suma+ 84
Artículos
Marzo 2017
pp. 63-74

Las matemáticas y el ajedrez en Secundaria

Andrés Martín Sánchez

Propuesta de actividades didácticas relacionadas con el ajedrez y las matemáticas en Secundaria, utilizando como material el juego del ajedrez para ilustrar conceptos curriculares de los bloques de Números, Álgebra, Geometría, Análisis y Probabilidad.

Palabras clave: Ajedrez, Matemáticas, Secundaria, Actividades, Currículo.

Math and Chess in HighSchool

A proposal of several activities dealing with Chess and Maths in High School, using the Chess game as material to support curricula concepts relating Number, Algebra, Geometry, Functions and Probability.

Keywords: Chess, Maths, High School, Actvities, Curricula.

En este artículo se muestran una serie de actividades que relacionan el ajedrez y las matemáticas propuestas a lo largo del curso 2015-2016, en el IES Emilio Jimeno de Calatayud (Zaragoza) dentro del programa «El Ajedrez en la escuela» del Gobierno de Aragón.

Esta propuesta de actividades se ha aplicado dentro del contexto de currículo de Matemáticas de Secundaria, como complemento y/o alternativa a las que se proponen en los libros de texto u otras similares con otro trasfondo, siguiendo la evolución de los contenidos de dicho currículo en 1.º, 2.º y 3.º de la ESO.

Se presenta así, el problema de los granos de trigo para ilustrar las potencias y las posibilidades del tablero del ajedrez, lo cual permite introducir los números grandes. La presentación de las piezas sirve para ilustrar las propiedades de las fracciones, y las casillas para ilustrar una conocida identidad algebraica. La dama y su movimiento introduce conceptos geométricos como el giro y la simetría y la notación algebraica del juego permite introducir las coordenadas cartesianas. Finalmente, el jaque y los movimientos de la torre, el alfil y la dama sirven como ilustración de un interesante problema de probabilidad.

Se muestran en el artículo, los enunciados de las actividades (en cuadros de color) y las solu-

Artículo recibido en *Suma* en septiembre de 2016 y aceptado en enero de 2017

ciones esperadas para cada uno de los ítems que componen cada actividad.

Como material para las actividades es necesario papel cuadriculado para ilustrar el tablero y un juego de ajedrez con el tablero y las piezas.

El tablero y las potencias (Problema de los granos de trigo)

El ajedrez es un juego de mesa en que las fichas se colocan en las casillas de un tablero de 8 filas y 8 columnas.

Representar utilizando las cuadriculas del cuaderno dicho tablero y ennumerar cada una de dichas casillas de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba.

¿Cuántas casillas hay?

Hay 64 casillas, las ilustradas a continuación:

57	58	59	60	61	62	63	64
49	50	51	52	53	54	55	56
41	42	43	44	45	46	47	48
33	34	35	36	37	38	39	40
25	26	27	28	29	30	31	32
17	18	19	20	21	22	23	24
9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	3	4	5	6	7	8

Figura 1. Numeración casillas del tablero

Teniendo en cuenta que el tablero anterior es un cuadrado con 8 casillas de lado, expresar en forma de potencia el número de casillas que tiene el tablero y comprobar que el número de casillas así hallado coincide con las halladas en la cuestión anterior.

El número de casillas del tablero cuadrado con 8 casillas de lado coincide con el área del tablero, es decir:

$$8^2 = 64 \text{ casillas.}$$

Según cuenta la leyenda, el brahmán Sisa pide al rey de las Indias como recompensa a la exhibición del juego del ajedrez, que se le diesen: los granos de trigo que sumase el número de casas (casillas) del tablero en esta forma, una por la primera, dos por la segunda, cuatro por la tercera, duplicando así por las demás hasta la 64.

Dibujar de nuevo en el cuaderno el tablero, y colocar en cada una de las casillas el número de granos correspondiente.

¿Puedes hacerlo?

☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹
☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹
☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹
☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹
☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹
☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☹
256	512	☹	☹	☹	☹	☹	☹
1	2	4	8	16	32	64	128

Figura 2. Granos por casilla

Como se ve en la figura a partir de la casilla 10, el número de granos es tan grande que no puede escribirse en el cuadro que le corresponde.

Si la respuesta a la actividad anterior es no, hacer una tabla con dos columnas en la que la primera columna sea el número de casilla hasta la 64 y la segunda columna indique el número de granos de trigo de cada casilla. Utilizar para los cálculos, una calculadora y escribir en letras el número de granos de trigo de la casilla 64.

La tabla, realizada con una hoja de cálculo, es la siguiente:

Casilla	Granos de trigo
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
…	…
27	67 108 864
28	134 217 728
29	268 435 456
…	…
61	1 152 921 504 606 850 000
62	2 305 843 009 213 690 000
63	4 611 686 018 427 390 000
64	9 223 372 036 854 780 000

Figura 3. Granos de trigo por casilla

Ahora dibujar un tercer tablero de ajedrez y escribir en él los granos de trigo que corresponden a cada casilla en forma de potencias de dos.

¿Caben ahora los granos de trigo en cada casilla?

La primera casilla corresponde a la potencia 2^0, la segunda casilla a 2^1, la tercera casilla a 2^2, y así sucesivamente hasta la casilla 64. Se observa que en cada casilla hay que escribir una potencia de 2 en que la base es 2 y el exponente es una unidad menos que el número de la casilla que corresponde al primer tablero dibujado.

Expresándolo en forma de potencia, sí es posible asignar a cada casilla del tablero el número de granos de trigo que le corresponden.

2^{56}	2^{57}	2^{58}	2^{59}	2^{60}	2^{61}	2^{62}	2^{63}
2^{48}	2^{49}	2^{50}	2^{51}	2^{52}	2^{53}	2^{54}	2^{55}
2^{40}	2^{41}	2^{42}	2^{43}	2^{44}	2^{45}	2^{46}	2^{47}
2^{32}	2^{33}	2^{34}	2^{35}	2^{36}	2^{37}	2^{38}	2^{39}
2^{24}	2^{25}	2^{26}	2^{27}	2^{28}	2^{29}	2^{30}	2^{31}
2^{16}	2^{17}	2^{18}	2^{19}	2^{20}	2^{21}	2^{22}	2^{23}
2^{8}	2^{9}	2^{10}	2^{11}	2^{12}	2^{13}	2^{14}	2^{15}
2^{0}	2^{1}	2^{2}	2^{3}	2^{4}	2^{5}	2^{6}	2^{7}

Figura 4. Granos de trigo por casilla
(en forma de potencia)

Según cuenta la leyenda (Bastús, 1833), los tesoreros del rey hallaron que la recompensa que había pedido el brahmán Sisa debía evaluarse en:

> 16 384 ciudades, de las cuales cada una tuviese 1 024 graneros, que en cada uno de ellos hubiese 174 762 medidas (sacos), y en cada una de estas 32 768 granos.

Expresar cada una de estas cantidades como potencias de dos.

¿Se puede hacer con todas ellas? Si hubiera una cantidad que no fuera expresable como potencia de dos, mayórarla con la potencia de dos más próxima.

Todas las cantidades menos una, pueden expresarse como potencias de dos:

16 384 ciudades = 2^{14} ciudades
1 024 graneros = 2^{10} graneros
17 472 medidas < 2^{18} medidas
32 768 granos = 2^{15} granos.

Ahora calcular el número de granos de trigo que caben en todas los sacos que hay en todos los graneros de todas las ciudades del reino. (Utiliza para ello la calculadora o una hoja de cálculo).

¿Cuántos granos hay en el reino del rey de las Indias?

Los granos de trigo que hay en el reino —según los tesoreros— son, aproximadamente, 95 mil billones, calculados utilizando el factor de conversión unitario como:

$$16384\,\frac{\text{ciudades}}{\text{reino}}\cdot 1024\,\frac{\text{graneros}}{\text{ciudad}}\cdot 17472\,\frac{\text{medidas}}{\text{granero}}\cdot 32768\,\frac{\text{granos}}{\text{medida}}=$$
$$16384\cdot 1024\cdot 17472\cdot 32768\;\frac{\cancel{\text{ciudades}}}{\text{reino}}\cdot\frac{\cancel{\text{graneros}}}{\cancel{\text{ciudad}}}\cdot\frac{\cancel{\text{medidas}}}{\cancel{\text{granero}}}\cdot\frac{\text{granos}}{\cancel{\text{medida}}}=$$
$$\simeq 9{,}6\cdot 10^{16}\,\frac{\text{granos}}{\text{reino}}$$

Calcular los granos de trigo del reino, pero ahora utilizando potencias de dos y las propiedades de las potencias.

Para ello se deberán utilizar las aproximaciones obtenidas anteriormente, y hacer una estimación, en forma de potencias de dos, del número de granos del reino de las Indias.

Prescindiendo de la cancelación de unidades, que es idéntica al apartado anterior, y utilizando las equivalencias (y mayoraciones) obtenidas con anterioridad, el cálculo se simplifica reduciéndose a un sencillo cálculo de potencias:

$$16384\,\frac{\text{ciudades}}{\text{reino}}\cdot 1024\,\frac{\text{graneros}}{\text{ciudad}}\cdot 17472\,\frac{\text{medidas}}{\text{granero}}\cdot 32768\,\frac{\text{granos}}{\text{medida}}<$$
$$2^{14}\cdot 2^{10}\cdot 2^{18}\cdot 2^{15}\,\frac{\text{granos}}{\text{reino}}=$$
$$=2^{14+10+18+15}\,\frac{\text{granos}}{\text{reino}}=2^{57}\,\frac{\text{granos}}{\text{reino}}$$

Es decir, los tesoreros calcularon algo menos que 2^{57} granos en el reino.

Comparar los resultados obtenidos en los dos apartados anteriores. Según esto:

- *¿Son ciertas las previsiones de los tesoreros del rey de las Indias?*
- *Si es que no, ¿se pasaron en las previsiones o se quedaron cortos? ¿Por qué?*

Los tesoreros calcularon 2^{57} granos en el reino, mientras que los granos que hay en la casilla 64 son 2^{63}. Al ser $2^{57} < 2^{63}$ claramente los tesoreros quedaron cortos en sus previsiones, pues en dichas previsiones los granos calculados eran menos que los que había en la casilla 64, y por tanto menos también que la suma de granos que hay desde la casilla 1 hasta dicha casilla 64.

La leyenda del origen del ajedrez, tiene muchas versiones. La que se ofrece en la enciclopedia histórica —Bastús (1833)— es una de ellas (quizá la más interesante). Busca otra versión de esta leyenda en alguna otra fuente y escribe algún dato curioso.

Al final resulta que la suma de todos los granos es $2^{64} - 1$ o aproximadamente 18 trillones de granos de trigo. Escrito así, o incluso si escribimos un 18 seguido de dieciocho ceros, la cantidad puede ser asombrosamente alta, aunque para hacernos una idea más tangible de lo que esto significa, es muy interesante la analogía establecida en el libro de Paenza (2005) utilizando las magnitudes de tiempo y peso :

— Si en el tablero pusiéramos pepitas de oro en lugar de granos de trigo, cada una de un gramo, el peso del tablero de ajedrez, una vez depositadas todas las pepitas equivaldría a tener cuatro mil millones de Boeing 747.
— Si las pepitas se depositaran en cada casilla a una velocidad de una por segundo, el tiempo que se tardaría en llevarlas al tablero sería de unos cien mil millones de años.

En otras versiones, se sustituyen granos de trigo por arena, para concluir que no hay suficiente arena en todas las playas de la Tierra, para satisfacer la petición del taimado brahmán Sisa, el hijo de Daher.

Las partidas de ajedrez (El número de Shanon)

Una manera de introducir los números grandes y la notación científica puede ser a través del ejemplo de los granos de trigo, de la actividad anterior. El número de granos de trigo que pedía el brahmán Sisa aún siendo un número asombroso, puede resumirse con notación en forma de potencia a través de $2^{64} - 1$.

La magnitud de los números del ajedrez solo puede compararse con magnitudes astronómicas. Un vídeo que se puede proyectar en clase muy efectivo a pesar de ser bastante antiguo es el de *Powers of Ten* (1977) en que se acota el universo conocido, tanto lo astronómicamente grande como lo microscópicamente pequeño, entre 10^{-16} y 10^{24} metros (los exponentes aparecen en cada fotograma en la parte derecha de la imagen).

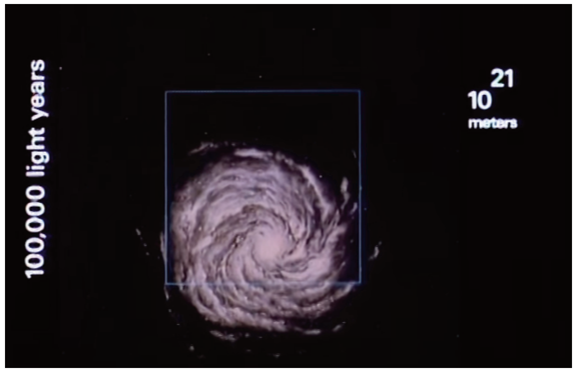

Figura 5. La Vía Láctea a 10^{21} metros de altura

Se puede ilustrar la sencillez de la notación científica y de las potencias con más ejemplos como realizar una estimación del número de átomos del Universo. Este número es más grande que el anterior y se calcula que oscila entre 10^{72} y 10^{87}.

Basándose en este número asombrosamente grande, se ideó el *gúgol* (base del motor de búsqueda Google) como 10^{100}, es decir, un número aún mayor que el número de átomos en el Universo.

Con todo, este número es ridiculamente pequeño si se compara con el *número de Shannon*, que es un número que dicho matemático estimó que corresponde el número posible de partidas de ajedrez y que en notación científica es 10^{120}.

Se establece la siguiente jerarquía entre los siguientes números grandes, utilizando como cota menor de la jerarquía un número relacionado con el tablero de ajedrez, sin haber puesto en juego las piezas del tablero, y como cota superior un número relacionado con el despliegue de todas las posibilidades de las piezas del juego de ajedrez:

Granos de trigo en el tablero <
Átomos en el universo <
Gúgol < Número de Shanon

$$2^{64} < [10^{72}, 10^{87}] < 10^{100} < 10^{120}$$

Sorprendentemente, las posibilidades del juego del ajedrez, sus piezas y movimientos, que pueden encerrarse en un tablero de mesa, e incluso uno portátil de 6 cm × 6 cm, (las dimensiones de las figuras de este artículo) superan numéricamente con creces las del universo conocido, tanto a nivel macroscópico como microscópico.

Las piezas y las fracciones

En el juego del ajedrez se enfrentan las piezas blancas y las negras en un tablero.

Las piezas son el peón, la torre, el alfil, el caballo, la reina y un rey.

Por cada bando hay dos torres, dos caballos, dos alfiles, una reina, un rey y ocho peones.

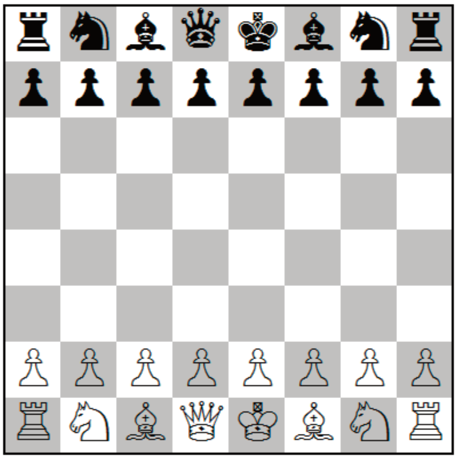

Figura 6. Piezas en la posición inicial del tablero

La siguiente tabla resume numéricamente las piezas presentes en el tablero:

Pieza	Nombre	#	Pieza	Nombre	#	Total
♚	Rey	1	♔	Rey	1	2
♛	Reina	1	♕	Reina	1	2
♜	Torre	2	♖	Torre	2	4
♝	Alfil	2	♗	Alfil	2	4
♞	Caballo	2	♘	Caballo	2	4
♟	Peón	8	♙	Peón	8	16
Negras		16	Blancas		16	32

Tabla 1. Número y nombre de las piezas del ajedrez

En las siguientes actividades se trata de calcular la probabilidad de que al extraer una pieza al azar, esta tenga una determinada característica. La probabilidad, según la ley de Laplace, se expresa como una fracción:

$$p = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$$

Por ejemplo, si queremos calcular la probabilidad de que una pieza extraída sea blanca, se calcularía como:

$$p(\text{blanca}) = \frac{\text{Casos favorables a que salga blanca}}{\text{Casos posibles}}$$

Así,

$$p(\text{blanca}) = \frac{16}{32}$$

pues hay 16 piezas de color blanco, y 32 piezas en total.

Otro modo de calcular esta probabilidad es:

$$p(\text{blanca}) = \frac{1}{2}$$

pues hay un color blanco, frente a dos colores posibles en el tablero.

Comprobar que las fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{16}{32}$ son equivalentes.

$$\frac{16}{32} = \frac{16 \div 16}{32 \div 16} = \frac{1}{2}$$

Calcular la probabilidad, de dos maneras distintas, de que sacando una pieza al azar, sea torre.

Comprobar que las dos maneras de calcular la probabilidad son equivalentes.

Las dos formas de hacerlo son:

$$p(\text{torre}) = \frac{\text{Número de torres}}{\text{Número de piezas}} = \frac{2}{16}$$

$$p(\text{torre}) = \frac{\text{Número de torres blancas y negras}}{\text{Número de piezas blancas y negras}} = \frac{4}{32}$$

que son equivalentes por la simplificación:

$$\frac{4}{32} = \frac{4 \div 2}{32 \div 2} = \frac{2}{16}$$

Calcular la probabilidad de que al sacar una pieza al azar sea peón y negra.

$$p(\text{peón y negra}) = \frac{\text{Número de peones negros}}{\text{Número total de figuras}} = \frac{8}{32}$$

y también puede calcularse como:

$$p(\text{peón y negra}) = p(\text{peón}) \cdot p(\text{negra}) =$$
$$= \frac{\text{Número de peones}}{\text{Número total de figuras}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{16}{32} \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{32}$$

Calcular la probabilidad de que al sacar una pieza al azar sea un caballo o una torre.

$$p\left(\text{caballo o torre}\right)=\frac{\text{Nº de caballos o torres}}{\text{Nº total de figuras}}=\frac{8}{32}$$

$$p\left(\text{caballo o torre}\right)=p\left(\text{caballo}\right)+p\left(\text{torre}\right)=$$

$$=\frac{\text{Nº de caballos}}{\text{Nº de figuras}}+\frac{\text{Nº de torres}}{\text{Nº de figuras}}=\frac{4}{32}+\frac{4}{32}=\frac{8}{32}$$

Las casillas y las identidades algebraicas (Suma de los n primeros impares)

Utilizando como material las casillas del tablero de ajedrez vamos a comprobar la siguiente identidad algebraica:

$$1+3+5+7+\ldots+\left(2n-1\right)=n^2$$

Es decir, la suma de los n primeros impares es igual al cuadrado de n.

Para ello empezaremos fijándonos en la siguiente figura y las relaciones de más abajo que expresan la suma de los cuatro primeros números impares.

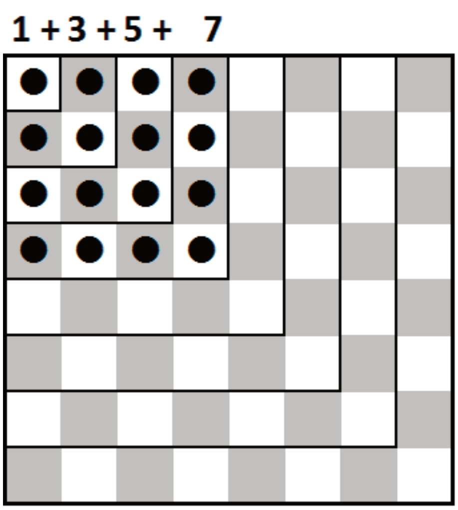

Figura 7. Suma de los cuatro primeros números impares

$$1=1=1^2$$
$$1+3=4=2^2$$
$$1+3+5=9=3^2$$
$$1+3+5+7=16=4^2$$

Completar ahora los huecos hasta llegar a la suma de los ocho primeros números impares

$$1+3+5+7+\square=\square=\square^2$$
$$1+3+5+7+9+\square=\square=\square^2$$
$$1+3+5+7+9+11+\square=\square=\square^2$$
$$1+3+5+7+9+11+13+\square=\square=\square^2$$

La solución es:

$$1+3+5+7+9=25=5^2$$
$$1+3+5+7+9+11=36=6^2$$
$$1+3+5+7+9+11+13=49=7^2$$
$$1+3+5+7+9+11+13+15=64=8^2$$

Completar la siguiente tabla y escribir la identidad algebraica que se deduce al generalizarla (se trata de la identidad algebraica del inicio de la actividad).

Sumandos	Último sumando	Valor suma	Suma
1	1	1	1
2	3	4	1+3
3	5	9	1+3+5
4	7	16	1+3+5+7
…	…	…	…
7	13	49	1+3+5+7+9+11+13
…	…	…	…
n	$2n-1$	n^2	$1+3+5+\ldots+(2n-1)$

Tabla 2. Suma de impares

Lo que se debe completar figura en color en la tabla de arriba.

La identidad algebraica que se obtiene al generalizar la tabla es:

$$1+3+5+9+11+\ldots+\left(2n-1\right)=n^2$$

¿Por qué la anterior igualdad es una identidad algebraica?

Porque es una igualdad algebraica que se verifica para cualquier valor de la incógnita n, no solo para algunos valores de n.

Los giros y las simetrías (El problema de las ocho damas)

El problema de las ocho damas es bien conocido —para un estudio detallado del problema puede consultarse Guik (2012)— y hay muchas formulaciones. La siguiente se utilizó como enunciado de un problema de preparación de la Olimpiada Matemática de 2.º ESO en Aragón en el curso 2015-2016. Se propuso como doble problema semanal. El primer problema respondía al enunciado de la preparación de la Olimpiada.

Tenemos ocho reinas enemistadas en un tablero de ajedrez. Teniendo en cuenta los posibles movimientos de la reina en el ajedrez… ¿Cómo podríamos colocar las ocho reinas en el tablero, de manera que ninguna de ellas pueda eliminar a la otra?

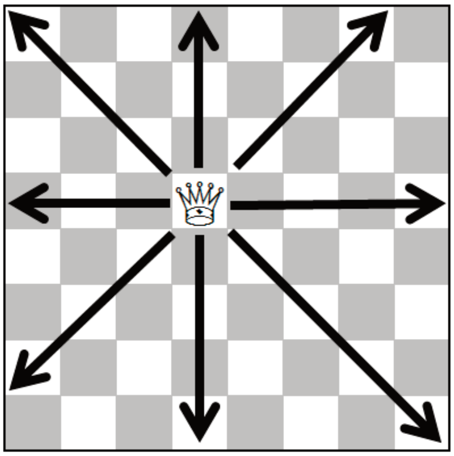

Figura 8. Movimiento de la dama

Una de las 92 posibles soluciones es la siguiente:

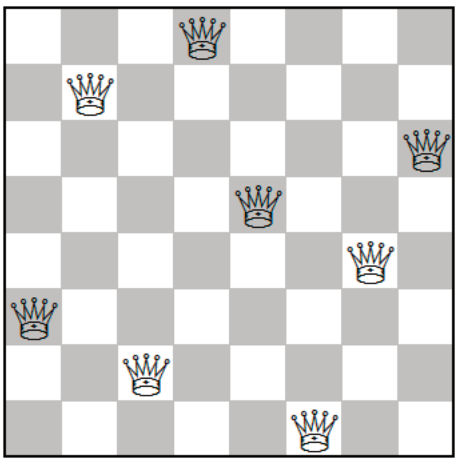

Figura 9. Solución fundamental al problema de las ocho damas

Uno de los aspectos interesantes de la solución es que a partir de ella puede obtenerse otra a través de un giro o una simetría. Esta es la motivación del segundo problema que se enuncia a continuación.

Obtener una solución alternativa al problema de las ocho reinas a partir de la anterior por alguna de las transformaciones geométricas: giro o simetría

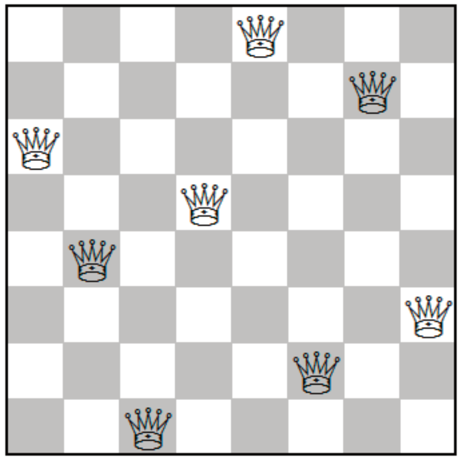

Figura 10. Solución no fundamental del problema de las ocho damas

Geometría del ajedrez (Ilustración del teorema de Pitágoras)

El ajedrez tiene una geometría propia como se puede comprobar con la siguiente actividad que sirve de aplicación del teorema de Pitágoras.

Si un cuadrado de lado ocho unidades, ¿Cuál es la medida de su diagonal?

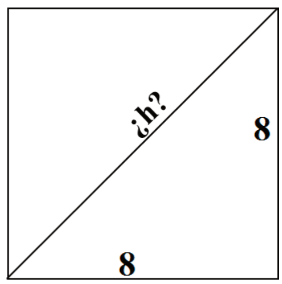

Figura 11. Medida de la diagonal del cuadrado de lado ocho unidades

Por el teorema de Pitágoras, la diagonal es:

$$h=\sqrt{8^2+8^2}=\sqrt{128}\ \text{u}$$
$$121<128<144 \quad\Rightarrow\quad \sqrt{121}<\sqrt{128}<\sqrt{144}$$
$$11<\sqrt{128}<12$$

Es decir la hipotenusa mide entre 11 y 12 unidades. El ajedrez tiene, sin embargo, una particular geometría. En un tablero, cuyos lados miden 8 casillas, el recorrido por la diagonal se hace en 8 movimientos y no mide por tanto $\sqrt{128}$.

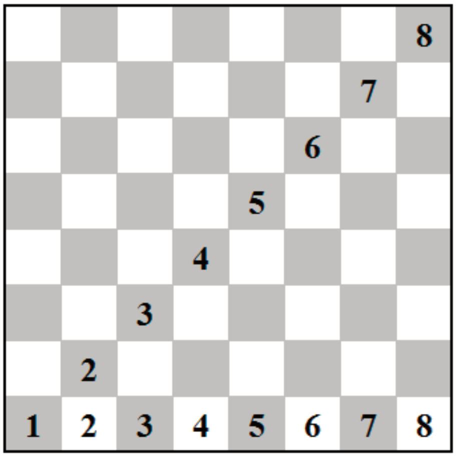

Figura 12. Valor de la diagonal principal en un tablero de ajedrez

Anotación de las posiciones y las coordenadas (La partida inmortal)

La anotación de las posiciones en el ajedrez y la notación algebraica pueden servir como introducción a las coordenadas cartesianas, que normalmente se introducen en los libros de texto a través del juego de los barcos.

Para ello se explica la notación algebraica en el ajedrez que se refleja en la siguiente figura

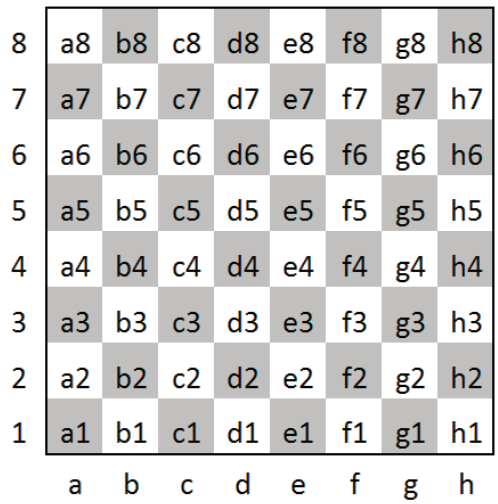

Figura 13. Notación casillas tablero de ajedrez

La siguiente partida es conocida como *La inmortal* celebrada entre Adolf Anderssen y Lionel Kieseritzky en Londres en 1851.

Jugada	1	2	3	4	5	6	7	8
Blancas	e4	f4	♗c4	♔f1	♗xb5	♘f3	d3	♘h4
Negras	e5	exf4	♛h4+	b5	♞f6	♛h6	♞h5	♛g5
Jugada	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
Blancas	♘f5	g4	♖g1	h4	h5	♕f3	♗xf4	♘c3
Negras	c6	♞f6	cxb5	♛g6	♛g5	♞g8	♛f6	♝c5
Jugada	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	
Blancas	♘d5	♗d6	e5	♔e2	♘xg7+	♕f6+	♘e7++	
Negras	♛xb2	♝xg1	♛xa1+	♞a6	♚d8	♞xf6	1-0	

Tabla 3. La *Partida Inmortal*

La siguiente figura muestra la jugada 12 de la partida:

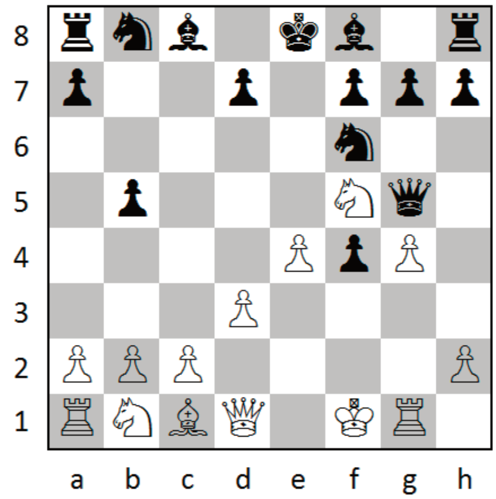

Figura 14. Jugada 12 de la *partida inmortal*

Contestar a las siguientes preguntas:

a) ¿Cuántos movimientos tiene la partida?

b) Indica con una flecha cual es la posición final de la ficha blanca que se mueve en el movimiento 12.

c) Rodea con un círculo la ficha que ocupa la posición E8.

d) ¿Qué ficha ocupa la posición G1?

a) La partida tiene 23 movimientos.
b) Ver la figura 15.
c) Ver la figura 15.
d) La posición G1 la ocupa la torre blanca.

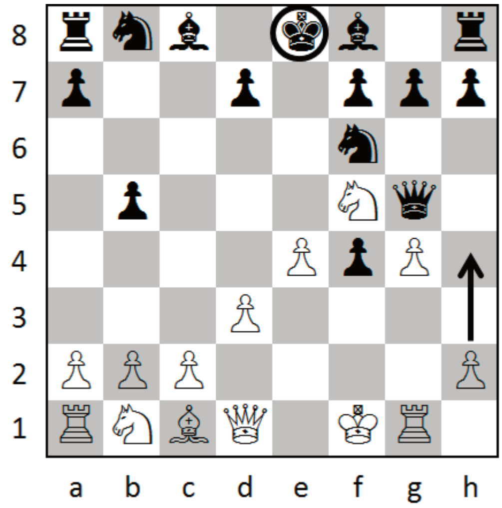

Figura 15. Solución de la actividad la *partida inmortal*

Un problema de probabilidad (Amenaza de jaque por una reina)

Si colocamos una reina y un rey de distinto color en el tablero, se trata de calcular la posibilidad de amenaza de jaque. Para ello, se comenzará calculando la probabilidad de amenaza de jaque por otras dos piezas menores como son la torre y el alfil.

Antes de la realización de la actividad se pidió a los alumnos que visualizaran en casa el vídeo disponible en la siguiente ruta:

https://www.youtube.com/watch?v=QibtPAaq6NE

Aplicaremos la ley de Laplace. En todos los casos que vamos a considerar —de amenaza de jaque por una torre, alfil o dama— los casos posibles son todas las maneras en que se puede colocar una pieza (torre, alfil o dama negra en este caso) y un rey blanco en el tablero. Para calcular estas maneras se razona así:

> a) *Una pieza cualquiera (torre, alfil o dama en este caso) puede colocarse en el tablero en cualquiera de las ____ casillas del tablero.*
>
> b) *Para cualquiera de las casillas en las que puede colocarse la torre en el tablero, hay ____ casillas restantes en las que puede colocarse el rey.*
>
> c) *Por lo tanto, el número de casos posibles en que se puede colocar una pieza (torre, alfil o dama negra en este caso) junto al rey en el tablero son:*
>
> ____ × ____ = ____

a) Una pieza cualquiera puede colocarse en 64 casillas del tablero.

b) El rey puede colocarse en las otras 63 casillas.

c) El número de casos posibles en que se puede colocar una pieza junto al rey son

$$64 \times 63 = 4032.$$

Probabilidad de amenaza de jaque por una torre

La torre puede mover a todas las casillas de su fila o columna como marcan las cruces

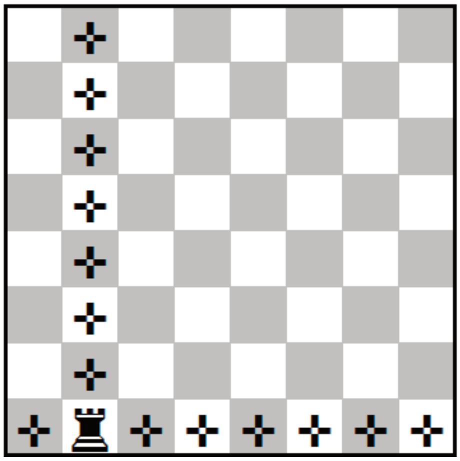

Figura 16. Movimiento de la torre

Cualquiera de las casillas marcadas por las cruces está amenazada por la torre (si no hay obstáculos), así que el rey blanco colocado en cualquiera de esas posiciones está en situación de jaque. Luego el número de casillas a las que amenaza la torre es 14.

Pedimos a los alumnos que comprueben en el tablero que el número de casillas amenazadas por la torre es el indicado, para cualquier casilla.

> *La probabilidad de que el rey blanco esté amenazado por una torre negra, se calcula así:*
>
> a) *Una torre puede colocarse en el tablero en cualquiera de las ____ casillas del tablero.*
>
> b) *Para cualquiera de las posiciones del apartado a, el rey blanco está amenazado de jaque en ____ posiciones.*
>
> c) *Por tanto, el número de casos favorables a que el rey blanco esté amenazado por una torre negra en el tablero es:*
>
> ____ × ____ = ____
>
> d) *La probabilidad (en porcentaje) de que un rey esté amenazado por una torre en un tablero viene dada por el cociente p = ____ / ____ = ____.*

a) Una torre puede colocarse en cualquiera de las 64 casillas del tablero.
b) Para cada posición de la torre hay 14 posiciones en las que el rey blanco está amenazado de jaque.
c) El rey blanco puede estar amenazada por una torre blanca en $64 \times 14 = 896$ situaciones.
d) La probabilidad (en porcentaje) de que el rey esté amenazado por una torre es:
$p = 896/4032 = 0{,}23$, es decir el 23%.

Probabilidad de amenaza de jaque por un alfil

El alfil puede mover a todas las casillas de diagonales sobre las que está situado. Siempre por las casillas del mismo color.

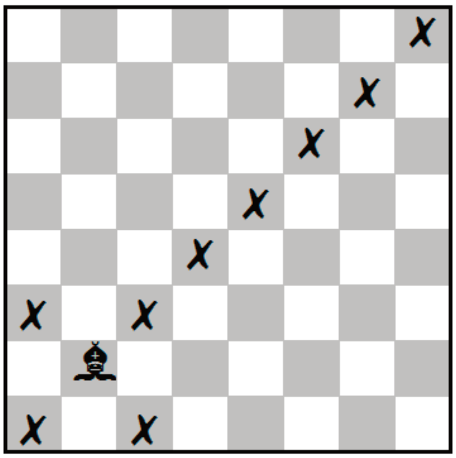

Figura 17. Movimiento del alfil

El número de casillas a las que puede moverse el alfil (y por tanto el número de casillas desde las que puede amenazar de jaque a un rey) depende de la zona del tablero en que está situado (véase la figura 18).

El número de casillas en las que el rey blanco estará amenazado de jaque por un alfil negro situado (probarlo en el tablero):

a) En la zona A es de ____, mientras que en esa zona hay ____ casillas.

b) En la zona B es de ____, mientras que en esa zona hay ____ casillas.

c) En la zona C es de ____, mientras que en esa zona hay ____ casillas.

d) En la zona D es de ____, mientras que en esa zona hay ____ casillas.

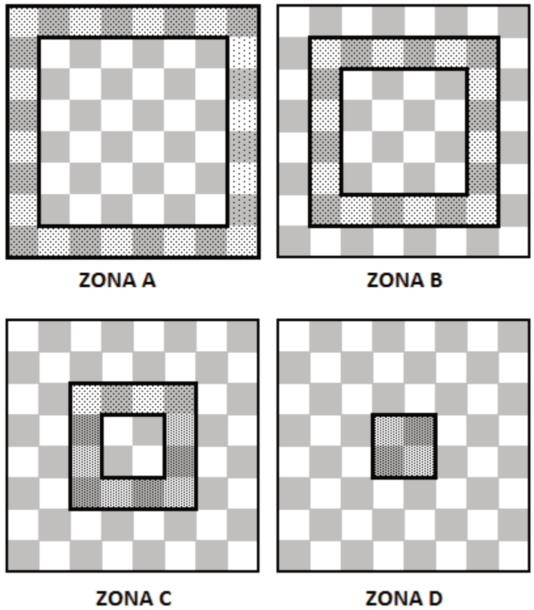

Figura 18. Zonas de influencia del alfil según el número de casillas que amenaza

a) El número de casillas de la zona A es 28 y desde ellas el alfíl amenaza 7 casillas.
b) El número de casillas de la zona B es 20 y desde ellas el alfíl amenaza 9 casillas.
c) El número de casillas de la zona C es 12 y desde ellas el alfíl amenaza 11 casillas.
d) El número de casillas de la zona D es 4 y desde ellas el alfíl amenaza 13 casillas.

Rellenar la siguiente tabla que sistematiza la información anterior y completa en la última fila el número de casos que pueden darse en que un rey blanco pueda estar amenazado de jaque por un alfil negro situado en cualquiera de las casillas del tablero.

ZONAS	A	B	C	D	+
Casillas	28	20	12	4	64
Posiciones de amenaza de jaque	7	9	11	13	--
×	196	180	132	52	560

Tabla 4. Situaciones de amenaza por alfil

Las contestaciones que deben darse aparecen en color en la tabla.

Hallar la probabilidad (en porcentaje) de que un alfil amenace al rey en el tablero.

La probabilidad de que el rey esté amenazado por un alfil viene dada por la expresión:

$$p = \frac{560}{4032} = 0{,}14 \quad \Leftrightarrow \quad 14\%$$

en la que el numerador de la fracción son los casos posibles en que se puede producir la amenaza de un rey blanco por un alfil negro (última celda de la tabla de la tabla 3) y el denominador de la fracción es el número de casos en que se pueden colocar un alfil negro y un rey blanco en un tablero (calculado en la primera actividad de este apartado).

Probabilidad de amenaza de jaque por una dama

La dama puede moverse como una torre o un alfil. Sus posibles movimientos se han mostrado en la figura 8. De acuerdo con esto se concluye la última parte del razonamiento.

La probabilidad de que el rey esté amenazado por una dama de distinto color se calcula como la suma de las probabilidades de que esté amenazado por un alfil o por una torre, es decir:

$$p = 0{,}14 + 0{,}23 = 0{,}37 \quad \Leftrightarrow \quad 37\%$$

Buscar esta actividad (probabilidad en el ajedrez) en youtube:

<https://www.youtube.com/watch?v=QibtPAaq6NE>

y descubre los fallos que hay en el vídeo.

En la siguiente tabla aparecen los errores que pueden detectarse en la visualización del vídeo.

Minuto	Dice	Debe decir	Justificación
2:45	64x7	28x7	Son 28 las casillas de la zona A
3:33	36x9	20x9	Son 20 las casillas de la zona B
4:12	Doce	Once	Se ha contado la posición del alfil erróneamente como casilla de amenaza
4:37	16x12	16x11	
6:01	1016	560	Cálculo hecho sobre los errores anteriores
6:42	25,2%	14%	

Tabla 5. Errores en el vídeo

Conclusiones

A lo largo de este artículo se ha presentado una propuesta de actividades relacionadas con el ajedrez y las matemáticas en secundaria, que utiliza como contexto los contenidos curriculares de dicha asignatura y como material de trabajo el tablero, las piezas y las reglas del juego.

De esta manera, se ha hecho un recorrido sobre aspectos de distintos bloques del currículo como los Números (potencias, números grandes y fracciones), el Álgebra (identidades algebraicas), la Geometría (el teorema de Pitágoras, los movimientos y las áreas), las Tablas y Gráficas (notación casillas en el tablero) y la Probabilidad.

Dentro del juego de ajedrez, las actividades han mostrado progresivamente el tablero, las piezas, sus movimientos, el concepto de jaque y la anotación de partidas, de modo que también ha servido como una iniciación al juego a los alumnos que no lo conocían.

#	Nombre actividad	Contenidos curriculares (Orden 9 Mayo 2007 Gobierno de Aragón)	Bloque	Nivel ESO
1	Granos de trigo	Potencias de base y exponente natural. Operaciones con potencias.	Números	1.º/2.º
2	Número de Shanon	Utilización de la notación científica para expresar números grandes.		3.º
3	Piezas	Números racionales positivos. Operaciones con números racionales.		1.º
4	Suma n primeros impares	El lenguaje algebraico para generalizar propiedades. Identidades y ecuaciones. Cuadrados perfectos.	Álgebra	1.º/2.º
5	Ocho damas	Movimientos (giros y simetrías).	Geometría	3.°
6	Geometría del tablero	El teorema de Pitágoras.		2.º/3.º
7	La partida inmortal	Coordenadas cartesianas.	Tablas	1.º
8	Probabilidad de jaque	Cálculo de probabilidades mediante la Ley de Laplace.	Probabilidad	3.º

Tabla 6. Resumen

Las actividades de ajedrez en general han sido muy positivamente valoradas por los alumnos y apreciadas como un complemento a la enseñanza curricular de las matemáticas en Secundaria.

Referencias bibliográficas

Guik, Y. (2012), *Matemática en el tablero de ajedrez. Tomo 1. El tablero y las piezas*, Krasan.

Bastús, J. (1833), *Suplemento al Dicccionario Histórico Enciclopédico*, Barcelona.

Paenza, A. (2005), *Matemática… ¿Estás ahí? Sobre números, personajes, problemas y curiosidades*, Siglo XXI Editores Argentina, S.A., Buenos Aires.

Referencias web

Pascal, P., *Viaje al ajedrez. La insondabilidad del ajedrez.* <http://librodenotas.com/viajealajedrez/22303/la-insondabilidad-del-ajedrez>

Ortiz, J.,y F. Pascual, *Probabilidad en el ajedrez.* <https://www.youtube.com/watch?v=QibtPAaq6NE>

Andrés Martín Sánchez
IES Emilio Jimeno (Calatayud)
<Amartin@emiliojimeno.edu.es>