suma+ 86
Artículos
Noviembre 2017
pp. 29-37

Trigonometría en la meridiana solar de Roma

Mariola Brines Pérez
Irene Ferrando Palomares

Este artículo describe una propuesta didáctica dirigida a alumnos de 4.° de la ESO en adelante donde se trabajan principalmente los conceptos de trigonometría ligados a la meridiana solar de Roma. La propuesta está enfocada a comprender el funcionamiento de la meridiana relacionando conceptos astronómicos y trigonométricos, mediante una serie de actividades que incluyen el uso de herramientas digitales.

Palabras clave: Matemáticas, Trigonometría, Astronomía, Meridiana Solar, Coordenadas geográficas.

Trigonometry on the solar meridian Rome

This paper shows a teaching proposal addressed to high school students that focuses on the trigonometry concepts behind the meridian line of Rome. The aim is to learn about the functioning of the meridian line by connecting astronomy and trigonometry concepts. With this in mind, teaching material, activities and digital tools were developed and employed.

Keywords: Mathematics, Trigonometry, Astronomy, Meridian Line, Geographical coordinates.

Existen numerosos trabajos que profundizan en el interés didáctico de introducir los conceptos de la matemática escolar en contextos arquitectónicos (véanse, por ejemplo los trabajos de Reyes, 2006, Ferrando y Segura, 2013, Ferrando y Donat, 2016 o las Rutas Matemáticas diseñadas por Queralt, Puig y Monzó, 2014, 2007, 2009a, 2009b). Por otra parte, desde distintos organismos educativos (Agencia de Educación de la Comunidad Europea, 2012 y Jefatura del Estado Español, 2014) se incide en la necesidad de trabajar de forma relacionada conceptos de diferentes disciplinas, integrándolas en un único ámbito denominado comúnmente STEM por su acrónimo en inglés (Science, Technology, Engineering and Mathematics). En este trabajo describimos una propuesta didáctica dirigida a alumnos de cuarto curso de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) en adelante, que se inscribe en las dos perspectivas previamente descritas ya que, en un contexto arquitectónico, los alumnos se enfrentan a actividades que permiten introducir conceptos de astronomía básica mediante el uso de la trigonometría.

La propuesta que presentamos fue diseñada a partir de una cuestión planteada por unos estudiantes tras un viaje a Roma; los alumnos habían visitado la basílica de Santa Maria degli Angeli en

Artículo solicitado por *Suma* en mayo de 2017 y aceptado en septiembre de 2017

la que se encuentra una meridiana solar y se preguntaban cómo funcionaba. Así, la propuesta pretendía, de alguna forma, dar respuesta a una cuestión planteada por un grupo de alumnos de primer curso de Bachillerato.

los alumnos se enfrentan a actividades que permiten introducir conceptos de astronomía básica mediante el uso de la trigonometría.

Durante el diseño de la propuesta didáctica, nos basamos en el artículo de González Martí (2015), de forma que nuestro trabajo pretende complementar la propuesta planteada por este. A continuación, presentaremos someramente algunos aspectos relativos al diseño de la propuesta y pasaremos a describir en detalle, sesión por sesión, las actividades que la componen. Dado que estas actividades han sido implementadas en un aula, explicaremos cuáles han sido los resultados de la experiencia llevada a cabo porque consideramos que estos pueden resultar de utilidad para el profesor que quiera llevar a cabo una serie de tareas de esta índole.

Objetivos

Para que la enseñanza de las matemáticas no resulte en una repetición de ejercicios descontextualizados es importante «hacer énfasis en la funcionalidad de los aprendizajes y su utilidad para comprender el mundo que nos rodea […]» (Diario Oficial de la Generalitat Valenciana, 2015, p. 17668). En este caso se propone al alumnado explorar la relación entre en la construcción de un objeto con un uso astronómico, la meridiana solar y un concepto de trigonometría, la tangente. Para enfrentarse a esta propuesta, es necesario que los estudiantes tengan conocimientos previos de las razones trigonométricas, por lo que esta propuesta está dirigida a alumnado de 4.º de ESO en adelante. Además, requiere de la comprensión de conceptos básicos de astronomía que implican una cierta capacidad de visión espacial, que se espera ya tengan suficientemente desarrollada a esta edad. Para facilitar este último objetivo, se hará uso de herramientas digitales interactivas tales como simuladores astronómicos que facilitan la compresión de conceptos de geometría espacial.

Esta propuesta didáctica incluye actividades enfocadas a practicar la resolución de problemas contextualizados que incluyen las razones trigonométricas que complementan a las planteadas por González Martí (2015), adentrándose en la estrecha relación entre astronomía y trigonometría en el contexto de la meridiana solar. Mediante el aprendizaje de estas razones en un contexto atractivo se fomenta que este sea significativo, y que mantenga activa la curiosidad de los estudiantes por el mundo que les rodea y su relación con las matemáticas.

Metodología

En primer lugar, se introducen algunos conceptos básicos de astronomía mediante diapositivas, dado que no están incluidos actualmente en el currículo académico. El libro *Astronomía fundamental* (Martínez y otros, 2005) es una buena herramienta para familiarizarse con la astronomía y cuenta con ilustraciones que ayudan a su comprensión. Resulta de gran utilidad mostrar un vídeo disponible en la plataforma *YouTube* que describe brevemente la historia y funcionamiento de la meridiana de Santa Maria degli Angeli[1]. Dado que su funcionamiento está directamente ligado al movimiento del Sol sobre el horizonte a lo largo del año, una manera muy interesante de visualizarlo es mediante el simulador *online*[2] desarrollado por la Universidad de Nebraska-Lincoln de los Estados Unidos, que permite ver el movimiento aparente del Sol sobre la esfera celeste durante todo el año en cualquier lugar del mundo. Conforme se avanza en la explicación se propone al alumnado que responda a las actividades que se le han proporcionado como dossier. Estas pueden ser resueltas de forma individual o en pequeños grupos y se corrigen progresivamente en el aula. De esta forma el profesor puede resolver dudas y volver a incidir en aquellos conceptos que no hayan quedado del todo claros.

La propuesta requiere un mínimo de 4 sesiones para ser implementada. A continuación detallamos cada una de las actividades planteadas para cada sesión.

Propuesta didáctica

Los contenidos que se incluyen son principalmente matemáticos y de astronomía básica, relacionados con la trigonometría y las coordenadas geográficas y celestes. Aunque las coordenadas geográficas sí que forman parte del temario de Ciencias Sociales, y los alumnos deben conocerlas, no está de más repasarlas brevemente. Por el contrario, no es habitual que estén familiarizados con las celestes y, por tanto, se debe dedicar un poco más de tiempo a explicarlas. A continuación detallaremos el contenido a tratar.

Contenido matemático:

- Ángulos alternos, complementarios y opuestos por el vértice.
- Conocimientos geométricos que permiten la medida y cálculo de longitudes.
- Razones trigonométricas, especialmente la tangente.
- Teorema de Pitágoras.
- Interpretación de dibujos geométricos.
- Resolución de ecuaciones de primer grado.
- Traducción del lenguaje verbal al algebraico.
- Generalización de un caso particular.

Contenido de astronomía:

- Coordenadas geográficas: latitud y longitud.
- Coordenadas horizontales: altura.
- Coordenadas ecuatoriales: declinación.
- Plano del ecuador.
- Plano de la eclíptica.
- Esfera celeste.
- Plano del horizonte.
- Cénit y nadir.
- Meridiano de un lugar.
- Constelación celeste.
- Signos del zodíaco.

Actividades

Las actividades que se proponen están distribuidas en cuatro sesiones, aunque dependiendo de las circunstancias del profesor y del grupo de alumnos se pueden ampliar o reducir. A continuación se muestra una descripción detallada de la propuesta.

Sesión 1

Esta primera sesión está dedicada a que los alumnos tomen contacto con el problema del establecimiento de un calendario civil lo más ajustado posible al calendario solar, ya que este es el motivo por el cual se construyó la meridiana que va a servirnos como contexto en nuestra propuesta. Aunque el objetivo es dar a conocer la construcción y funcionamiento de la meridiana solar desde un punto de vista matemático, será necesario introducir previamente ciertos conceptos astronómicos.

1. ¿Por qué tenemos años bisiestos? ¿Cuánto tiempo tarda la Tierra en completar una órbita alrededor del Sol?

Este primer ejercicio permite recordar a los alumnos por qué existen diferencias entre el calendario civil y el año trópico, y de ahí la importancia de la medida lo más exacta posible de este último para ajustar el primero.

2. Identifica los ángulos interiores del triángulo de la figura 1 sin realizar ningún cálculo teniendo en cuenta que las dos rectas horizontales son paralelas. Razona tu respuesta.

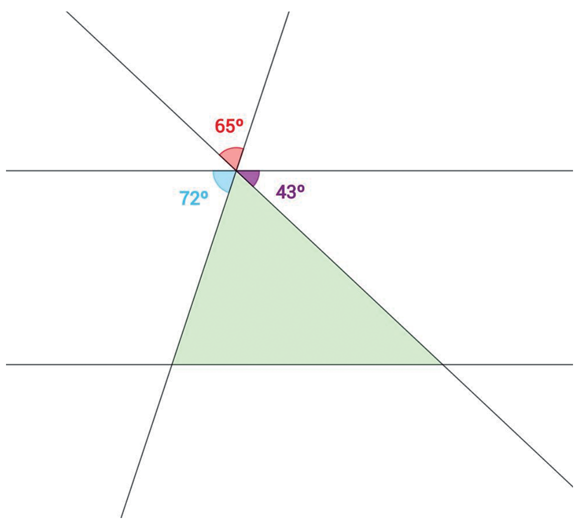

Figura 1. Identifica los ángulos del triángulo

Con este ejercicio se busca preparar a los alumnos para que puedan identificar los ángulos opuestos por el vértice y los alternos, que son fundamentales para entender los cálculos de la meridiana.

> 3. ¿A qué época del año corresponden cada una de estas dos posiciones del Sol mostradas en la figura 2, si representan la altura máxima y mínima del Sol sobre el horizonte de Roma?

Adentrarnos en la variación de la altura del Sol sobre el horizonte permite sentar las bases del fenómeno astronómico del que se sirve la meridiana para su funcionamiento. Una vez comprendido, nos centraremos en los cálculos de la posición de la proyección del Sol sobre la línea meridiana tanto durante los solsticios como en cualquier día del año.

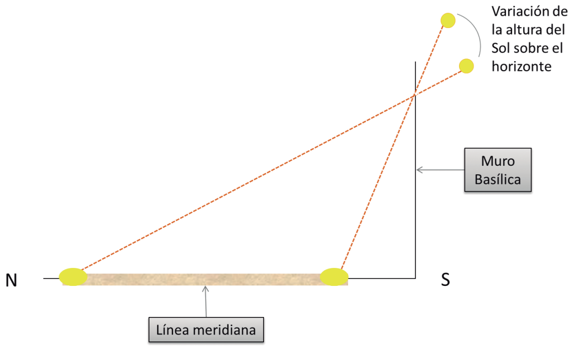

Figura 2. Esquema de la variación de la altura del Sol sobre el horizonte

> 4. Sabiendo que la altura del agujero estenopeico, por el cual se filtra la luz solar al mediodía, es de 20,344 m, calcula la distancia al muro de la proyección del Sol sobre la meridiana para el solsticio de invierno y de verano. Da la fórmula general. ¿Por qué has elegido esta?
>
> Datos: altura del Sol sobre el horizonte en el solsticio de invierno es de 24° 41' y en el de verano de 71° 32'.

Esta tarea requiere que los estudiantes estén familiarizados con las razones trigonométricas para que puedan identificar la tangente como la razón adecuada en este caso. En los datos se sugiere que hagan cálculos para dos fechas señaladas con la intención de que, a partir de estos, sean capaces de obtener la fórmula general. Si se toma el ángulo complementario de la altura del Sol sobre el horizonte (que correspondería al ángulo que subtiende el rayo de sol con el muro sur y que es el opuesto por el vértice del ángulo cenital, ver figura 3), y se calcula la tangente, la altura del agujero será siempre constante y corresponderá al coseno del nuevo ángulo, mientras que el seno, que es la distancia al muro será la incógnita, pudiéndose así aislar de la ecuación para obtener la fórmula general:

$$\tan(90^\circ - h) = \frac{\operatorname{sen}(90^\circ - h)}{\cos(90^\circ - h)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tan(90^\circ - h) = \frac{d}{r} \Rightarrow d = r \cdot \tan(90^\circ - h)$$

$$d = 20{,}344 \cdot \tan(90^\circ - h) \qquad [1]$$

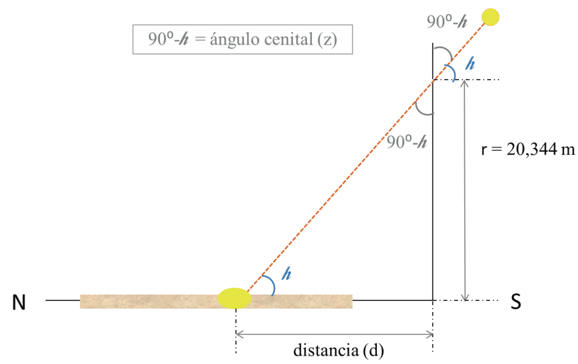

Figura 3. Cálculo de la distancia al muro de la proyección sobre la meridiana

Sesión 2

En esta segunda sesión se persigue asentar los conocimientos adquiridos y hacer reflexionar sobre la influencia de la latitud del lugar en la longitud de la línea meridiana. Además, se profundiza en la no linealidad de la función tangente. La pregunta 7 es particularmente compleja ya que requiere de una mayor abstracción y puede ser necesario guiar a los alumnos hacia la respuesta correcta.

> 5. ¿Qué longitud tiene la meridiana?

La resolución de esta primera tarea es sencilla pero, de alguna forma, permite asentar los conceptos que se trabajaron en la sesión anterior y detectar posibles obstáculos en la comprensión del contexto del concepto de tangente.

> 6. ¿Por qué no se prolonga la línea meridiana hasta el muro sur? ¿En qué caso sí que tendría sentido?

La primera pregunta de esta tarea corresponde a la actividad 3 de González Martí (2015) y requiere de una reflexión por parte de los alumnos, que sirve para comprobar que están entendiendo la construcción de la meridiana. La segunda pretende hacerles pensar sobre la variación de la longitud de la meridiana si esta estuviera situada en otra latitud diferente a la de Roma.

> 7. ¿Por qué no son equidistantes las graduaciones de los signos del zodíaco en la meridiana?

Esta pregunta es una reformulación de una pregunta planteada por González Martí (2015) en la actividad 4, centrada en las dos graduaciones de la meridiana y que puede resultar más adecuada si se visita la basílica. En nuestro caso, su planteamiento debe venir precedido de la explicación de que las constelaciones zodiacales están situadas en una franja alrededor de la eclíptica, equidistantes 30° entre ellas. Con esto se pretende que los estudiantes razonen cuál es la fórmula que nos permite conocer la posición del Sol sobre la meridiana, y por tanto, respecto a los signos del zodíaco, que como han deducido antes viene dado por la tangente, que no es una función lineal. Aquí se requiere de un razonamiento más complejo al incluir astronomía, trigonometría y análisis, y por tanto, la resolución de esta tarea puede suponer un reto para muchos alumnos.

> 8. Tal como se puede ver en la figura 4, la forma de la proyección del Sol varia en tamaño e intensidad a lo largo del año. ¿A qué crees que se debe la atenuación de la luz en el solsticio de invierno en comparación con el de verano?

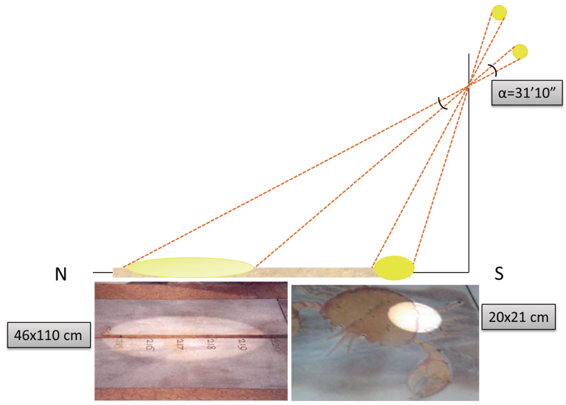

Figura 4. Esquema de la variación de tamaño e intensidad lumínica de la proyección sobre la meridiana a lo largo del año

En este punto se puede abrir un debate con los alumnos, en el que previsiblemente se mencione que, dado que los rayos van más inclinados al entrar en la basílica la luz se dispersa más y disminuye su intensidad. Deberíamos hacerles notar que la dispersión de la luz depende de la mayor inclinación de los rayos del Sol durante los meses de invierno cuando atraviesan la atmósfera, ya que recorren más del doble de masa de aire que en verano, cuando el ángulo cenital es menor (Sigismondi, 2011).

Sesiones 3 y 4

Estas sesiones incluyen solo un ejercicio, pero que requiere de una explicación detallada de conceptos astronómicos, algunos de los cuales deberían conocer, como es la ocurrencia de las estaciones. Sin embargo la explicación de las coordenadas ecuatoriales y el razonamiento a desarrollar aumentan la complejidad de la actividad. Por este motivo, el grado de implicación del profesorado en la guía hacia la solución dependerá de las capacidades del alumnado.

> 9. Cálculo de las dimensiones de la proyección del Sol para cada día del año.

Para calcular las dimensiones de la proyección del Sol sobre la meridiana para cada día del año, es necesario ampliar antes algunos conceptos de astronomía y poner a prueba la capacidad visual del alumnado. Así, para abordar esta tarea haremos, en primer lugar, unas consideraciones sobre la latitud ayudándonos de imágenes y esquemas. Tal como podemos ver en la figura 5, el ángulo que subtiende el ecuador celeste con el cenit del lugar es el mismo que la latitud del lugar Φ.

Por otra parte, sabemos que el eje de rotación de la Tierra está inclinado con respecto al plano de la eclíptica, formando un ángulo de 23° 27', esto permite entender la razón por la que distinguimos cuatro estaciones a lo largo de un año. En efecto, si observamos el movimiento de traslación de la Tierra alrededor del Sol (figura 6), podemos ver cómo, durante los equinoccios, los rayos de luz inciden perpendicularmente sobre el ecuador, mientras que en el solsticio de invierno y verano (en el hemisferio norte) lo hace a las latitudes –23° 27' (trópico de Capricornio) y +23° 27' (trópico de Cáncer), respectivamente.

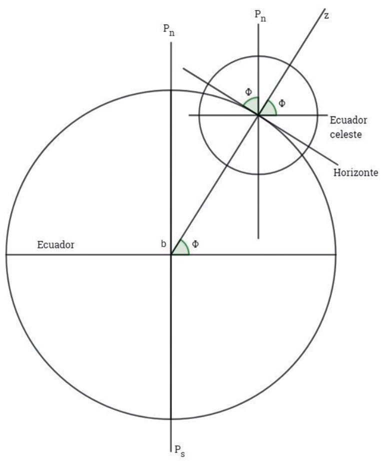

Figura 5. Esfera celeste de un observador situado a una latitud Φ

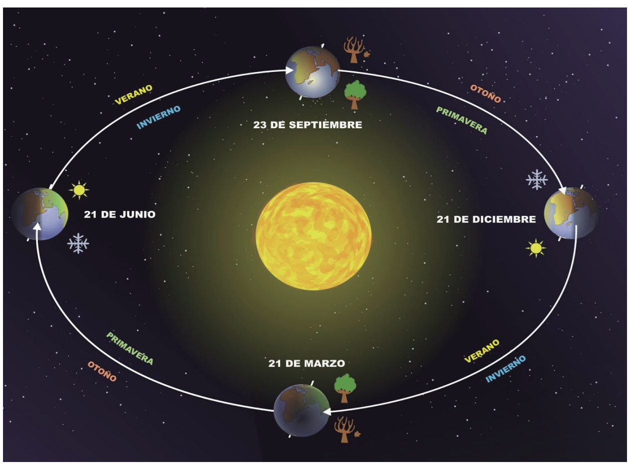

Figura 6. Movimiento de translación de la Tierra[3]

Así pues, durante los equinoccios, la altura máxima del Sol sobre el horizonte en cualquier lugar coincidirá con la proyección del ecuador celeste del lugar, y por tanto con el ángulo complementario de la latitud (90° – Φ).

Llegados a este punto, es útil introducir una de las coordenadas ecuatoriales: la declinación (δ). Esta coordenada representa el ángulo entre la proyección del ecuador y la posición de un astro, medido sobre el meridiano celeste que pase por el astro. En el caso del Sol, este ángulo varía entre +23° 27' y –23° 27', dado que 23° 27' es el ángulo entre el plano ecuatorial y el de la eclíptica.

Teniendo en cuenta todo lo explicado hasta ahora, conviene detenerse y describir con detalle la variación de la altura del Sol en Roma (ver figura 7). En el equinoccio de primavera, la altura máxima del Sol coincidirá con la altura del plano ecuatorial sobre el horizonte, que como hemos visto antes es igual al ángulo complementario de la latitud (90° – Φ). Durante la primavera, la altura máxima del Sol sobre el horizonte irá aumentando progresivamente hasta alcanzar el valor máximo en el solsticio de verano (90° – Φ) + 23° 27'. Durante el verano, la declinación irá disminuyendo su valor hasta ser igual a cero, y por tanto en el equinoccio de otoño, la altura máxima del Sol volverá a ser igual a 90° – Φ. Durante el otoño, la declinación (δ) tomará valores negativos hasta al-

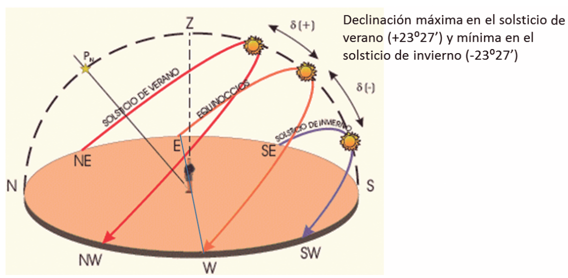

Figura 7. Movimiento aparente del Sol en los solsticios y equinoccios para una latitud como la de Roma.[4]

canzar –23° 27' el día del solsticio de invierno, donde la altura máxima será $(90° - \Phi) - 23° 27'$. Así pues, conforme avance el invierno, el valor de la declinación irá aumentando hasta que en el equinoccio de primavera será igual a cero de nuevo y por lo tanto la altura máxima del Sol será igual al ángulo complementario de la latitud Φ.

Podemos deducir, por tanto, que la altura máxima del Sol sobre el horizonte vendrá dada por la fórmula:

$$\text{altura máxima: } h = (90° - \Phi) + \delta \qquad [2]$$

donde $\delta \in [-23° 27', +23° 27']$

Así pues, conocida la latitud de Roma, solo necesitamos conocer la declinación del Sol para cada día del año. Para su cálculo se utilizará la ecuación aproximada de Cooper (1969):

$$\delta(n) = 23,45 \cdot \text{sen}\left(360 \cdot \frac{284 + n}{365}\right) \qquad [3]$$

donde n es cada día del año, $n \in [1, 365]$.

Si ahora recordamos cómo hemos calculado la distancia de la proyección del Sol sobre la meridiana en la pared sur de la basílica, es fácil deducir que el ángulo que buscamos es el ángulo cenital, que es el complementario de la altura sobre el horizonte.

Así pues, considerando [1] y [2]:

$$d = 20,344 \cdot \tan[90° - ((90° - \Phi) + \delta)]$$
$$d = 20,344 \cdot \tan[\Phi - \delta] \qquad [4]$$

Esta es la distancia a la que se encuentra el centro de la proyección del Sol sobre la meridiana. Como hemos dicho, su forma varía de una casi circular (20 × 21 cm) a una elipsoidal (46 × 110 cm). Esta diferencia se debe a la variación de la altura del Sol sobre el horizonte a lo largo del año, como ya hemos descrito anteriormente. Sin embargo, el tamaño de los semiejes de la elipse, es decir, la distancia de la proyección superior e inferior de estas en el centro de la figura viene dada porque el tamaño del Sol visto desde la Tierra no es despreciable. Aunque Bianchini[5] fijó el valor del diámetro angular en 31' 10'', hoy se utiliza como media 32,15°. El radio angular del Sol será, aproximadamente 0,268° (α). Así pues, para calcular la distancia del extremo más alejado de la elipse al muro, tendremos que sumar al ángulo cenital el radio angular del Sol.

Una vez obtenida la distancia, tendremos que calcular la diferencia entre esta y la del centro de la elipse que habíamos encontrado anteriormente y multiplicar el resultado por dos. Finalmente, habremos obtenido el tamaño del semieje mayor de la elipse. En el caso del semieje menor, debemos calcular primero el valor de la hipotenusa del triángulo rectángulo que forman la altura del agujero, el rayo de luz central y la distancia del centro de la proyección en la pared sur (hip_1), tal como se muestra en la figura 8. Si nos fijamos, la hipotenusa (hip_1) forma al mismo tiempo un triángulo rectángulo hacia el este (y otro hacia el oeste) con la distancia del centro de la proyección en el extremo este de la elipse y de este punto en el agujero (ver figura 8). El ángulo agudo de este nuevo triángulo (α) corresponde al radio angular, y por tanto utilizando la tangente de este ángulo podremos averiguar el valor del semieje menor de la elipse.

$$\text{semieje menor} = \text{hip}_1 \cdot \tan(\alpha) \qquad [5]$$

Conocidas las longitudes de los semiejes (a el semieje mayor, b el semieje menor) de las elipses para cada día, podemos encontrar su excentricidad (ε) y la ecuación cartesiana de la elipse:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}; \text{ donde } 0 < \varepsilon < 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Este ejercicio se les puede plantear a los alumnos para que lo realicen en una hoja de cálculo individualmente, por grupos o todos conjuntamente con la ayuda del profesor. Una vez obtenida la ecuación de la elipse se puede hacer un modelo de variación de la misma con el pro-

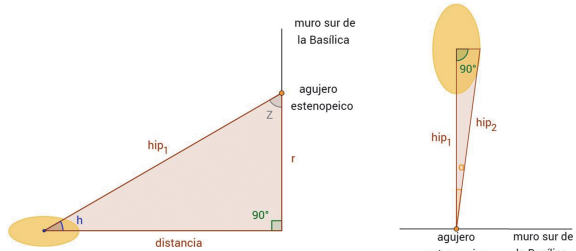

Figura 8. Esquema para el cálculo del semieje menor: vista lateral (izq) y vista superior (dcha)

grama Geogebra utilizando un deslizador para el día del año. De esta manera, el alumnado podrá comprobar de una forma más gráfica que la variación del tamaño de la elipse no es constante a lo largo del tiempo. La visión espacial necesaria para comprender el problema y los cálculos que implica puede suponer un desafío para algunos alumnos.

Descripción de la experiencia en el aula

Las actividades de la 1 a la 7 se implementaron en una clase de primero de Bachillerato de un instituto de Manises (Valencia) a alumnos del itinerario científico durante dos sesiones. El tiempo del que se dispuso fue insuficiente, pero no se contaba con más por diferentes limitaciones ajenas.

Por lo que respecta a las respuestas de los estudiantes a las primeras cuestiones, todos conocían que la Tierra no tarda un número exacto de días en dar una vuelta alrededor del Sol, sino que lo hace en 365 días y 6 horas (ningún alumno respondió con la cifra decimal 365,25). En el caso de la segunda actividad, la mayoría necesitaron realizar cálculos para hallar los ángulos del triángulo, sobre todo los alternos y pocos los obtuvieron directamente.

Sin embargo, las mayores dificultades surgieron con la comprensión del movimiento aparente del Sol a lo largo del año y la consiguiente variación en su altura sobre el horizonte. Para ayudar a los alumnos a visualizar este fenómeno, resultó de gran ayuda el uso de un simulador en línea[6]. A la hora de realizar los cálculos planteados en el ejercicio 4, se detectaron errores en la identificación de las distancias a la pared en cada uno de los solsticios así como en la utilización de grados y minutos, pero aquellos que resolvieron correctamente esta actividad no tuvieron mayores problemas con la actividad 5. En el caso de la actividad 6, las respuestas se fundamentaron de dos maneras: por un lado se justificó que el Sol nunca alcanza el cénit dada la latitud de Roma, y por otro por la misma construcción de la meridiana, ya que «los puntos máximo y mínimo no incluyen el muro». La actividad 7 presentó mayores dificultades por lo que fue necesaria la guía del profesor para que se hicieran las preguntas correctas, las siguientes cuestiones resultaron claves para orientar a los estudiantes: ¿Qué fórmula me proporciona la distancia al muro de la proyección y por lo tanto la posición respecto a los signos del zodíaco? ¿Qué función está contenida en esa fórmula, y cuáles son sus características? ¿Es una función lineal? ¿Cómo puedes comprobarlo? Tras estas reflexiones varios alumnos respondieron de forma correcta.

Conclusiones

Aunque la motivación de la construcción de la meridiana clementina fuera religiosa, los conocimientos científicos, en especial los matemáticos y astronómicos de la época fueron fundamentales. Así pues, esta propuesta pretende acercar la construcción y los conocimientos asociados a esta a los alumnos, mediante una serie de actividades contextualizadas en el funcionamiento de la meridiana y que, a la vez, permiten trabajar conceptos matemáticos tales como las relaciones entre ángulos y las funciones trigonométricas, especialmente la tangente. Con esta idea, las actividades desarrolladas por los estudiantes han sido corregidas y evaluadas, mostrando variedad en el método de resolución utilizado así como en los errores detectados, tanto de concepto como de cálculo. A nivel conceptual, entender la variación de la altura del Sol en el horizonte a lo largo del año les supuso un reto a una parte de los estudiantes debido a la dificultad para formarse una imagen visual correcta de la trayectoria. Este hecho demuestra la gran importancia de esta concepción en los procesos de aprendizaje (Van Hiele, 1986).

La falta de práctica a la hora de relacionar conceptos entre sí y establecer inferencias entre el mundo real y las fórmulas o conceptos matemáticos hace que sea necesario implementar actividades que permitan trabajarlo más a menudo en las aulas. Esto permitiría que la enseñanza de las matemáticas fuese más rica y se percibiera mejor su relación con el mundo que nos rodea. En nuestra opinión, la propuesta descrita en este trabajo integra, de forma justificada, contenidos de disciplinas diferentes, ajustándose por tanto a los estándares de trabajo de ámbito STEM.

Referencias Bibliográficas

Agencia de Educación de la Comunidad Europea (2012), *Developing Key Competences at School in Europe: Challenges and Opportunities for Policy – 2011/12. Eurydice Report,* Publications Office of the European Union, Luxembourg.

Cooper, P. I. (1969), «The absorption of radiation in solar stills», *Solar Energy*, n.º 12, 333-346.

Ferrando, I., y P. Donat (2016), «La proporción áurea en la Lonja de Valencia a través de Hambidge», *Suma*, n.º 83, 55-67.

Ferrando, I., y C. Segura (2013), «Una propuesta para trabajar la proporción desde el arte», *Modelling in Science, Education and Learning*, n.º 6 (1), 61-71.

González, C. (2015), «Matemáticas en Roma: la línea meridiana de santa Maria degli angeli», *Suma*, n.º 78, 47-52.

Heilbron, J. L. (2005), *Il Sole nella Chiese, Le grandi Chiese come Osservatori Astronomici,* Compositori, Bologna.

LOMCE (2015), Diario Oficial de la Comunitat Valenciana, disponible en: <http://www.gva.es/downloads/publicados/2015_5410.pdf>.

Martínez, V. J., J. A. Miralles, E. Marco y D. Galadí-Enríquez, (2005), *Astronomía fundamental,* Universitat de València, Valencia.

Monzó, O., L. Puig y T. Queralt (2007), *Rutas matemáticas por Valencia. I. De las Torres de los Serranos al Jardín Botánico*, Universitat de València, Valencia.

— (2009*a*), *Rutas matemáticas por Valencia. III. De la Ciudad de la Justicia al Oceanográfico*, Universitat de València, Valencia.

— (2009*b*), *Rutas matemáticas por Valencia. IV. Del Mercado de Colón a La Nau*, Universitat de València, Valencia.

— (2014), «Mirar el mundo con ojos matemáticos. Rutas matemáticas por Valencia, España», *Novedades Educativas,* n.° 280, 67-74.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, *Boletín Oficial del Estado* (3 de enero de 2015), n.º 3, 169-546.

Reyes, M. E. (2006), «Cuando la geometría se hace arte. Enfoques actuales en la didáctica de las matemáticas», Ministerio de Educación y Ciencia, 9-30.

Sigismondi, C. (2011), «Lo Gnomone Clementino: Astronomia Meridiana in Chiesa dal '700 ad oggi», *Astronomia*, n.º 3, 56-62, disponible en: <https://arxiv.org/pdf/1106.2498>.

— (2014), «Lo Gnomone Clementino. Astronomia Meridiana in Basilica», *Gerbertvs*, n.º 7, 3-80, disponible en:
<https://arxiv.org/pdf/1607.06601>.

Van Hiele, P. M. (1986), *Structure and insight. A theory of mathematics education*, Academic Press, Londres.

Mariola Brines Pérez
INS Pere Ribot, Vilassar de Mar (Barcelona)
<mabripe@alumni.uv.es>

Irene Ferrando Palomares
Universitat de València
<irene.ferrando@uv.es>

1 Vídeo disponible en: <https://youtu.be/kpl_b_kYX9w>.
2 Aplicación online disponible en: <http://astro.unl.edu/naap/motion3/animations/sunmotions.html>.
3 <http://asxlab.blogspot.com.es/2013/03/sesion-cta-movimientos-de-la-tierra.html>.
4 Imagen extraída de: <http://iniciacionalaastronomia.weebly.com/ud2-coordenadas-celestes.html>.
5 <http://www.santamariadegliangeliroma.it/paginamastersing.html?codice_url=metodologia_di_bianchini&ramo_home=La_Meridiana&lingua=ITALIANO>.
6 Aplicación online disponible en: <http://astro.unl.edu/naap/motion3/animations/sunmotions.html>.