

Ciclo de reflexión sobre el teorema de Pitágoras

MARÍA DOLORES TORRES GONZÁLEZ
 PABLO FLORES MARTÍNEZ

En este trabajo se desarrolla un proceso de reflexión basado en el ciclo de Smyth. La experiencia propia que presentamos nace a raíz del descubrimiento de un problema en cuanto a la comprensión de la componente geométrica del Teorema de Pitágoras por estudiantes de 2.º ESO. Veremos como el uso de un método ordenado y sistemático de reflexión influye de manera eficaz en la búsqueda de soluciones con las que hacer frente al problema.

Palabras clave: Ciclo de reflexión de Smyth, Desarrollo profesional del profesor, Teorema de Pitágoras, Componente geométrica, Enseñanza de la geometría.

Cycle of reflection about the Pythagorean Theorem

In this work a reflection process is developed based on the Smyth cycle. The own experience that we present is born as a result of the discovery of a problem in the understanding of the geometric component of the Theorem of Pythagoras by students of 2nd ESO. We can see how the use of an orderly and systematic method of reflection influences effectively in the search for solutions to deal with the problem.

Keywords: Smyth's Cycle of Reflection, Teacher's Professional Development, Pythagorean Theorem, Geometric Component, Geometry Teaching.

La característica del profesor como profesional reflexivo es fundamental en la enseñanza y el aprendizaje de cualquier tópico. Contribuye a desarrollar responsabilidad en su profesión si la asume como un modo habitual de afrontar las situaciones problemáticas e imprevistas que suceden en la práctica docente.

El desarrollo profesional del profesor de matemáticas comienza con una formación inicial pensada para que se permita garantizar no solo la preparación científica sino también una formación didáctica. Dentro de esta formación didáctica se hace patente la necesidad de que el aspirante a profesor incluya en su conocimiento modos de actuar ante situaciones problema que se dan en la práctica de esta actividad social. Los futuros profesores, en el Máster Universitario de Enseñanza Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas (MAES), al sumergirse en el período de prácticas perciben inseguridad y la vulnerabilidad que les causa la inexperiencia, bloqueando, en muchos casos, la resolución de los problemas y precisando de herramientas con las que enfrentarse a los que son nuevos retos para ellos, como profesores noveles.

El método sistemático que describimos en este artículo para afrontar los problemas deriva-

dos de los procesos de enseñanza y aprendizaje, incluye unas fases de reflexión que permiten tanto analizar el contexto del que surge el problema como generar propuestas para solventarlo mediante la colaboración y contribución de otros. Este ciclo de reflexión enriquece el conocimiento que un profesor tiene sobre un problema que surge en su práctica al obligarse a revisar contribuciones teóricas, que aposenta al compartirlo con los demás. Nos centramos en el contexto de la formación inicial de profesores desde la que se origina la experiencia que exhibimos.

Como mencionan Flores y Peñas (2009), el concepto de reflexión proviene de los escritos de Dewey (original de 1933, edición en español de 1989), quien sugiere que la reflexión incluye un estado de duda y un acto de búsqueda de resolución. Para Dewey, el proceso de reflexión de los profesores comienza cuando la experiencia se torna difícil y surge algún acontecimiento problemático que no puede ser resuelto inmediatamente. Los profesores experimentan una incertidumbre que les hace analizar su experiencia, durante la acción o después de ella. Para llevar a cabo un proceso de reflexión, el profesor tiene que adquirir ciertas actitudes: mente abierta, entusiasmo y responsabilidad y herramientas de pensamiento: razonamiento y pensamiento ordenado (Flores y Peñas, 2009: 98).

Flores (2007) señala aspectos cruciales que caracterizan la profesionalidad del profesor, como son la responsabilidad, mente abierta y pensamiento ordenado. Ciertamente, como indican Cardenoso, Flores y Azcárate (2001: 234), la docencia está dirigida a alumnos irrepetibles, continuamente cambiantes, por lo que el profesor no puede quedarse estancado poniendo en práctica unas técnicas de actuación, por muy sólidas que sean. Una de las características que explotamos en el despliegue de este artículo es la forma de pensar ordenada, por facilitar el encuentro de soluciones en un contexto determinado. Dewey (1993: 21) decía que:

Nadie puede decirle a otra persona cómo debe pensar... No obstante, es posible indicar y describir a grandes rasgos las distintas maneras en que los hombres piensan realmente. Algunas de ellas son mejores que otras... Quién comprenda cuáles son

las mejores maneras de pensar y por qué son mejores, puede, si lo desea, modificar su propia manera de pensar para que resulte más eficaz.

En el desarrollo profesional del profesor, apreciamos el interés de ser un profesional reflexivo. En esta orientación, empleamos el término «reflexivo» para referirse a la actitud del profesional de convertir su propia práctica en objeto de estudio. Entendiendo su profesión como lo que es, una continua evolución de un conocimiento didáctico en el que el profesor se posiciona de forma activa ante sus problemas o cuestiones profesionales.

La idea de reflexión en el ámbito de la actuación y formación de profesionales prácticos se debe principalmente a Schön (1992), quién señaló la dificultad de formar en la autonomía profesional debido a que se genera una dependencia del saber establecido, que supuestamente otorga estabilidad y seguridad frente al desempeño profesional. «La autonomía y la responsabilidad de un profesional no se entienden sin una gran capacidad de reflexionar en la acción y sobre la acción. Esta capacidad está en el interior del desarrollo permanente, según la propia experiencia, las competencias y los conocimientos profesionales de cada uno» (Schon, 1992: 43).

Se pueden exponer las experiencias propias que sirven como fuente de datos para luego sistematizar la forma de analizarlos. Esto sirve como material básico para nuevas reflexiones, para creaciones, modificaciones y rechazos de teorías o estrategias educativas, para ayudar a otros profesores, a problematizar su labor (Guichot, 2013: 191).

El ciclo de reflexión que presentamos se desarrolló durante un taller de clase en el contexto del máster de Didáctica de la Matemática en el que se imparte un curso centrado en el conocimiento y desarrollo profesional del profesor de matemáticas donde se enfatiza la necesidad del hábito de un pensamiento ordenado basado en las fases del ciclo de reflexión de Smyth (1991), con las que se obtiene un análisis, una reflexión profunda basada en el cuestionamiento propio de cómo y por qué enseñar aspectos concretos, que llevarán a la mejora de la enseñanza y el

aprendizaje, en este caso, de la versión geométrica del teorema de Pitágoras.

Ciclo de reflexión de Smyth

El ciclo reflexivo de Smyth (1991) es un proceso metódico de reflexión que engloba 4 fases. Inicia con la detección de un problema en la práctica docente, y termina en un proceso de reconstrucción de la práctica. Presenta un sentido cíclico, en el que el ir y venir de una etapa a otra precisa el tratamiento de nuestra reflexión, como exhibiremos, siguiendo las siguientes fases:

- *Descripción*. Fase en la que se define el problema señalando: qué es lo que hago, para qué se realiza y por qué.
- *Inspiración*. Trata de la profundización sobre el significado de lo que hago, indagando sobre las teorías propias que le dan sentido a mi enseñanza. En el caso que relatamos se favorece mediante los aportes de los demás para apreciar qué creen sobre lo que hago.
- *Confrontación*. En esta parte es clave la colaboración de los demás atendiendo a hacer aportaciones sobre cómo lo harían, incluyendo aportes teóricos que ayuden a ampliar la visión del problema planteado. Responde a cómo llegué a hacer lo que hago.

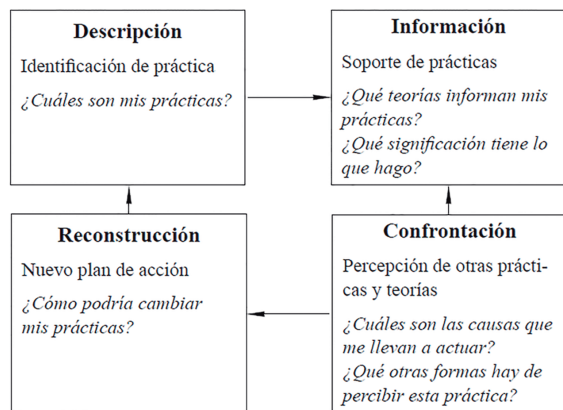


Figura 1. Ciclo de reflexión de Smyth (1991), (Flores, 2000: 118)

- *Reconstrucción*. Se plantea la cuestión ¿cómo podría hacer las cosas de otra manera?, cerrando el ciclo planteando futuras soluciones o reformulando el problema inicial en otros términos.

Descripción del problema

Comenzamos por especificar la situación en la que se produce el problema. Durante las prácticas del Máster Universitario de Enseñanza Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas (MAES), en la especialidad de Matemáticas, en el curso 2015-2016, me asignaron impartir el tema «teorema de Pitágoras y semejanzas» a un curso de 2.º ESO. Los contenidos desarrollados durante 10 sesiones tuvieron que ver con la relación entre áreas de cuadrados y la demostración del teorema. En su enseñanza se tuvieron en cuenta los distintos contextos de aplicación del teorema de Pitágoras en cuanto al cálculo de un lado de un triángulo rectángulo conociendo los otros dos; resolución de triángulos rectángulos; identificación de triángulos rectángulos a partir de las medidas de sus lados y el cálculo de áreas de figuras planas. En la parte de semejanzas el contenido a tratar tuvo que ver con la razón de semejanza, ampliaciones y reducciones así como la relación entre las áreas de dos figuras semejantes. Posteriormente la semejanza de triángulos y condiciones generales, teorema de Tales y semejanza entre triángulos rectángulos. Finalmente aplicaciones de las semejanzas, como la construcción de figuras semejantes (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2015).

Durante la instrucción enfatiqué el sentido geométrico del teorema. El interés en esta dirección parte, como explica Gómez (2011), de que a nivel curricular se da mayor importancia al componente numérico variacional, dejando la enseñanza de la geometría a un lado; los estudiantes no identifican propiedades ni relaciones entre las figuras geométricas, lo cual dificulta inferir, proponer y abstraer información de las mismas. En el contexto del Trabajo Fin de Máster (Torres, 2016), nos propusimos acentuar la parte geomé-

trica menos habitual del teorema de Pitágoras debido al convencimiento de que la geometría desarrolla el razonamiento lógico, la percepción espacial y la visualización además de actuar de trampolín de comunicación de conceptos y procedimientos para otras materias. Algunas de las tareas que se les propusieron a los alumnos y que dan cuenta de la intención mencionada, se presentan a continuación para comprender mejor la situación en la que se encontraba el grupo de 2.º de ESO:

- a) Demostración geométrica del teorema de Pitágoras mediante el uso de dos ternas pitagóricas y usando cartulinas. La tarea consistía en que los alumnos recortaran cuadrados que servirían para demostrar el resultado.

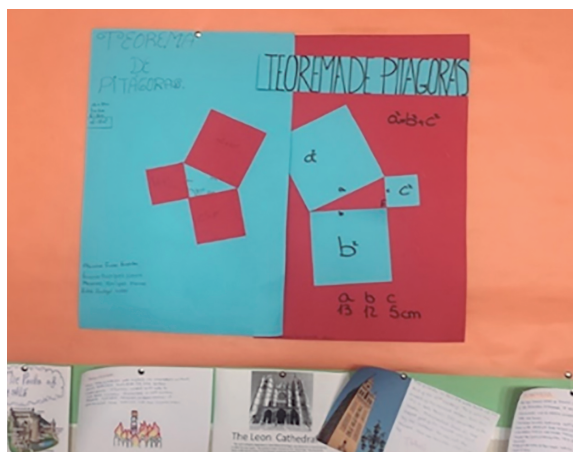


Figura 2. Tarea de clase sobre la demostración del teorema de Pitágoras (Torres, 2016)

- b) Tarea de clase en la que tenían que hallar el área de los cuadrados coloreados. La tarea ofrecía una oportunidad de aplicación sobre lo aprendido en el aula.

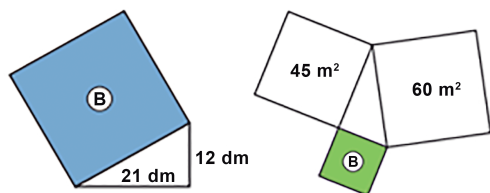


Figura 3. Relación métrica entre áreas y lados de un triángulo rectángulo

- c) Tarea de clase en la que se pedía que escribiesen el enunciado del teorema de Pitágoras y buscaran una terna pitagórica, comprobando que se cumplía el teorema en la figura (figura 3).

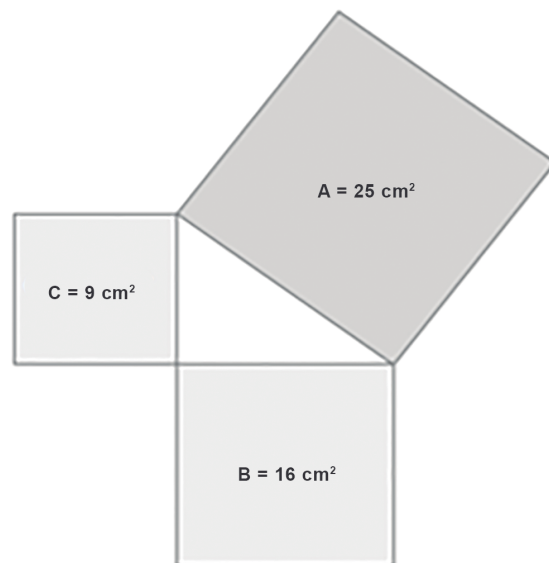


Figura 4. Comprobación del teorema de Pitágoras

Al término de la intervención docente se plantearon preguntas relacionadas con la generalización del teorema de Pitágoras. Estos recursos se encabezaban con representaciones geométricas ejerciendo de soporte intuitivo para el desarrollo de habilidades tales como visualizar, describir, comparar, deducir y justificar. Se pretendía observar el modo en el que entendían el teorema de Pitágoras y lo que habían aprendido de la instrucción previa. Al finalizar la misma se aplicó el instrumento con los siguientes objetivos:

- O1. Analizar el modo en el que los alumnos interpretan geoméricamente el teorema de Pitágoras, identificando elementos y relaciones que conocen previamente.
- O2. Analizar los procesos de deducción que aplican para estudiar la demostración y la generalización del teorema, estudiando qué relaciones establecen entre los conceptos.
- O3. Observar su habilidad para emplear el teorema de Pitágoras para resolver problemas, analizando las conjeturas que formulan y sus posteriores comprobaciones.

Se exponen algunas de las tareas que conforman el instrumento aplicado a los alumnos de 2.º de ESO, así como algunas de las respuestas que dieron los educandos:

Tarea 1: Observa las figuras con detenimiento y contesta a las preguntas.

Figura 1

Figura 2

Figura 3

“El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa del triángulo rectángulo es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos”. Cuenta los cuadraditos para comprobar si se cumple o no esa misma relación entre las áreas en las otras dos figuras. ¿Qué has obtenido? (Cada cuadradito pequeño es una unidad de medida).

Respuesta de un alumno:

Cuenta los cuadraditos para comprobar si se cumple o no esa misma relación entre las áreas en las otras dos figuras. ¿Qué has obtenido? (Cada cuadradito pequeño es una unidad de medida).

Figura 1 → 30 Figura 2 → 16 Figura 3 → 10

En clase vimos que:

$$30^2 = 9^2 + 16^2 \quad 16^2 = 3^2 + 12^2 \quad 10^2 = 6^2 + 8^2$$

Figura 5. Tarea 1 del instrumento aplicado (Torres, 2016)

Tarea 2: Fíjate ahora en la figura 4.

María dice que ha encontrado que el área del cuadrado A es dos veces la del cuadrado B. ¿Tiene razón? Explica la respuesta.

Figura 4

Respuesta de un alumno:

$$x^2 = 4^2 + 4^2$$

$$x^2 = 16 + 16$$

$$x = \sqrt{32}$$

$$x = 6,65$$

Figura 6. Tarea 2 del instrumento aplicado (Torres, 2016)

Se observa un error recurrente en la resolución de las tareas por parte de estos alumnos. Una vez determinadas las medidas de las áreas de los cuadrados, las sustituían en la expresión algebraica del teorema, elevando esos números al cuadrado. Este error aparece en repetidas ocasiones y en distintas tareas. El alumno involucra a toda costa la fórmula con la que está familiarizado. Se aprecia además que los alumnos expresan: «se ha de calcular con la fórmula porque con las áreas no queda completamente demos-

Tarea 3: Si ahora te doy las medidas de los lados de los triángulos que aparecen en las figuras siguientes, en cm, y te facilito el cálculo de las áreas que aparecen sobre los lados del triángulo:

Área de un semicírculo = $\frac{\pi \cdot r^2}{2}$

Área del semicírculo C = $\frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 2,5^2}{2} = 9,8 \text{ cm}^2$

Área del semicírculo B = $\frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} = 6,3 \text{ cm}^2$

Área del semicírculo A = $\frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 1,5^2}{2} = 3,5 \text{ cm}^2$

Área de un pentágono = $\frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$

Área del pentágono C = $\frac{25 \cdot 4,33}{2} = 54,1 \text{ cm}^2$

Área del pentágono B = $\frac{20 \cdot 3,46}{2} = 34,6 \text{ cm}^2$

Área del pentágono A = $\frac{15 \cdot 2,55}{2} = 19,5 \text{ cm}^2$

¿Crees que se ha demostrado el Teorema de Pitágoras en estos dos casos? Explica tu respuesta.

Respuesta del alumno A:

Está sin finalizar ya que falta la última cuenta. Ejem: $9,8^2 = 6,3^2 + 3,5^2$

Respuesta del alumno B:

Aunque se cumple no se ha demostrado, porque ahí todavía no se ha comprobado si la suma de las áreas de los catetos da la hipotenusa.

Figura 7. Tarea 3 del instrumento aplicado (Torres, 2016)

trado». Esta apreciación nos lleva a preguntarnos cuál es la interpretación que tienen los alumnos del teorema de Pitágoras y cómo se les puede enseñar la interpretación geométrica para darle más sentido al teorema. Nos anima a plantear este problema el interés práctico, teórico y didáctico del teorema de Pitágoras.

Tras analizar las respuestas de los alumnos y desgranar la información que nos entregan, se produce una insatisfacción al no cumplirse las expectativas iniciales planteadas. Los resultados que aparecen no concuerdan con el esfuerzo depositado, centrado en que comprendieran el teorema de una forma completa al introducir el carácter geométrico del mismo. En el tiempo de instrucción ya se evidenciaba una dificultad en este sentido que se intentó salvar ofreciendo nuevas oportunidades de aprendizaje mediante diferentes tareas.

Es inevitable y natural generar conjeturas sobre las posibles causas que expliquen lo que ocurre con la comprensión de los alumnos ante el problema en concreto, dando lugar a un pensamiento crítico: ¿se debe a la instrucción recibida?, ¿qué es lo que he hecho mal o que no he hecho para que se cumplieran las expectativas planteadas?, ¿se debe a que habitualmente se introduce

este resultado destacando que la relación está entre las longitudes de los tres segmentos mediante una fórmula que sostiene simbólicamente por $h^2 = a^2 + b^2$?, ¿se debe a una dificultad aritmético-algebraica?

En el ejemplo de la figura 5, podíamos entender que la resolución del alumno se debe a una dificultad aritmética sin más, pero al comparar respuestas parece que exista una dificultad más profunda, algo más trascendental en lo que reparar: ¿el problema tiene que ver con el paso de una magnitud longitudinal a otra superficial? Este paso no es trivial, entonces, ¿comprenden el concepto de área para poder compararlas? Además, es indudable la utilización de la fórmula que conocen o han memorizado, en todas las tareas que tienen que ver con el teorema, aunque sea sin darle sentido.

La primera parte de este taller de clase y primera fase del ciclo de reflexión culminaba formulando una cuestión abierta tras la descripción y puesta en común del problema. ¿Cómo comprenden los alumnos el teorema de Pitágoras? ¿Qué significado le atribuyen los alumnos al teorema de Pitágoras?

Distanciamiento. Indagación sobre teorías propias

En esta etapa de distanciamiento, y una vez que se ha planteado el problema a los demás, se contó con el apoyo de los compañeros para clarificar

los presupuestos que pueden estar condicionando nuestras acciones como profesores, haciéndonos ver las creencias que pueden estar implícitas en la formulación del problema. Gracias a las interpretaciones que hacen los compañeros en función de lo que creen que creemos, se abre la posibilidad de contemplar nuevos aspectos que no se habían tenido en cuenta. Hemos seleccionado de todas las creencias recibidas, aquellas con las que nos hemos sentido identificados y aquellas que nos han hecho pensar. El resto no se incluyen por no encontrar relación con el problema y su contexto en cuestión. Se muestran en la tabla 1.

Las creencias con las que te sientes identificado no aportan cambios a la formulación del problema, sirven para poner de manifiesto y ratificar algo que pensabas al plantear el problema. Sin embargo, las que te hacen pensar, enriquecen el proceso de reflexión. La interpretación geométrica del teorema contribuye a completar el significado del resultado, no es más importante sino que es necesaria para transmitir un aprendizaje más significativo. A priori puede resultar más intuitivo el estudio del teorema de manera geométrica que mediante la expresión algebraica con longitudes, pues la superficie no es una magnitud derivada de la longitud. Recibir las creencias que te adjudican los compañeros te hace consciente de tus presupuestos. Esto revela que la colaboración entre profesores es fructífera para el proceso de reflexión que puede llevar a la mejora de la enseñanza y el aprendizaje.

Creencias	
Me siento identificada	
Identifican el teorema con una fórmula	Dificultad en la comprensión geométrica del teorema
Yo creo que María Dolores cree que los alumnos han aprendido mecánicamente la fórmula del teorema de Pitágoras.	Yo creo que María Dolores cree que los alumnos no entienden el significado geométrico del teorema de Pitágoras.
Yo creo que María Dolores cree que los estudiantes memorizaron una fórmula, pero no comprendieron realmente el teorema de Pitágoras.	Yo creo que María Dolores cree que los alumnos no comprenden la versión geométrica del teorema de Pitágoras.
Yo creo que María Dolores cree que los alumnos se limitan a aplicar una mera fórmula del teorema de Pitágoras, sin conocer su significado.	Yo creo que María Dolores cree que los alumnos no entienden el significado geométrico del teorema de Pitágoras
Me han hecho reflexionar	
Yo creo que María Dolores cree que la interpretación geométrica del teorema de Pitágoras es su interpretación más importante.	
Yo creo que María Dolores cree que la comprensión de la expresión en longitudes del teorema de Pitágoras debe llevar a comprender el enunciado con áreas (interpretación geométrica).	

Tabla 1. Lo que creen que creo

Confrontación

Una cosa es describir y reflexionar sobre la enseñanza que impartimos, y otra adoptar nosotros mismos una posición que nos haga cuestionar el cómodo mundo que conocemos y en el que vivimos; esta es una tarea mucho más difícil. El intento de colocar o situar a la enseñanza en un contexto cultural, social y político más amplio supone embarcarse en una reflexión crítica sobre los supuestos que subyacen tras los métodos y prácticas utilizados en el aula (Smyth, 199: 285). La confrontación arroja luz, abre una puerta a la creación de conciencia sobre las creencias personales fruto del proceso de reflexión.

Los compañeros siguieron colaborando mediante la recomendación de documentos que pudieran resultar de ayuda en la profundización del problema que detectamos. Entre los recibidos podemos destacar el trabajo de Araya y Alfaro (2010) que nos sitúa en el lugar en que se encuentra la geometría. Esta disciplina se presenta a los alumnos como algo acabado, un conjunto repleto de definiciones, fórmulas y teoremas totalmente alejado de su realidad y donde los ejemplos y ejercicios no poseen ninguna relación con su contexto. Los autores nos advierten de que los alumnos consideran que han de tener la capacidad para memorizar definiciones, fórmulas y teoremas para tener éxito en la materia. En la descripción de nuestro problema hemos podido observar como esa base memorística hace mella en los estudiantes obstaculizando la comprensión del significado que presentan las representaciones geométricas, para llegar a lograr una habilidad práctica.

De Vargas y Gamboa (2013) extraemos la idea de estudiar el teorema de Pitágoras usando el software GeoGebra. En su estudio particular los autores siguen el modelo de Van Hiele, usan diferentes representaciones de la demostración del teorema a modo de puzzles pitagóricos. Destacamos la idea dinámica que ofrece un mayor nivel de visualización, favoreciendo el desarrollo de habilidades geométricas. Del mismo modo nos hacemos eco de la contribución del artículo de Álvarez, Arrieta y González (1997) por el uso

del geoplano durante la instrucción del tema. El abanico de posibilidades que admite la manipulación de materiales abre un panorama rico en cuanto al ejercicio de destrezas geométricas tales como la visualización, comparación, descripción, deducción y generalización, útiles para comprender el carácter geométrico del teorema de Pitágoras. Ambas recomendaciones se centran en cómo introducir el teorema en el aula; son propuestas didácticas.

Por otro lado, de Moreno, Gil y Montoro (2015) atendemos a que la relación entre las áreas que sostiene el teorema presenta la necesidad de conocer el concepto de superficie. La comprensión de tal magnitud no es sencilla. Esta reflexión sobre el concepto de área como también las diferentes propuestas didácticas que permiten el acercamiento al carácter geométrico del teorema de Pitágoras, han sido relevantes para la continuidad del ciclo, pues marcan nuevos puntos por los que continuar el análisis del problema evidenciado.

De entre los diferentes enfoques suministrados para indagar en el problema no todos resultan igual de valiosos de cara al problema planteado. Resumimos a continuación los elegidos, según su contenido:

- Uso de distintos materiales manipulativos y recursos dinámicos tales como geoplanos o GeoGebra para mejorar la comprensión del teorema.
- Atender a la comprensión de la magnitud superficie para entender los errores de aprendizaje que aparecen. Nos muestran que las fórmulas pueden obtenerse a partir de otros procedimientos, enfocándose en la didáctica de la magnitud.
- Crear conciencia sobre la enseñanza mecanicista y la resolución automática de problemas. La enseñanza tradicional ha enfatizado la memorización de fórmulas para calcular áreas y volúmenes, así como definiciones geométricas, teoremas y propiedades, apoyadas en construcciones mecanicistas y descontextualizadas. Existe la necesidad de un cambio de la metodología tradicionalmente usada.

— Atender a distintas estrategias para la introducción del tópico basadas en los procesos cognitivos que se ponen de manifiesto en la resolución de problemas de geometría.

Al analizar las diferentes colaboraciones, contrastándolas con lo que se ha pensado previamente sobre las causas del problema, se barajan diferentes visiones del mismo. Lo primero que evalúas es tu propia intervención docente. Los aportes dirigidos a modificar estrategias o a incluir recursos son de interés como también lo son aquellas sugerencias encaminadas a investigar en el comportamiento de los alumnos en la resolución de problemas en este tópico. Es decir, estudiar el modo en el que comprenden este resultado ayuda a poder establecer cambios más adecuados. En definitiva, te planteas cómo podría hacer las cosas de otra manera. Para dar respuesta a esta pregunta se han analizado tanto las aportaciones de los compañeros como informaciones propias en torno al problema que nos ocupa. La respuesta no es absoluta. Inicialmente la pregunta que definía el problema contenía al sujeto alumno: ¿cómo comprenden los alumnos el teorema de Pitágoras?

54
SUMO⁺₈₆

Reconstrucción

Tras el ciclo de reflexión, habiendo analizado las teorías propias sobre lo que ocurre y los aportes ajenos para comprender el problema se reformula el interrogante inicial: ¿Cómo enseñar el teorema de Pitágoras para que los alumnos comprendan su significado geométrico?

Al parecer queda claro cómo están interpretando el teorema los alumnos y se barajan los orígenes de ciertas dificultades. Ahora habría que comprobar si mejora la comprensión de esta parte del teorema de Pitágoras ofreciendo ciertos cambios en la enseñanza como proponen los documentos de colaboración. Pero antes de eso habrá que estudiar qué estrategias y por qué esas serían las adecuadas. Iniciando así un nuevo ciclo de reflexión.

Consideraciones finales

El proceso de reflexión que se ha llevado a cabo en este taller de clase ha supuesto un conocimiento mayor de los presupuestos desde los que planteamos el problema debido a la puesta en evidencia de las propias creencias y ha permitido profundizar en algunos aspectos gracias a las aportaciones teóricas (propias y de los compañeros) facilitando otras vías a tener en cuenta, dando pie a una mejor fundamentación de la propia práctica docente.

Estos hechos son los realmente trascendentes del proceso de reflexión ya que se han encontrado nuevas maneras con las que afrontar el problema. El uso de materiales manipulativos o software dinámicos para introducir o explicar el teorema de Pitágoras creemos que puede facilitar la comprensión de su componente geométrica. Ahora habría que estudiar su implementación.

La implementación de este taller en clase ha ayudado a desarrollar conciencia sobre el análisis involucrado en una reflexión profesional novedosa. En ella se ha ampliado el panorama con aportes que tienen que ver con aspectos cognitivos del aprendizaje geométrico de los estudiantes y con la advertencia de la enseñanza mecanicista de la misma.

La selección de los documentos realizada de manera personal, nos ha ayudado a posicionarnos en un punto de acción desde el que partir con una información más sólida y consistente con la que afrontar el problema.

Las diferentes colaboraciones en distintas orientaciones en búsqueda de respuestas significativas al problema del entendimiento del carácter geométrico del teorema de Pitágoras, como el uso de materiales manipulativos, empleo de recursos dinámicos como GeoGebra, aplicación de diferentes estrategias con las que introducir el tópico y selección de nuevas actividades, no se habían contemplado inicialmente al enfatizar la componente geométrica del teorema de Pitágoras.

La riqueza del proceso revela una postura adecuada que poder tomar en la tarea profesional.

Referencias bibliográficas

- ÁLVAREZ, J., J. ARRIETA y A. GONZÁLEZ (1997), «El teorema de Pitágoras a partir de la manipulación con Geoplanos», *Suma* n.º 25, 71-86.
- ARAYA, R. G., y E. B. ALFARO (2010), «La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes», *Revista electrónica Educare*, vol. 14, n.º 2, 152-142: <<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5414933>>.
- CARDEÑOSO, J., P. FLORES y P. AZCÁRATE (2001), «El desarrollo profesional de los profesores de matemáticas como campo de investigación en educación matemática», en P. Gómez y L. Rico (eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*, Universidad de Granada, Granada, 233-244.
- FLORES, P. (2000), «Reflexión sobre problemas profesionales surgidos durante las prácticas de enseñanza», *Revista EMA*, vol. 5, n.º 2, 113-138.
- (2007), «Profesores de matemáticas reflexivos: Formación y cuestiones de investigación», *PN4*, vol. 1, n.º 4, 139-159.
- FLORES, P., y M. PEÑAS (2009), «Formación inicial de profesores de matemáticas reflexivos», *Revista Educación y Pedagogía*, vol. 15, n.º 35, 93-116.
- GÓMEZ, M. (2011), *Pensamiento geométrico y métrico en las Pruebas Nacionales* (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia.
- GUICHOT, V. (2013), «La capacidad reflexiva, factor esencial de la identidad profesional del profesorado: reflexiones en torno a las propuestas de John Dewey y Martha Nussbaum», *Cuestiones Pedagógicas*, n.º 22, 183-202.
- KENNETH, M., y K. ZEICHNER (1993), «El maestro como profesional reflexivo», *Cuadernos de pedagogía*, n.º 220, 44-49.
- MORENO, F., F. GIL, y A. B. MONTORO (2015), «Sentido de la medida», en P. Flores y L. Rico (eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*, Pirámide, Madrid, 147-168.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, *Boletín Oficial del Estado* (3 de enero de 2015), n.º 3, 169-546.
- SCHÖN, D. A. (1992), *Formación de profesionales reflexivos*, Paidós, Barcelona.
- SMYTH, J. (1991), «Una pedagogía crítica de la práctica en el aula», *Revista de Educación*, n.º 294, 275-300.
- TORRES, M. D. (2016), *Descubriendo el Teorema de Pitágoras* (Trabajo Fin de Máster), Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada.
- VARGAS, G., y R. GAMBOA (2013), «La enseñanza del Teorema de Pitágoras: una experiencia en el aula con el uso del geogebra, según el Modelo de Van Hiele», *Uniciencia*, vol. 27, n.º 1, 95-118.

MARILOLI TORRES GONZALEZ
Màster Didàctica de la Matemàtica Universitat de Granada
<mtorresg_esa@hotmail.com>

PABLO FLORES MARITÍNEZ
Universitat de Granada
<mtorresg_esa@hotmail.com>