suma+ 84
Artículos
Marzo 2017
pp. 51-62

La dimensión fractal en obras del museo Thyssen-Bornemisza

Joaquín Comas Roqueta
Ana Pérez-Nieto Mercader

Mostramos una novedosa investigación realizada con alumnos de secundaria en la que se relaciona el concepto de dimensión fractal con las líneas presentes en un cuadro, en este caso en obras contemporáneas seleccionadas del Museo Thyssen-Bornemisza. Tras presentar los conceptos de fractal y de dimensión fractal, se muestra una propuesta de trabajo en la que cada alumno selecciona una obra y realiza los pasos diseñados para estimar su dimensión fractal.

Palabras clave: Investigación, Geometría, Educación Plástica, Dimensión Fractal, Secundaria.

Fractal dimension in artworks from Thyssen-Bornemisza Museum

A novel research with students from the second year of compulsary secondary education is shown. In this case, the concept of fractal dimension is related to the lines present in a picture. In this case in selected contemporary works from the Thyssen-Bornemisza Museum. After a presentation of the concepts of fractal and fractal dimension, we show a work proposal in which each student selects a work and takes steps designed to estimate the fractal dimension of the artwork.

Keywords: Research, Geometry, Arts, Fractal Dimension, Secondary

Desde hace varios años, los autores de este artículo estamos trabajando intensamente algunas de las numerosas relaciones entre las Matemáticas y la Plástica. No nos está siendo especialmente complicado; durante todo este tiempo hemos colaborado con otros compañeros de nuestro centro en la elaboración y desarrollo de varias Semanas Matemáticas[1], lo que nos ha ofrecido una visión mucho más amplia de las relaciones con otras áreas y en especial con el arte.

A su vez, cada uno de nosotros, ha ido investigando nuevas experiencias en sus respectivas áreas de conocimiento. Este trabajo es el resultado de la conjunción de dos de estas experiencias.

Por una parte, trabajar con fractales ha sido uno de los principales elementos de motivación e interés para el autor y sus alumnos, habiendo coordinado la elaboración de materiales para la VIII Semana Matemática que realizamos durante el curso 2009-2010 en el IES Sierra Minera de La Unión (Murcia). A partir de esta experiencia, y junto con M.ª Jesús Herrera, se realizó un trabajo de investigación con alumnos de 4.º de ESO sobre el cálculo de la dimensión fractal de las localidades a las que pertenecían los chicos y chicas del centro, con el objetivo de comparar la *rugosidad* del contorno de todas ellas. Esta experiencia fue

Artículo recibido en *Suma* en agosto de 2016 y aceptado en enero de 2017

ofrecida por la FESPM dentro de las actividades para el Día Escolar de las Matemáticas en 2009, que tenía como tema «La ciudad y las matemáticas»[2]. Posteriormente elaboramos el artículo «Cálculo de la dimensión fractal del contorno de una ciudad como trabajo de investigación en secundaria», en el número 65 de la revista *Suma*[3].

Figura 1. Materiales para la VIII Semana Matemática

Por otra parte, la autora mantiene desde hace unos años una estrecha relación de colaboración con el departamento didáctico del Museo Thyssen-Bornemisza, *Educathyssen*, dentro del proyecto *Musaraña*[4], habiendo realizado diversas experiencias con los alumnos.

«Reinterpretando a Pollock» fue la primera relacionada directamente con los fractales. Y es que la obra de este artista que utiliza el dripping (goteo) como técnica pictórica es considerada fractal (*Marrón y plata I*, J. Pollock 1951. Museo Thyssen Bornemisza Madrid). Los alumnos se aproximan a nuevas técnicas pictóricas y nuevos conceptos matemáticos mediante el juego.

Entre otras muchas actividades relacionadas con las matemáticas queremos destacar «Geometría Polisentimental», una de las realizadas este último curso. En ella los alumnos trabajan la geometría, música, arte y la creación artística, igual que Kandinsky, pintor sinestésico (*Pintura con tres manchas*, 1914, *Tensión suave,* 1923, V. Kandinsky. Museo Thyssen Bornemisza (Madrid). Utilizando en esta ocasión la canción del grupo Fangoria «Geometría Polisentimental» incluida en su último disco *Canciones para robots románticos*.

Son todas estas experiencias el germen del trabajo de investigación que presentamos.

Objetivo

Partiendo del hecho de que los fractales son siempre una potente herramienta de motivación en el aula, mostramos una novedosa investigación realizada con alumnos de 2.º de ESO en la que se relaciona el concepto de dimensión fractal

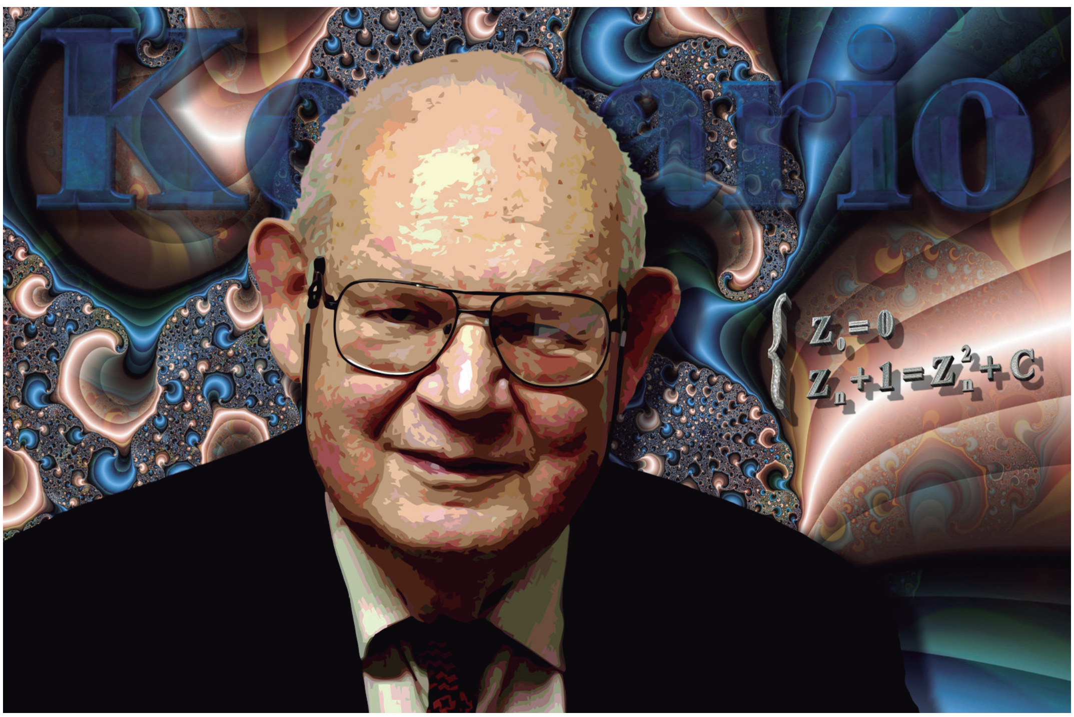

Figura 2. Benoît Mandelbrot

con las líneas presentes en un cuadro, en este caso en obras contemporáneas seleccionadas del Museo Thyssen-Bornemisza. Para ello, y tras una breve presentación de los conceptos de fractal y de dimensión fractal, se muestra una propuesta de trabajo en la que cada alumno selecciona una obra y realiza los pasos a seguir para estimar la dimensión fractal de la obra. Mostramos el método de trabajo que hemos seguido y los resultados obtenidos con la finalidad de comparar la «cantidad de líneas» en las obras estudiadas.

Conceptos de fractal y dimensión fractal

No pretendemos explicar en detalle los conceptos de fractal y dimensión fractal. Son numerosas las fuentes documentales que se pueden encontrar sobre estos conceptos en artículos[5], libros y en la red. El mayor referente en estos temas, considerado el padre de de los fractales, es Benoît Mandelbrot, nuestro punto de partida a la hora de presentar a los alumnos las actividades.

La búsqueda e imposibilidad de la descripción de la naturaleza mediante la geometría de Euclides llevó a Mandelbrot a la búsqueda de nuevas forma de analizar los objetos presentes en la naturaleza, desarrollando una nueva geometría de la naturaleza que según sus palabras «permite describir muchas de las formas irregulares y fragmentadas que nos rodean, dando lugar a teorías coherentes, identificando una serie de formas que llamo fractales» (Mandelbrot, 1977). Esta nueva geometría intenta cuantificar la textura o rugosidad de los objetos, expresándola mediante valores numéricos.

Algunas de las principales características de un fractal son que podemos encontrar su estructura en escalas arbitrariamente pequeñas, es demasiado irregular para poder ser descrito por la Geometría clásica y suele tener una cierta forma de autosemejanza (aproximada o estadística).

Hay otra característica en la que nos vamos a centrar, y es que su dimensión fractal es mayor que su dimensión topológica. Cabe recordar que la noción de *dimensión fractal* provee una forma de medir la *rugosidad* de una curva. En el caso de las líneas son consideradas normalmente de dimensión 1, pero una curva rugosa que recorra una superficie, en el extremo puede ser tan rugosa que efectivamente llene la superficie en la cual se encuentra, en cuyo caso tendría dimensión 2. Podemos considerar la rugosidad como en un incremento de la dimensión, por lo que una curva rugosa tiene dimensión entre 1 y 2. Así, en una curva, la dimensión fractal es un número que caracteriza la forma en la cual la longitud medida entre dos puntos dados crece mientras la escala decrece.

Un fractal determinista, en cualquier escala de observación, dará el mismo valor de dimensión fractal, o sea, es perfectamente autosemejante. Pero las líneas de un cuadro no es un fractal determinista, con lo que la comprobación de autosemejanza no registrará valores de dimensión fractal idénticos, aunque podemos admitir en ciertas obras, al encontrar valores similares, que la forma muestra propiedades análogas a la autosemejanza fractal.

Qué queremos hacer

El principal objetivo de la investigación es poder calcular la rugosidad de las líneas presentes en un cuadro (consideramos dichas líneas como un fractal aleatorio o estadístico) aplicando técnicas de geometría fractal, en particular estimaciones de la dimensión fractal de las líneas presentes en un cuadro.

Para la obtención de las líneas se debe clarificar lo que se considera línea en el cuadro y se repasan estas líneas en papel vegetal.

Una vez obtenida las líneas se escanea el papel vegetal, pasando la imagen binaria a formato TIFF o BMP.

En este tipo de análisis, se encuentran problemas usuales de definición para determinar lo que es o no es línea, y para ello es necesario aplicar ciertos conceptos plásticos.

La línea es uno de los elementos conceptuales del lenguaje visual, además del punto, el plano y el volumen. Estos se relacionan entre sí. La línea, por ejemplo, se define como «el recorrido de un punto al desplazarse», al plano lo definen dos rectas...

Recordemos que los elementos conceptuales no son visibles. No existen de hecho, sino que parecen estar presentes. Cuando se materializan, se hacen visibles en forma de elementos visuales: forma, medida, color y textura. Cada artista utiliza los elementos según sus necesidades a la hora de plasmar su realidad. Crean su propio lenguaje, común en algunos casos al de otros artistas de la misma época, surgiendo así (entre otras causas) los distintos movimientos artísticos, de la misma manera en que surgen los distintos idiomas que utilizan el mismo alfabeto. Por todo esto es de entender la complicación a la hora de diferenciar la línea en las distintas obras.

Primero hay que conocer a cada artista en la época correspondiente a la obra a estudiar, e identificar cuál es su lenguaje y cómo lo utiliza. Teniendo siempre en cuenta que un artista puede atravesar distintas etapas creativas, con lo que podemos encontrarnos obras del mismo autor con distintos *idiomas*.

Figura 4. *Sin título*, de Clifford Still

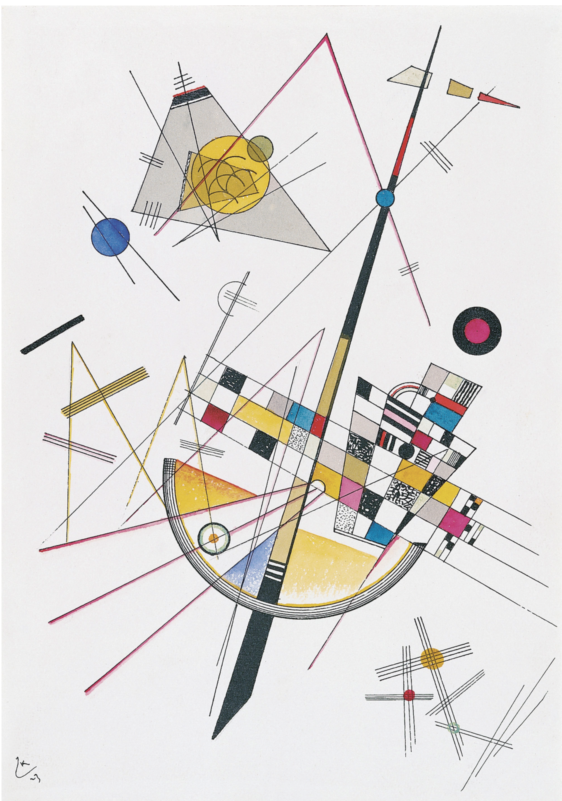

Figura 3. *Tensión suave*, de Vasili Kandisnky

En algunos casos la línea es fácilmente reconocible, es el caso de *Tensión suave* de Vasili Kandisnky en la que utiliza una línea muy geométrica. En otros la línea viene determinada por el uso de otros elementos, como por ejemplo la obra *Sin título* de Clifford Still, en la que está determinada por las distintas manchas de color.

Por todo esto los alumnos, en su recorrido por el estudio de los fractales aprenden sobre arte, el lenguaje visual y los procesos y métodos de creación artística.

Las líneas obtenidas de una obra conforman una curva de la que se puede calcular computacionalmente una estimación de la dimensión fractal mediante el método de Conteo de Cajas[6] (Box Counting), utilizando para ello el programa *Fractalyse* desarrollado por el Research centre Théna (CNRS-Université de Franche-Comté) y que se puede descargar gratuitamente desde la página <http://www.fractalyse.org/en-home.html>[7].

Pasos a seguir

Paso 1

Presentar a los alumnos los conceptos de fractal y de dimensión fractal. Para ello se pueden consultar numerosos vídeos y páginas web como los que hemos como los referenciados al final del artículo.

Figura 5. *Marrón y plata I,* de Jackson Pollock

Paso 2

Decidir el objetivo del trabajo: estimar la dimensión fractal de las líneas presentes en un cuadro con el propósito de poder tener información sobre su *rugosidad*. Puede ser conveniente revisar la ejemplificación que se presenta más adelante sobre una obra del artista Jackson Pollock.

Paso 3

Identificar el lenguaje utilizado por el artista en la obra en cuestión para definir el concepto de línea.

Paso 4

Obtener las líneas presentes en el cuadro, calcándolas sobre una lámina de papel vegetal a partir de las reproducciones de las obras seleccionadas y escanearla en formato TIFF o BMP.

Paso 5

Ejecutar el programa *Fractalyse*, cargar la imagen obtenida, y seleccionar «Analyse/Box» y dentro del menú emergente el tamaño de Caja como exponencial y el algoritmo tipo rejilla. Obtendremos entre otras datos la dimensión fractal (dim) buscada.

Paso 6

Reflexionar sobre la *rugosidad* de la obra revisando todos los datos obtenidos y comparando la dimensión con la de otras obras.

Paso 7

Completar el estudio trabajando con información sobre la obra y el autor.

Ejemplificación: Dimensión fractal de la obra *Marrón y plata I*, de Jackson Pollock

Los pasos 1 y 2 son preparatorios y en nuestro caso lo hemos trabajado con los alumnos tanto en clase como en casa.

En el paso 3

Identificación del lenguaje visual y selección de líneas. En esta obra, como en muchas otras del mismo autor, Pollock prescinde de la presencia de formas naturales y de algunos elementos del lenguaje visual. Por ello hemos considerado como línea el borde exterior de las distintas manchas del cuadro, realizadas estas en dos colores sobre fondo blanco, marrón y plata.

En el paso 4

Marcamos las líneas sobre una hoja de papel vegetal y escaneamos la hoja obteniendo la imagen de la figura 6.

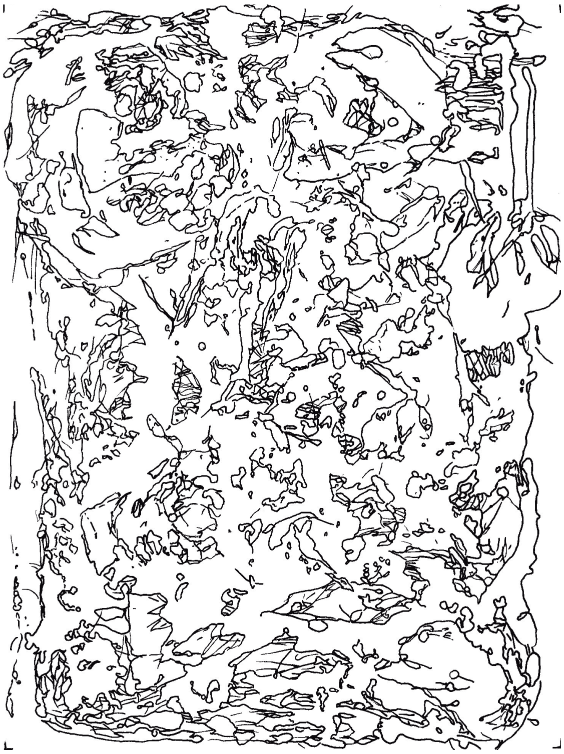

Figura 6. Líneas presentes en la obra

En el paso 5

Ejecutamos el programa *Fractalyse* y cargamos la imagen de las líneas obtenida. Seleccionamos «Analyse/Box» (figura 7).

Dentro del menú emergente seleccionamos el tamaño de Caja como exponencial (Exponential) y el algoritmo tipo rejilla (Grid). Seleccionamos OK.

Obtendremos entre otros datos la estimación de la dimensión fractal (dim) de la obra de Pollock, que es 1,700.

En el paso 6

Comparamos la dimensión obtenida con las dimensiones de otras obras. Podemos concluir que la obra de Pollock tiene, tal y como cabría esperar, una alta dimensión fractal.

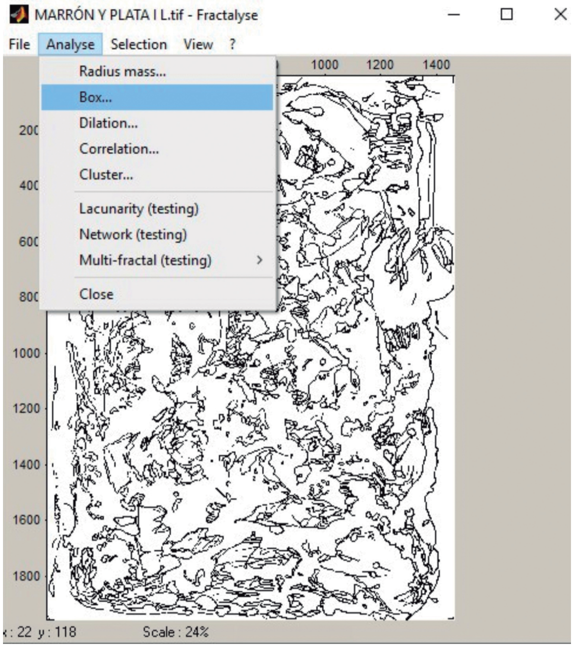

Figura 7.Selección del tipo de estimación

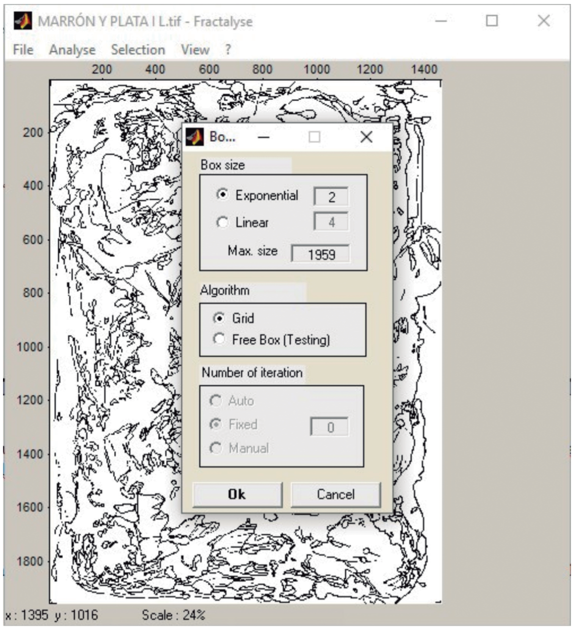

Figura 8. Selección de parámetros del tipo de estimación

Además, después de realizar un estudio a diferentes escalas de la obra, nos salen valores similares (algo más bajos en concordancia con la pérdida de definición de la imagen al seleccionar una parte de la obra), lo cual refuerza la idea de que la obra de Pollock sigue unos patrones de autosemejanza y de estructura fractal.

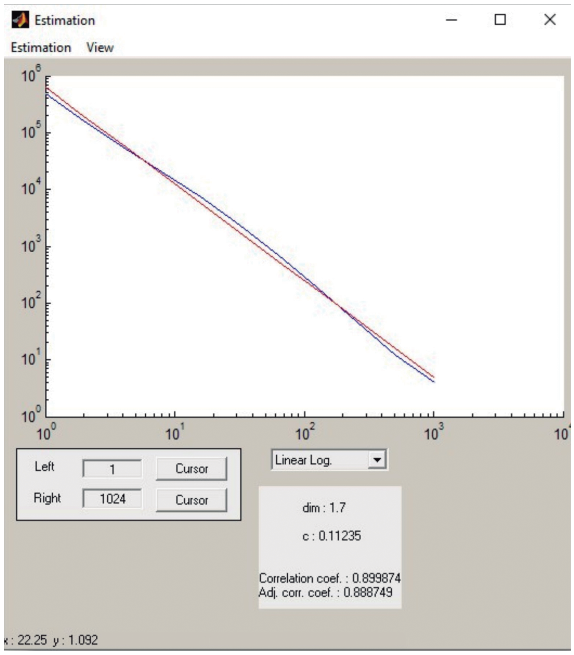

Figura 9. Resultados obtenidos con la estimación

En el paso 7

Damos información sobre la obra y el autor. Jackson Pollock. *Marrón y plata I*. 1951. Esmalte y pintura plateada sobre lienzo.144,7 x 107,9 cm Museo Thyssen-Bornemisza, Madrid.

Jackson Pollock, pintor norteamericano, es el máximo representante del *action painting*, revolucionando el mundo del arte por su innovadora forma de concebirlo. Tiene una larga formación artística de la que destacamos su participación en un taller del artista David Alfaro Siqueiros, donde se familiarizó con distintas técnicas y materiales, aerógrafo, pistolas de pintura, lacas, pinturas industriales…, que le llevarían a investigar con ellas y a experimentar su comportamiento sobre el lienzo. Surge así el *dripping*, técnica evolucionada del automatismo, ya utilizado anteriormente por los surrealistas

> Sigo progresando en la eliminación de los instrumentos propios del pintor como el caballete, la paleta, los pinceles, etc. Prefiero utilizar palos, llanas, cuchillos, salpicaduras de pintura líquida o empastes gruesos con arena, cristales rotos y otros materiales extraños.

El goteo (*dripping*) es la técnica utilizada para la realización de esta obra. El pintor derrama la pintura sobre el lienzo directamente desde el bote, ayudado de utensilios *poco comunes* hasta entonces: palos, brochas secas, jeringuillas… Pintadas a la vez sobre el mismo trozo de tela y cortadas posteriormente, el artista las dejó sin firmar. No se sabría la orientación en la que deben ser expuestas si no es por unas fotografías del estudio de Pollock en las que aparecen.

En la obra sustituye el color negro por el marrón salpicado por manchas plateadas, que aplica desde las cuatro esquinas de la obra situada en el suelo y girando a su alrededor.

Para Pollock, la labor del artista es expresar la energía, el movimiento y la fuerza interior. Así pues no solo es el movimiento del pincel el que crea la obra sino el de todo el cuerpo marcado por el ritmo del balanceo de sus caderas. Puede parecer que son obras realizadas al azar sin ninguna planificación previa, pero él mismo explicóen las declaraciones para la película sobre él de 1951 rodada por Hans Namuth y Paul Falkenberg):

> Cuando pinto, tengo una idea general de lo que hago. Puedo controlar el flujo de pintura: no existe nada accidental.

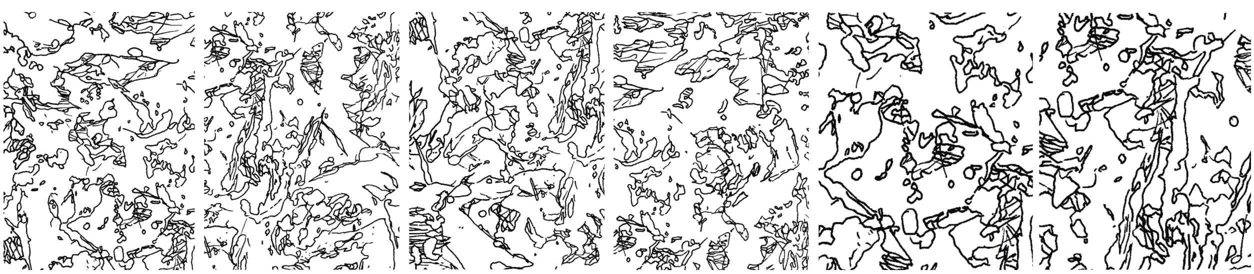

Figura 10. Algunos resultados obtenidos a diferentes escalas y en diversas partes de la obra y dimensiones respectivas:1,643; 1,644; 1,646; 1,640; 1,614; 1,625

Como vemos, al igual que prescinde de los materiales típicos en pintura, también lo hace de algunos de los elementos del lenguaje visual, a favor de la expresividad y el gesto. La línea y la forma desaparecen, pero sí podemos intuir el movimiento que se realizó para dejar caer la pintura. Por eso en esta ocasión y con el fin de calcular la dimensión fractal de la obra tomamos como línea el borde de las gotas y manchas definido por la yuxtaposición de los colores, el blanco del lienzo, marrón y plata.

Investigaciones realizadas por los alumnos

Como indicamos anteriormente, la experiencia surge como consecuencia de anteriores trabajos de investigación realizados con fractales. Especialmente sobre el cálculo de la dimensión fractal de las localidades a las que pertenecían los chicos y chicas del centro. Además de la participación de estos en el proyecto *Musaraña* del Museo Thyssen-Bornemisza.

La realización de un Club de Matemáticas en el centro a lo largo del curso, durante un recreo semanal (treinta minutos) y con la participación voluntaria de alumnos, la mayoría de los mismos de 2.º de ESO[8], ha hecho posible llevar a cabo la actividad. Entre las muchas actividades del club, pretendíamos realizar una actividad novedosa que introdujera a los alumnos al trabajo de investigación. Pensamos entonces que el cálculo de la dimensión fractal de un cuadro sería adecuado.

Así que nos pusimos manos a la obra. Se seleccionaron veintiséis obras de veintitrés autores. Todas las obras pertenecen a la colección expuesta en el Museo Thyssen Bornemisza de Madrid, más concretamente en las salas de la planta baja[9]. En estas salas encontramos una gran muestra de arte contemporáneo del siglo XX perteneciente al cubismo, surrealismo, abstracción…

Las obras seleccionadas para este trabajo están cercanas a este último movimiento artístico por dos motivos.

El primero de ellos es que en estas obras, es donde se pueden identificar mejor los elementos del lenguaje visual, y con ello la línea en sus distintas aplicaciones. Además, imaginemos una obra de estilo Flamenco o Renacentista, sería muy complicado para los alumnos aislar cada línea de un cuadro.

El otro motivo por el cual hemos elegido estas obras es meramente motivacional. Los alumnos se encuentran más cómodos trabajando con obras más *cercanas*. Según dicen ellos «más fáciles de hacer».

Comenzamos el trabajo directo con los alumnos explicando durante una sesión los conceptos de fractal y dimensión fractal (paso 1).

En la segunda sesión se les explicó a los miembros del club que cada uno puede apadrinar una de las obras seleccionadas del Museo Thyssen-Bornemisza, con el objetivo de conocer al autor, la obra y obtener su dimensión fractal (paso 2). Cada alumno escogió una obra y se ex-

Figuras 11 y 12. Alumnos trabajando en el paso 4 plicaron varios ejemplos para tener un mismo criterio de lo que se puede o no considerar línea.

Durante las tres siguientes sesiones (pasos 3 y 4) cada alumno (también participaron dos profesoras que habían colaborado en el club durante el curso) fue calcando las líneas de la obra apadrinada sobre una hoja de papel vegetal. Es destacable que el punto más delicado es tener un criterio unificado para establecer lo que es o no es línea, pues el uso del lenguaje visual cambia en cada obra. Para ello determinamos que ante cualquier duda se seguiría el criterio de la profesora de Plástica.

El cuarto paso lo realizamos fuera del horario del club. Ante los resultados que íbamos obteniendo, nos dimos cuenta que el grosor de los rotuladores podía influir en el cálculo de la dimensión. Por lo que tuvimos que repetir en algunos casos el paso 4 utilizando en todos el mismo grosor (fino 0,2 mm) de rotulador. Algunos alumnos apadrinaron dos obras.

Para el quinto paso volcamos todos los resultados en una exposición virtual dentro de la página web *De Mates… ¿Ná?*. Tras comparar las dimensión fractal de cada obra, los alumnos buscaron información sobre la obra y el autor.

Obra	Autor	Dimensión fractal	Reinterpretaciones lineales
Composición de ocho lados	Kurt Schwitters	1,279	Figura 13
Casa giratoria	Paul Klee	1,305	Figura 14
Desde las llanuras II	Georgia O'Keeffee	1,329	
Botella y Frutero	Juan Gris	1,345	
Proun 4 B	Lászió Moholy-Nagy	1,362	
Arquitectura pictórica (bodegón: instrumentos)	Popova Liubov	1,389	
Suprematismo	Nikolái Suetin	1,394	
El fumador (Frank Haviland)	Juan Gris	1,410	Figura 15
Sin título	Clyfford Still	1,414	
Hechizo azul	Hans Fofmann	1,424	Figura 16
Gran pintura del ferrocarril	Lászió Moholy-Nagy	1,439	
Good hope road II, Pastoral	Arshile Gorky	1,449	
Proun 5 A	El Lissitzkky	1,459	Figura 17
Composición suprematista	Ilyá Chashnik	1,469	
El disco	Fernand Léger	1,475	Figura 18
Tensión suave	Vassily Kandinsky	1,477	Figura 19
Sin título (dibujo geométrico)	Alexander Vesnin	1,480	
Vestidos simultáneos (tres mujeres, formas, colores)	Sonia Delaunay-Terk	1,482	Figura 20
Cabeza de hombre	Pablo Picasso	1,482	
Pochade	Stuart Davis	1,482	
Juego de bacarrá	Vilmos Huszár	1,488	Figura 21
Expansión de la luz (centrífuga y centrípeta)	Gino Severini	1,498	
La escalera (segundo estado)	Fernand Léger	1,500	
Localización de móviles gráficos I	Frantisek Kupka	1,546	Figura 22
Estudio Vorticista	Edward Wadsworth	1,558	Figura 23
Apuro	Francis Picabia	1,597	Figura 24
Marrón y plata I	Jackson Pollock	1,700	

Tabla 1. Obras reinterpretadas, autores del original y dimensión fractal

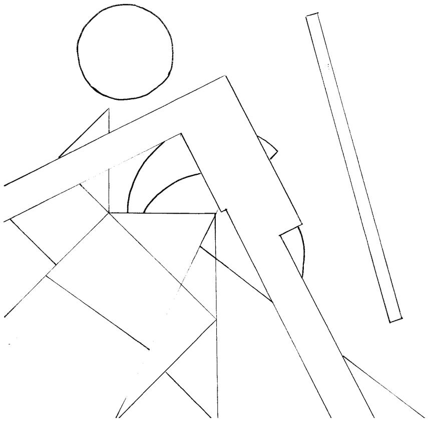

Figura 13

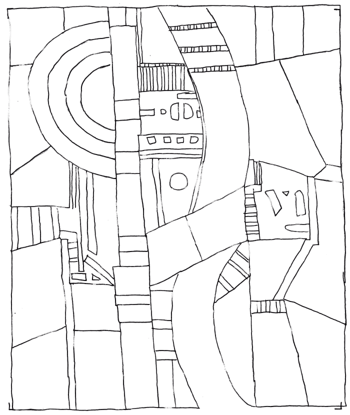

Figura 18

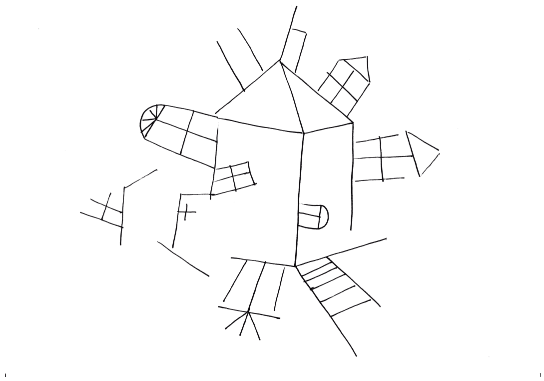

Figura 14

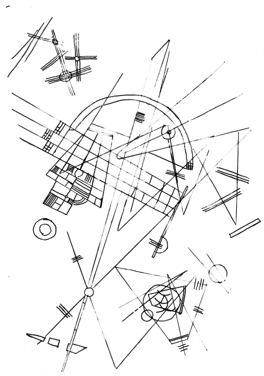

Figura 19

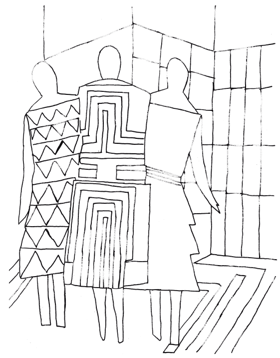

Figura 20

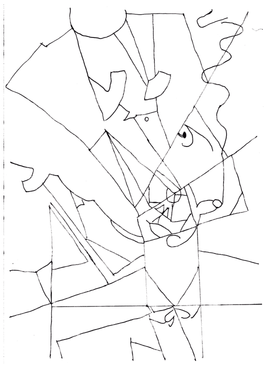

Figura 15

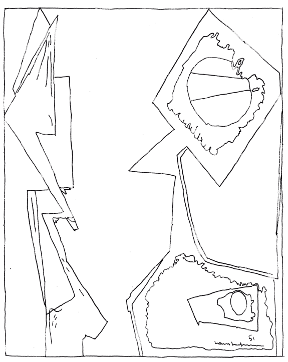

Figura 16

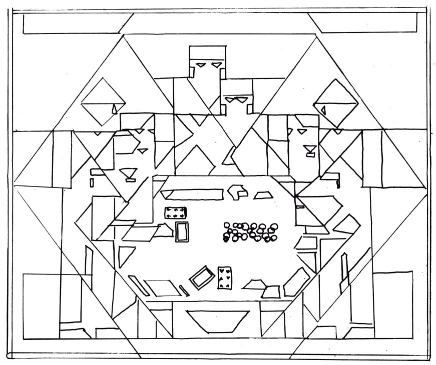

Figura 21

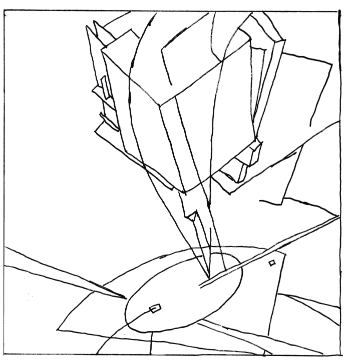

Figura 17

Figura 22

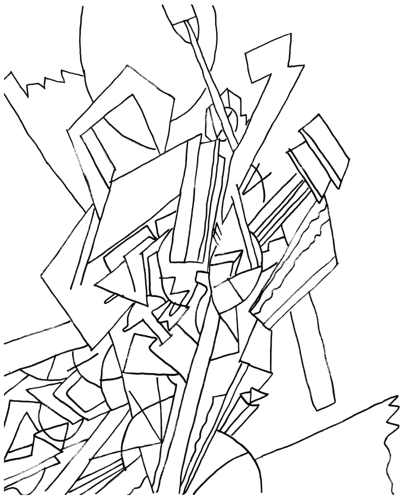

Figura 23

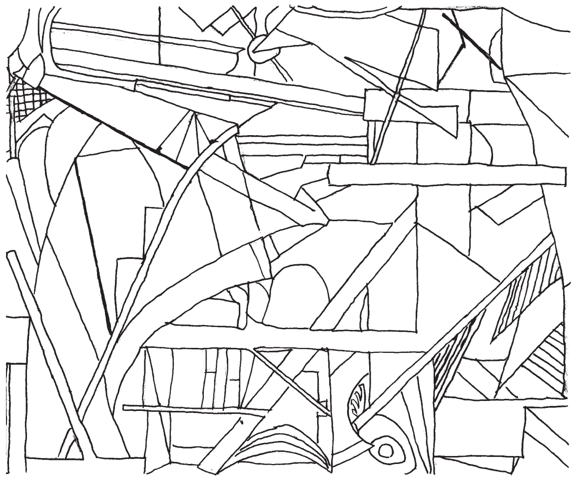

Figura 24

A continuación presentamos en una tabla, en orden creciente de dimensión fractal, las obras junto algunos ejemplos de reinterpretación lineal.

Podemos observar que para poder comparar la rugosidad debemos fijarnos en las centésimas y milésimas de los valores numéricos de las dimensiones fractales.

Con los datos obtenidos podemos afirmar que hay una correlación entre dimensión fractal de cada obra y la cantidad de líneas presentes. Entre las obras estudiadas, *Marrón y Plata* de Jackson Pollock es la que tiene una mayor dimensión fractal (1,700) y *Composición de ocho lados*, de Kurt Schwitters tiene la menor (1,279).

Para concluir

Consideramos, que la estimación de la dimensión fractal de una obra de arte puede ser una buena actividad motivadora para sumergir a los alumnos en los fascinantes mundos del arte y los fractales, así como para comprobar las múltiples aplicaciones de estos últimos. Los alumnos descubren que las distintas disciplinas no están aisladas, sino que están conectadas y que la aparición de estas en el tiempo coinciden y no de forma casual.

La experiencia y los resultados así lo corroboran y esperamos que otros alumnos puedan comprobar su potencial para realizar investigaciones en Matemáticas.

Nuestro principal objetivo ha sido dar a conocer el comportamiento y utilidad de los fractales, mediante un trabajo de investigación, ayudando a reforzar la presencia de las matemáticas y el arte en nuestra sociedad, entendiéndolos, respetándolos y valorándolos.

Referencias bibliográficas

Alix, J. y M. Sawin (2000), *Surrealistas en el exilio y los inicios de la Escuela de Nueva York*, catálogo de la exposición, MNCARS, Madrid.

Arnheim, R. (2005), *Arte y percepción visual: psicología del ojo creador*, Alianza Editorial, Madrid.

Comas, J. y M. J. Herrera (2010), «Cálculo de la dimensión fractal del contorno de una ciudad como trabajo de investigación en secundaria», *Suma* 65, 23-32.

Mandelbrot, B. B. (1977), *La Geometría Fractal de la Naturaleza,*Tusquets Editores, Barcelona.

Martín, M. A., M. Morán y M. Reyes (1995), *Iniciación al caos,* Editorial Síntesis, Colección Educación Matemática en Secundaria, Madrid.

Mayer, R. (1993), *Materiales y técnicas del arte,* Tursen-Hermann Blume.

O´Hara, F. (1959), *Jackson Pollock,* Braziller, Nueva York.

Sandler, I. (1996), *El triunfo de la pintura norteamericana. Historia del expresionismo abstracto,* Alianza Forma, Madrid.

Referencias web (consultadas en julio de 2016)

https://www.youtube.com/watch?v=hbby5yn-jc8 [*Art of Science: Jackson Pollock´s fractals*]

http://es.gizmodo.com/diez-bellisimos-ejemplos-de-fractales-en-la-naturaleza-1677114869

[*Diez bellísimos ejemplos de fractales en la naturaleza*]

https://es.wikipedia.org/wiki/Fractal

https://www.youtube.com/watch?v=KKAb_oxK-coU [*Fractales. A la caza de la dimensión oculta*]

http://www.fractalyse.org

http://rsbweb.nih.gov/ij/[*ImageJ*].

http://dematesna.byethost31.com/demates23/opciones/investigacion/fractales/fractales.htm [*Investigación sobre Fractales*].

http://www.educathyssen.org

https://www.youtube.com/watch?v=sDXMRN2IZq4 [*Marcus du Sautoy explica la naturaleza fractal de las obras de Pollock*].

http://www.rtve.es/alacarta/videos/mas-por-menos/aventura-del-saber-serie-mas-menos-fractales-geometria-del-caos/1296590/ [*Más por Menos: Fractales. La Geometría del Caos*].

http://dematesna.byethost31.com/demates89/opciones/investigaciones%20matematicas%200809/index.htm [*Los fractales en nuestro entorno*].

http://www.museothyssen.org/thyssen/home [*Obras del Museo Thyssen-Bornemisza*].

http://www.dematesna.es

http://dematesna.es/index.php?option=com_content&view=section&id=18&Itemid=173 [*VIII Semana Temática, PiK2 por los fractales*].

https://www.youtube.com/watch?v=Wea_1L-C9Xo [*¿Qué son los fractales?*].

Joaquin Comas roqueta
IES Sierra Minera
<jcmates@gmail.com>
Ana Pérez-Nieto Mercader
IES Sierra Minera
<anapereznieto@hotmail.com>

1 La Semana Matemática es una actividad-muestra en la que cada grupo de alumnos va pasando por una serie de aulas-taller con un orden previamente establecido, de forma que cada cierto tiempo van rotando los grupos por todas las aulas, sin coincidir dos grupos en una misma aula. Este evento se realiza durante varios días, agrupando a los alumnos por niveles educativos e invitando a participar a otros centros. Son los propios alumnos que han realizado los trabajos durante el curso los que presentan y controlan las diferentes aulas, adquiriendo una mayor responsabilidad y entrega a la hora de realizar esta actividad. Para obtener más información se puede visitar los artículos «Realización de una Semana Matemática» publicados en la revista *Unión* en la dirección:<http://www.fisem.org/paginas/union/info.php?id=322> y en el Boletín digital de la Sociedad Aragonesa Pedro Sánchez Ciruelo, *Entorno Abierto* <http://www.sapm.es/EntornoAbierto/EntornoAbierto-num7.pdf> .

2 La actividad preparada con motivo del Día escolar de las Matemáticas sobre «La ciudad y las matemáticas» se puede visitar en la dirección http://www.fespm.es/CIUDAD/Actividades%20-%20JCR.pdf de la página web de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.

3 Se puede visitar el artículo en la dirección <http://revistasuma.es/IMG/pdf/65/023-032.pdf>.

4 Sobre el proyecto Musaraña visitar la dirección <http://www.educathyssen.org/>.

5 A lo largo del artículo nos apoyaremos en aspectos tratados en el artículo de Comas, J. y Herrera, M. J. (2010), «Cálculo de la dimensión fractal del contorno de una ciudad como trabajo de investigación en secundari» *Suma* n.º 65, 23-32.

6 El método de conteo de cajas se basa en la propiedad fractal de autosemejanza. Consiste en cubrir la imagen con cajas de dimensión s y se seleccionan aquellas celdas que están ocupadas, hasta completar la imagen. Luego, se va cambiando s progresivamente por otras cajas más pequeñas, siguiendo una proporción (factor de escala) y nuevamente se seleccionan las cajas ocupadas. En cada paso se aplica la fórmula de Hausdorff-Besicovitch y si se desea se traza un gráfico de comportamiento escalar donde representamos: en el eje Y, el logaritmo de las celdas ocupadas en su totalidad (dividendo de la fórmula); en el eje X, el logaritmo de las celdas correspondientes al factor de escala (divisor de la fórmula). El cociente entre valores representa la pendiente de la línea resultante y proporciona el valor de la dimensión fractal.

7 Podemos encontrar otros programas como ImageJ desarrollado por Wayne Rasband del National Institutes of Healtn.

8 En el Club pretendemos resaltar el carácter lúdico de las Matemáticas, tratando de redescubrir las Matemáticas al realizar investigaciones y actividades atractivas para los alumnos. El hecho de compartir nuestras vivencias matemáticas puede ayudarnos a que nuestros alumnos estén más motivados y compartan sus experiencias matemáticas con otras personas.

9 Para la visualización de las obras originales se puede visitar <http://www.museothyssen.org/thyssen/artistas>.

10 Página web realizada por los alumnos de Matemáticas del I.E.S. Sierra Minera de La Unión (Murcia), <http://dematesna.es>. La exposición «Trabajando la dimensión Fractal en el Aula: Obras del Museo Thyssen-bornemisza» se pude visitar en <http://dematesna.es/index.php?option=com_content&view=article&id=1486:apps-matematicas-para-moviles-y tablets&catid=75:expos&Itemid=190>.