pretende una escuela viva y activa, teniendo en cuenta las aportaciones de la neurociencia, con un cambio en el rol docente, que atiende las necesidades en todo momento y con una reorganización de espacios y tiempo, con metodologías activas y globalizadas, acompañamiento emocional respetuoso, cambio en la idea de infancia, y acompañado de formación continua del profesorado y visitas a centros referentes.

Se presenta el proyecto de geometría, desde la concepción de M.^a Antònia Canals, de que hacer geometría es conocer el espacio y pensarlo matemáticamente. Investigar para descubrir algunas leyes y aplicarlas para resolver problemas. Se basa en la investigación como la indagación para descubrir algo. Por otra parte, siguiendo la definición de Miralles y Rivero, del trabajo por proyectos en la educación como una metodología activa ligada al constructivismo y al aprendizaje por descubrimiento que utiliza estrategias de indagación vertebrando la tarea educativa en torno a dos preguntas que se plantean al inicio: ¿qué sabemos de...? y ¿qué vamos a hacer para saber más?

Se usa la geometría para investigar dentro de un proyecto educativo, como una actividad intencionada, con autenticidad e incertidumbre, y complejidad, que favorece la iniciativa y la autonomía, prolongada en el tiempo y con diferentes fases.

Se tiene en cuenta el decálogo para niños y niñas de la anteriormente mencionada M.^a Antònia Canals:

1. Haz..., «experimenta, manipula, toca, mira, dibuja lo que pasa y que, a menudo llamamos problema. Construye».
2. Fíjate..., «observa qué pasa, qué ha pasado, qué ha cambiado, cómo es, qué hace; presta mucha atención».
3. Piensa..., «compara, adivina, relaciona, hazte preguntas, busca explicaciones».
4. Date cuenta..., «de si has descubierto alguna cosa que antes no sabías».
5. Maravíllate..., «de cada nuevo descubrimiento que hagas, porque es tu descubrimiento».

6. Explícalo..., «a los demás, di qué has hecho, qué crees que ha pasado o qué has descubierto, responde a sus preguntas y escúchalos».
7. Comprueba..., «con instrumentos. Si vuelve a pasar lo mismo, si es verdad».
8. Escríbelo..., «con lenguaje verbal, con un dibujo, con lenguaje matemático».
9. Inventa..., «alguna cosa parecida o nueva».
10. Plántate..., «a quién o para qué puede servir».

Bajo todas estas premisas teóricas y la configuración organizativa del centro, se desarrolla el proyecto «Geometría práctica a partir de Fibonacci», con sesiones de trabajo, muy relacionadas con el decálogo anteriormente expuesto.

1. Animación lectora: se comienza con la lectura del libro *Fibonacci, El soñador de números*, de Joseph D'Agnesse, rodeados de elementos que permiten al alumnado comenzar a configurar los primeros elementos de la sucesión (figura 3).
2. Serie Fibonacci: se usan diferentes representaciones de los números de la sucesión.
3. Geometría proyectable: se proyectan diferentes elementos de dos y tres dimensiones, para ver sus sombras en superficies diversas (figura 4).

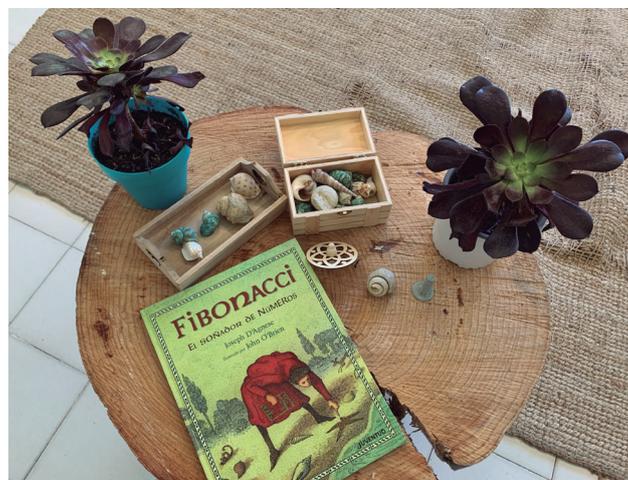


Figura 3. Portada de *El soñador de números*

4. Experimentación con pajitas: en esta ocasión se deja que inventen lo que deseen con las pajitas.
5. Proporción áurea: se define la proporción áurea y se representa de diferentes formas, con bolas, con cuerdas, con dibujos...
6. Geometría proyectable con luz negra: se usa la luz negra para la proyección de las diferentes construcciones (figura 5).
7. Sólidos platónicos: se construyen con diferentes soportes los diferentes sólidos platónicos y se estudian sus características.
8. Cúpulas geodésicas: se construyen diferentes cúpulas.
9. Espirales artísticas: se dibujan y pintan espirales (figura 6).

«EL TRABAJO POR PROYECTOS EN EL AULA DE MATEMÁTICAS: ALGUNOS EJEMPLOS»

Realizado por Helder Martins, Escuela Secundaria «António Damásio» y Universidade Nova de Lisboa; António Domingos, Universidade Nova de Lisboa.

Se exponen los siguientes ejemplos realizados en diferentes niveles educativos de la Escuela Secundaria António Damásio (ESAD), todos divulgados en la página web del centro:

—10.º curso (equivalente a 4.º ESO).



Figura 4. Geometría proyectable

Durante el curso 2019–2020, un grupo de alumnos asistieron a una conferencia sobre la propagación de enfermedades. Esta visita de estudio permitió a los alumnos crear carteles científicos cuyo tema central se basaba en modelos matemáticos. Estos trabajos fueron presentados en línea a sus compañeros de clase (en medio de una pandemia).

En abril de 2023 se realizó otra visita de estudios que posibilitó la elaboración de pósters científicos por parte de los alumnos, al igual que en el curso 2019–2020, y al final presentaron cada póster a sus compañeros, exponiendo su trabajo en la escuela para que pudiera ser visto.

Con la clase piloto de Matemáticas A, que se creó en la ESAD, se propuso en el 2.º trimestre la realización de un trabajo de estadística sobre el comportamiento de los alumnos en la enseñanza secundaria en la ESAD. Los alumnos, en grupos de 3, tenían que elaborar cuestionarios y hacer carteles para exponerlos en la escuela sobre el tema en cuestión y presentarlos al grupo de clase (figura 7).

—11.º curso (equivalente a 1.º de Bachillerato).

Como parte de las asignaturas de Matemáticas, Biología y Geología y Física y Química A, en Ciudadanía y Desarrollo, se invitó a los alumnos a crear carteles científicos para el concurso internacional de carteles

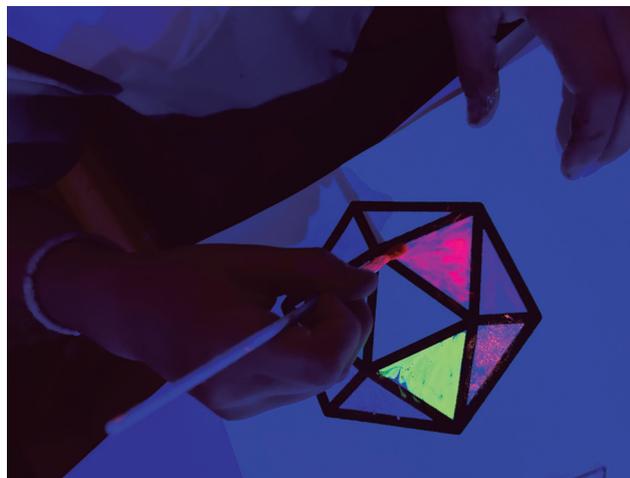


Figura 5. Geometría proyectable con luz negra

organizado por el Instituto Nacional de Estadística (INE), con el fin de competir en el Proyecto Internacional de Alfabetización Estadística (ISLP).

Estas clases adelantaron la enseñanza de la estadística al inicio del 2.º cuatrimestre.

Como resultado de esta participación, tres de los once grupos que participaron obtuvieron los tres primeros puestos de la fase nacional.

En relación con un documento sobre la pesca sostenible del bacalao en el mar del Norte, el grupo de trabajo responsable del póster presentó sus trabajos en una conferencia sobre el bacalao organizada por el Consejo Noruego de Productos del Mar y celebrada en línea.

Posteriormente, los alumnos de este grupo y algunos otros alumnos de la clase, en total 7 alumnos, y el profesor encargado, fueron invitados a un viaje de A Coruña a Lisboa en el velero noruego Statsraad Lehmkuhl como parte de la expedición *One Ocean*, del 28 de agosto al 2 de septiembre de 2021.

Durante este viaje se creó un blog por parte de los alumnos, para que la comunidad escolar pudiera seguir la expedición, así como un grupo de difusión de WhatsApp para que los alumnos pudieran enterarse de lo que ocurría en las distintas etapas del viaje.



Figura 6. Espirales artísticas

El viaje en el velero Statsraad Lehmkuhl fue objeto de varios reportajes en los medios de comunicación,

— 12.º curso (equivalente a 2.º de Bachillerato).

En uno de los grupos de este nivel se organizaron tres clases sobre pensamiento computacional, con el objetivo final de que los alumnos, organizados en parejas, produjeran varios programas en lenguaje Python, utilizando contenidos de Matemáticas A, acompañados de un informe y un vídeo. En este contexto, el profesor Jaime Carvalho e Silva organizó una conferencia en el anfiteatro de la sede de la escuela, «Algoritmos y pensamiento computacional», que estuvo abierta a todos los alumnos de secundaria de la escuela.

El trabajo realizado por los alumnos se recoge en la tesis de máster, *Usando el lenguaje Python para desarrollar el pensamiento computacional en enseñanza secundaria*.

«EL MÉTODO DE PROYECTOS. ANTECEDENTES HISTÓRICOS Y RELACIÓN CON LAS MATEMÁTICAS»

Realizado por Encarna Sánchez Jiménez, de la Universidad de Murcia.

El método de proyectos es un dispositivo de formación característico de la nueva educación, enmarcado en el movimiento de Escuela Nueva donde se pone el foco en la acción y en los intereses del niño. Los ensayos del método en aquellos años tienen mucha influencia en la formación de los maestros de un movimiento educativo.

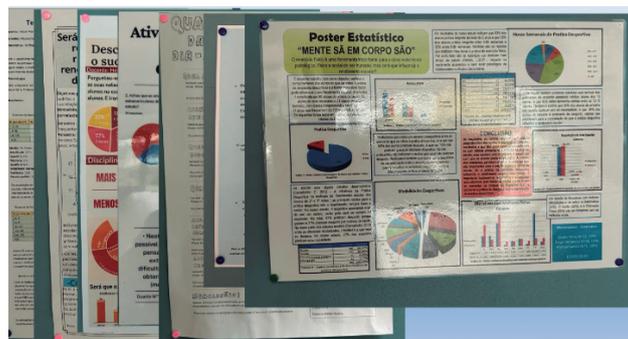


Figura 7. Las presentaciones en formato póster de los trabajos de estadística

El análisis histórico ayuda a comprender los fenómenos didácticos actuales y en la necesidad de usar las herramientas teóricas de la didáctica de la matemática. El método de proyectos: se caracteriza un proyecto como la realización como respuesta a un problema, de un acto simple o complejo en su medio natural. La cuestión generatriz del método sería: ¿es posible organizar la escuela siguiendo un plan de quehaceres análogos al que se desarrolla fuera, en la casa, en la calle, en la sociedad? Esta cuestión se concreta en otras, considerando las condiciones institucionales existentes.

Los planteamientos teóricos del método de proyectos nacían como contraposición a una enseñanza de tipo intelectualista. El contexto histórico y pedagógico favorecían la difusión del método.

Los principios en los que se basa el método son el pragmatismo (importancia de la acción como base para el aprendizaje) y el carácter social de la educación. Esto supone que las actividades han de resultar problemáticas y han de desenvolverse en su ambiente natural.

Las críticas realizadas al método de proyectos son: la falta de sistematización y rigor lógico, el énfasis excesivo en la espontaneidad, que puede llevar a identificar ingenuamente la escuela con la vida, así como la necesidad de verdaderos ensayos, que tengan en cuenta las condiciones de la escuela primaria española en aquel momento.

Se analiza el método de proyectos en las matemáticas, sus aportaciones y limitaciones, las restricciones que ayuda a superar y las limitaciones que tiene en relación con ella. Se realizan proyectos para «dar un contexto» a los conocimientos matemáticos vs. para adquirirlos.

Se reflexiona sobre el papel de la didáctica de la matemática como herramienta de análisis y se presenta la noción de Recorrido de Estudio e Investigación (REI), en la línea del «inquiry-based mathematics education», caracterizado por un proceso de indagación colectivo en el que la comunidad de

estudio parte de una cuestión generadora crucial, viva y auténtica, que no es un mero pretexto para introducir objetos matemáticos, donde surgen nuevas cuestiones matemáticas y extramatemáticas, con carácter abierto e indeterminado, e interdisciplinar, del estudio; es un proceso compartido y colaborativo de indagación, caracterizado por la búsqueda y estudio de posibles respuestas elaboradas en otras instituciones y donde se analizan posibles respuestas y se cuestionan sus fortalezas y sus límites, para hacerlas evolucionar hacia técnicas mejores; el estudio culmina con una posible respuesta, en la clase, que responda a las diferentes cuestiones.

Se realiza la comparación del método de proyectos y el REI, reflejando que en el método de proyectos se estudian problemas «reales», pero sin una auténtica cuestión generatriz en el sentido que tiene en el REI.

Como reflexiones finales: el método de proyectos intenta superar las restricciones del modelo pedagógico clásico generalista anterior, pero no cuestiona el modelo epistemológico de las matemáticas. Se ignoran restricciones derivadas de la naturaleza de la matemática.

Queda abierta una cuestión: ¿puede el dispositivo basado en el trabajo por proyectos superar las restricciones señaladas para las matemáticas?

La naturaleza extramatemática de la cuestión generatriz y de las cuestiones derivadas de ella, nos llevan al Recorrido de Estudio e Investigación como un proceso de modelización matemática.

Por último, Encarna presenta un ejemplo de un trabajo por proyectos realizado en Educación Infantil: «Metamorfosis de los gusanos de seda», (Ruiz-Higuera y García García, 2011).

Este proyecto parte de la necesidad de los números y de su representación: medir una colección discreta, construir una colección con un cardinal dado y asignar y localizar una posición a cada elemento de una colección.

La cuestión generatriz sería: Si tenemos n gusanos de seda, ¿cuántas hojas de morera necesitamos para alimentarlos cada día?

Los conocimientos involucrados son los números cardinales, la medida del tiempo y el tratamiento de datos (organizar y registrar cambios).

Se plantean varios problemas:

—¿Cuántas hojas come un gusano? Las restricciones impuestas son tres: una hoja por cada gusano y día; cada día se les ponen hojas nuevas (comparación de colecciones) y las hojas se piden al jardinero (actividad de cuantificación).

Se divide la clase en grupos y se establece un listado de tareas y elaboración de un diario: contar los gusanos, limpiar su casa, traer tantas hojas como gusanos, completar el diario, escribir el número, escribir una carta al profesor pidiendo nuevas hojas.

—Empiezan a hacer capullos (figura 8). La colección se divide, por lo que se precisan estrategias de control aditivas. El sistema pasa de estático a dinámico y hay que controlar el tiempo, estableciendo un modelo tabular para control de datos (dialéctica entre el sistema dividido en subcolecciones y el modelo tabular).

¡ YA TENEMOS CAPULLOS!

TÉCNICA	EQUIPO	Nº GUSANOS	Nº CAPULLOS (hoy)	Nº HOJAS	Nº Capullos Totales
SERPIENTE		12	12	24	
LA MAYA	DORAVINO	5	5	16	19

Figura 8. Ya tenemos capullos

—Elaboración de un póster cuando han muerto todas las mariposas, ya que un modelo ha de proporcionar información en ausencia del sistema (figura 9).

Comité organizador

El comité organizador del encuentro estaba formado por:

- Joaquim Pinto, presidente da Associação de Professores de Matemática (APM).
- Juana María Navas Pleguezuelos, secretaria de actividades de formación de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).
- Agustín Carrillo de Albornoz Torres, secretario general de la FESPM.
- António Vidal, Escola Secundária «Júlio Dantas».



Figura 9. Ejemplos de pósters realizados por alumnos

Referencias bibliográficas

- GAY, E. (2022), «Project-based learning in the mathematics classroom», *Honors Theses*, 101, <<https://digitalcommons.assumption.edu/honorstheses/101>>.
- PONTE, J. P., J. M. MATOS y P. ABRANTES (1999), *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*, Instituto de Inovação educational, Lisboa.

María Teresa Navarro Moncho
Centre Específic d'Educació a Distància
de la Comunitat Valenciana
<maitenavarroas@gmail.com>

Juana M.^a Navas Pleguezuelos
IPEP de Almería
<juaninavas@gmail.com>