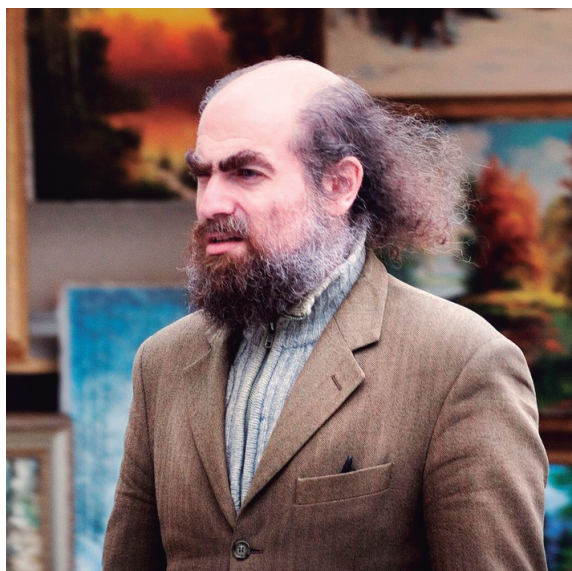


Grigori Perelman. El vencedor de la conjetura de Poincaré

ANTONIO PÉREZ SANZ



En puertas del tercer milenio

Madrid
Palacio de Congresos del IFEMA
22 de agosto de 2006
10 de la mañana

Madrid es la capital mundial de las matemáticas. Más de 3 500 matemáticos venidos de más de 120 países han invadido la capital de España en este aún caluroso verano. Jóvenes y menos jóvenes, vestidos de manera poco formal, muchos con bermudas y zapatillas, de todas las razas y colores de piel llenamos el enorme hall del recinto ferial del IFEMA, formando largas colas para recoger nuestras acreditaciones y el programa del XXV ICM (*International Congress of Mathematicians*).

Cientos de periodistas cubren el acto de apertura, presidido por el rey Juan Carlos I, Esperanza Aguirre (presidenta de la Comunidad de Madrid), Alberto Ruiz Gallardón (alcalde de Madrid) y los presidentes de la Unión Matemática Internacional (IMU) John Ball y de la Real Sociedad Española de Matemáticas (RSME), Carlos Andradás. Entre todos los asistentes flota una misma pregunta: ¿vendrá Grigori Perelman a recoger su medalla Fields?

A las 12 h comienza el acto. Tras los discursos de rigor de bienvenida, y un concierto de cuerda

a cargo de un trío de violín y guitarra conducido por Ara Malikian, el rey va a proceder a entregar las cuatro medallas Fields de esta edición consideradas los «Nobel» de Matemáticas y que se otorgan cada cuatro años a matemáticos menores de 40 años. Los elegidos son los rusos Andrei Okounkov y Grigori Perelman, el australiano Terence Tao y el francés Wendelin Werner.

John Ball inicia su discurso en el que presentará a los ganadores por orden alfabético:

Las matemáticas son una profesión en la que cuentan la integridad y los valores. Nosotros discutimos libremente de nuestros trabajos con los otros sin miedo de ser plagiados y los resultados son comunicados libremente antes de la publicación formal. Los procedimientos editoriales son justos y adaptados y los trabajos adquieren su valor por sus méritos y no por la manera en la que son presentados. Tales son las normas seguidas por la gran mayoría de los matemáticos. Las excepciones son escasas y se hacen destacar...

Parece que Ball está haciendo una alusión a Perelman y la controversia en torno a la demostración de la conjetura de Poincaré.

El nombre y la fotografía de cada uno de los candidatos aparecen en la enorme pantalla que preside el imponente salón de actos. Okounkov, Tao y Werner suben a recoger su galardón de manos del rey. Cuando en la pantalla aparecen el nombre y la foto de Perelman se escuchan primero aplausos al enumerar sus méritos, pero después un silencio de hielo recorre el Palacio de Congresos... Grigori Perelman no recogió su medalla.

«Lamento profundamente que el Dr. Perelman haya declinado la medalla Fields», anuncia el presidente de la IMU, John Ball, quien viajó ex profeso a San Petersburgo para intentar convencerle. Pero, nos dice: «Quedé desilusionado por su rechazo. Su motivación gira alrededor de su sensación de aislamiento de la comunidad matemática».

Los corrillos y los comentarios de los congresistas y de los periodistas al acabar el acto no cesa-

ban. Cada cual tenía su versión. Pero el hecho es que Grigori no pisó Madrid. Sin embargo, el ICM-2006 de Madrid fue el congreso de Perelman.

Tras la comida, la primera conferencia plenaria la impartió, con gran expectación, Richard Hamilton. Habló de sus aportaciones sobre el flujo de Ricci, la técnica que él había introducido cuatro décadas antes. Desarrolló en la sesión la noción de entropía, introducida por Perelman para demostrar el teorema de no-colapso que permite cortar una variedad en porciones geométricas. Señaló que los revolucionarios razonamientos de Perelman eran totalmente correctos:

Estoy tan agradecido a Grisha por haber resuelto esto. Yo había raspado con las uñas para probarlo en algunos casos, ahora ya no tendré que preocuparme de eso... Estoy tan asombrado como todo el mundo de comprobar que todo eso funciona. Estoy muy agradecido a Grisha por haber terminado esto.

El jueves 24, John Morgan, especialista en geometría de la Universidad de Columbia y evaluador de los artículos de Perelman, dio otra conferencia sobre la conjetura de Poincaré. El enorme salón de actos del IFEMA estaba lleno a rebosar y expectante. Morgan hizo una historia de la conjetura, resaltando que cada avance sobre ella había contribuido a desarrollar nuevas matemáticas y que sus autores habían recibido la medalla Fields: Milnor, Smale, Freedman, Donaldson, Thurston y Yau. Con voz calmada y serena al final de su exposición anunció de forma solemne: «Grigori Perelman ha resuelto la conjetura de Poincaré».

El público que hasta ese momento había permanecido en un silencio casi religioso estalló en una explosión de aplausos. Habían sido necesarios más de cien años para responder a la pregunta que Poincaré había formulado en la última página de la última sección del último de sus grandes artículos de topología.

¡La conjetura de Poincaré había sido vencida!

Las razones del rechazo de Perelman

En conversación telefónica a la agencia rusa Interfax, Perelman declaró: «He rechazado el premio. La razón principal es mi desacuerdo con la comunidad matemática. Sus decisiones no me gustan y las considero injustas. [...] Pienso que la contribución del matemático americano Richard Hamilton a la resolución de este problema no es inferior a la mía».

El matemático más popular... a su pesar

Desde 2006, «Grisha» Perelman (aunque su nombre es Grigori siempre ha firmado sus artículos con el diminutivo con el que le llamaba su madre), es sin duda el matemático más popular a nivel mundial. Y no será por sus apariciones en público o en los medios de comunicación.

La prensa mundial se hizo eco de la polémica demostración de la conjetura formulada por el matemático francés Henri Poincaré a principios del siglo XX. Su fotografía, con su aspecto desaliñado, su mirada profunda, su barba y su melena como contrapunto de una más que incipiente alopecia, aportaba reminiscencias de Rasputín. No era la imagen de hombre normal. Para los periodistas era la imagen de un genio... o de un loco.

Y como loco le calificaron muchos al negarse también a recibir el millón de dólares de recompensa otorgado por el Instituto Clay de Matemáticas de Massachusetts por haber resuelto uno de los siete problemas del milenio.

El 24 de mayo del año 2000 (el año mundial de las matemáticas), el matrimonio Landon y Lavinia Clay, millonarios y filántropos, decidieron

crear un nuevo instituto dedicado a fomentar el avance y la difusión de las matemáticas, el Instituto Clay, y dotarlo económicamente. El consejo superior del mismo decidió que la mejor manera de conseguir estos fines era identificar siete problemas abiertos y ofrecer un millón de dólares para el autor de la solución de cada uno de ellos.

Los siete problemas fueron presentados en la Academia de Ciencias de París, en la conocida como «conferencia del milenio» por los miembros del Consejo del Instituto. Su presidente, Arthur Jaffe, inició la presentación reproduciendo uno de los últimos discursos de Hilbert de 1930, el primero en ser retransmitido por radio, un claro paralelismo con los 23 retos de Hilbert para ser resueltos a lo largo del siglo XX. La voz de Hilbert terminaba el discurso con su famosa frase: «Debemos saber, y sabremos».

A continuación, tomó la palabra Timothy Gowers, medalla Fields en 1998, destacando la importancia de las matemáticas y de la necesidad de dejar a los matemáticos administrar los fondos de investigación en función de su propio sentido de la belleza y de la armonía. Le siguieron en el uso de la palabra Michael Atiyah, medalla Fields en 1996, y John Tate, especialista en teoría de



Entrega de medallas Fields. ICM 2006
(Foto: Antonio Pérez Sanz)

números, que presentaron los enunciados y las circunstancias históricas de los siete problemas seleccionados. Todos conocidos, todos extraordinariamente difíciles y tremendamente importantes. El Consejo había hecho bien su trabajo.

Uno de los problemas era la conjetura de Poincaré. Un reto de casi un siglo de vida. Un problema importante para los matemáticos, para los científicos y para el mundo en general.

Apenas habían pasado dos años cuando el 11 de noviembre de 2002 Perelman publica un artículo en línea en <www.arXiv.org>, la web de intercambio público de publicaciones de matemáticas, física e informática. El título es *The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications* y tiene una extensión de 30 páginas. Envío unos cuantos correos a amigos y conocidos anunciando la publicación. El artículo, brillante y lúcido, está dirigido a los matemáticos que están trabajando sobre el flujo de Ricci y comienza con una llamada breve a los trabajos de Hamilton:

Hamilton ha descubierto una propiedad notable que le permite comparar la curvatura de una solución en diferentes puntos y en diferentes momentos. Estos resultados llevan a Hamilton a formular ciertas conjeturas sobre la estructura de los límites en dimensión tres [...]; el presente artículo viene a confirmar esas conjeturas.

Esas conjeturas, un muro en apariencia invencible, conducían de forma directa a demostrar la conjetura de la geometrización para variedades tridimensionales cerradas.

Perelman brindaba una descripción de las grandes líneas de su artículo. Las 10 primeras secciones se aplican en todas las dimensiones y sin hipótesis sobre la curvatura. Las tres últimas trataban la aproximación de Hamilton para llegar a la conjetura de geometrización: «Al final, en la sección 13 esbozamos rápidamente la conjetura de geometrización». Prometía un segundo artículo que publicaría cuatro meses después e incluso un tercero ocho meses más tarde.

Poco más o menos Perelman venía a decir a quien lo quisiese entender que acababa de demostrar lo que Hamilton había conjeturado sobre el flujo de Ricci. En fin, que había demostrado la conjetura de geometrización y, por tanto, la conjetura de Poincaré.

Las reacciones al anuncio de Perelman no se hicieron esperar. Vitali Kapovitch, de la universidad de California envió un correo a Perelman:

—Saludos, Grisha. Lamento molestarte, pero mucha gente me hace preguntas sobre el tema de tu artículo «Fórmula de entropía para el flujo de Ricci...». Si he comprendido bien: si no puedes aún hacer todas las etapas del programa de Hamilton, ¿puedes hacer lo necesario para poder demostrar la geometrización? Vitali.

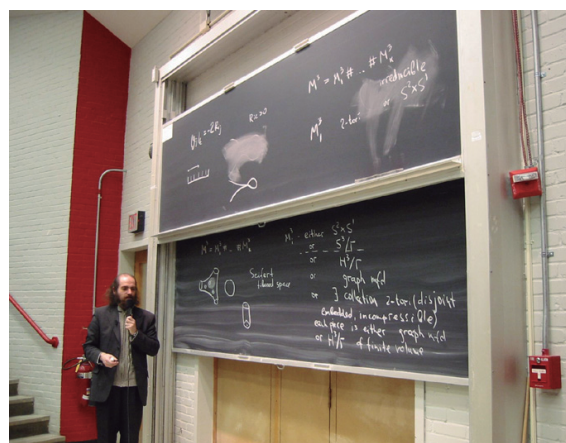
La respuesta de Perelman fue breve y contundente:

—Así es. Grisha.

La expectación era máxima. Los matemáticos esperaban con impaciencia el siguiente artículo de Perelman con la demostración prometida en la sección 13 de su artículo de noviembre. Y el artículo vio la luz, también en <www.arXiv.org>, el 20 de marzo de 2003, esta vez con una extensión de tan solo 22 páginas.

Dos matemáticos de la Universidad de Michigan, Bruce Kleiner y John Lott pusieron en marcha una web en la que los matemáticos de todo el mundo pudieron no solo acceder a los dos artículos de Perelman, sino también aportar sus puntualizaciones y sus argumentos para clarificar los puntos más complicados del razonamiento de Perelman.

El mes siguiente, Perelman viajó a Estados Unidos para impartir dos conferencias que cambiarán la historia de las matemáticas. A su regreso a Rusia, el 17 de julio publicó su tercer artículo (en <www.arXiv.org>) en el que proporcionaba un re-



«Grisha» Perelman

sultado analítico suplementario que le permitía, utilizando los resultados de su segundo artículo, demostrar directamente la conjetura de Poincaré. Tan solo siete páginas para vencer a Poincaré.

Dos conferencias para la historia

Tarde del lunes 7 de abril de 2003. El público abarrota el anfiteatro del Massachusetts Institute of Technology (MIT). Hay gente de pie y sentada en los pasillos, delante de la primera fila de butacas y hasta en el fondo de la sala. El conferenciante que ha levantado tanta expectación es un joven matemático de 36 años, Grigori Perelman, vestido con una chaqueta arrugada y zapatillas de tenis, con barba y una calvicie más que incipiente, comienza tímido y vacilante: «No soy muy bueno para las presentaciones lineales, daré prioridad a la agudeza antes que a la claridad».

Un murmullo nervioso recorre la sala. Ese murmullo que precede a los grandes acontecimientos. Perelman toma una tiza y escribe en la pizarra la ecuación del flujo de Ricci:

$$\partial_t g_{ij} = -2Ric_{ij}$$

Richard Hamilton fue el primero en utilizar este flujo en 1981, demostrando que cualquier 3-variedad que admita una métrica de curvatura positiva, admite también una métrica de curvatura constante.

La inmensa mayoría de los asistentes han leído el artículo de noviembre y muchos de ellos han

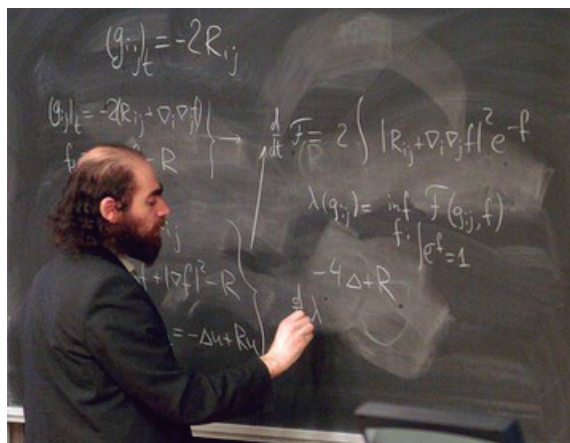
trabajado o están trabajando en el teorema de uniformización o en la conjetura de Poincaré. Intuyen que son testigos privilegiados de un momento histórico.

Dos semanas más tarde una escena parecida tiene lugar en Stony Brook, en el campus de la Universidad de Nueva York. Pero en esta ocasión en la sala hay un buen número de periodistas, algo bastante raro en una conferencia de matemáticas. La voz de que Perelman ha resuelto uno de los problemas del milenio del Instituto Clay y que puede recibir el premio de un millón de dólares ha corrido como la pólvora. El flash de una cámara se dispara. «Nada de fotos» le conmina un Perelman molesto al fotógrafo. Sin embargo, y por suerte para todos nosotros, sí hubo fotos, aunque sin flash.

Las herramientas matemáticas que Perelman estaba utilizando tenían menos de dos décadas de vida, incluso algunos de sus creadores estaban entre el público. La mayoría tomaba notas, para seguir después los razonamientos con más calma, y para poder mostrárselas a sus amigos con orgullo: ¡sí, yo estuve allí!

Las notas se subirían a internet durante la misma conferencia y varios días y semanas después. De hecho, Perelman dio más detalles técnicos durante los días siguientes en un seminario organizado precipitadamente. Pero se negó a dar ninguna entrevista a los periodistas.

Regresó a San Petersburgo a los pocos días, rechazando las invitaciones de las más prestigiosas universidades estadounidenses.



Conferencia de Perelman en el MIT

Los méritos de Perelman. Presentación de Perelman como galardonado con la medalla Fields en el ICM a cargo de John Lott, profesor de la Universidad de Michigan

Grigori Perelman nació en 1966, en lo que entonces era la Unión Soviética, y se doctoró en la Universidad Estatal de San Petersburgo. Durante los años 1990 pasó una temporada en Estados Unidos, incluyendo una estancia como Miller Researcher de la Universidad de California en Berkeley. Durante algunos años fue investigador en el Instituto Steklov de Matemáticas, en San Petersburgo, y en 1994 fue conferenciante invitado en el Congreso Internacional de Matemáticos de Zurich.

El nombre de Grigori Perelman se ha hecho familiar entre el público interesado en cuestiones científicas. Su trabajo del periodo 2002-2003 proporcionó una rompedora visión del estudio de las ecuaciones de evolución y sus singularidades. Y más significativo aún, sus resultados han proporcionado una forma de resolver dos importantes problemas de la topología: la conjetura de Poincaré y la conjetura de la geometrización de Thurston. Después de más de tres años de intensivo escrutinio, los mayores expertos no han encontrado serias objeciones al trabajo. Los pequeños errores y detalles oscuros han sido aclarados por diversos grupos, lo que ha permitido a John Morgan decir en su charla del 24 de agosto en el IACM que «en 2003 Perelman resolvió la conjetura de Poincaré».

Durante décadas, la conjetura de Poincaré ha sido considerada uno de los más importantes problemas de las matemáticas. La cuestión recibió una mayor atención del público en general cuando fue incluido por el Instituto Clay de Matemáticas como uno de los siete Problemas del Milenio, para cada uno de los cuales esta institución estableció, en el año 2000, un premio de un millón de dólares por su resolución. El trabajo de Perelman sobre la conjetura de Poincaré supone la primera candidatura seria para obtener uno de estos premios.

La conjetura de Poincaré pertenece a la topología, que estudia las propiedades fundamentales de las formas geométricas, las que permanecen inalteradas cuando se deforman. Un ejemplo sencillo de forma es el de una 2-esfera (una esfera ordinaria), que es la superficie en dos dimensiones de una bola en un espacio tridimensional. Otra forma de visualizar la 2-esfera es pensar en un disco colocado sobre un plano bidimensional e identificar los puntos de su borde que pasarían a ser el polo norte de la 2-esfera. Aunque, globalmente, una 2-esfera es muy diferente de un plano, cada punto de la esfera está en una región que semeja un plano. Esta propiedad de ser localmente como un plano es la propiedad definitoria de una variedad de dimensión 2 o 2-variedad. Otro ejemplo de una 2-variedad es el toro, que es la superficie de un «donut». Aunque, localmente, la 2-esfera y el toro parecen iguales, globalmente sus topologías son diferentes: sin agujerear una 2-esfera no hay forma de deformarla para convertirla en un toro. He aquí otra manera de ver esta distinción: consideremos un lazo colocado sobre una 2-esfera. No importa donde se coloque, el lazo podrá ser reducido a un punto, y la reducción se puede hacer sin salirse de la esfera. Ahora imaginemos un lazo colocado sobre un toro; si rodea el agujero del toro el lazo no puede ser reducido a un punto. Si el lazo puede ser reducido a un punto en una variedad, esta se denomina simplemente conexa. La 2-esfera es de este tipo; mientras que el toro, no.

El análogo de la conjetura de Poincaré en dos dimensiones sería la afirmación de que cualquier 2-variedad simplemente conexa y finita puede ser deformada hasta convertirse en una 2-esfera, y esta afirmación es correcta. Es natural preguntarse entonces qué podemos decir de una 2-variedad que no sea simplemente conexa. Resulta que pueden clasificarse de acuerdo con el número de agujeros que tengan: se pueden deformar hasta convertirse en un toro, o en un doble toro (con dos agujeros), o en un triple toro (la superficie de un «pretzel»), etc. Uno necesita entonces otras dos hipótesis técnicas en esta cuestión: compacidad y orientabilidad.

La geometría ofrece otra forma de clasificar las 2-variedades. Cuando uno observa topológicamente una variedad no existe la noción de distancia. Si la dotamos de esta cualidad, es decir, añadimos una métrica y medimos la distancia entre dos de sus puntos obtenemos la noción geométrica de curvatura. Las 2-variedades pueden clasificarse por su geometría: una 2-variedad con curvatura positiva puede deformarse para convertirse en una 2-esfera; una con curvatura 0 puede deformarse en un toro, y una con curvatura negativa puede deformarse en un toro con más de un agujero.

La conjetura de Poincaré, propuesta originalmente por el matemático francés Henri Poincaré en 1904, se refiere a las variedades de dimensión 3 o 3-variedades. Un ejemplo sencillo de este tipo es la 3-esfera: de forma análoga con la 2-esfera, uno obtiene una 3-esfera tomando una bola en tres dimensiones e identificando los puntos de su contorno en un solo punto (igual que el espacio tridimensional es el hogar natural de una 2-esfera, el de una 3-esfera es un espacio tetradimensional, el cual resulta difícil de visualizar). ¿Puede cada 3-variedad ser deformada para convertirse en una 3-esfera? La conjetura de Poincaré afirma que la respuesta a esta pregunta es afirmativa.

De igual manera que con las 2-variedades, uno puede pensar en una clasificación de las 3-variedades. En los años 70, el medallista «Fields» William Thurston hizo una nueva conjetura, denominada *Conjetura de geometrización de Thurston*, que proporciona una forma de clasificar las 3-variedades. Esta conjetura ofrece una visión global de las 3-variedades que incluye la conjetura de Poincaré como un caso especial. Thurston propuso que, de forma análoga al caso de las 2-variedades, las 3-variedades podían ser clasificadas utilizando la geometría. Pero la analogía no llega muy lejos, porque estas son mucho más diversas y complejas que las 2-variedades. Thurston identificó y analizó ocho estructuras geométricas y conjeturó que permitían clasificar todas las 3-variedades posibles. Su trabajo revolucionó el estudio de la geometría y la topología. Las ocho estructuras geométricas fueron intensamente investigadas y la conjetura de la geometrización fue verificada en muchos casos. El propio Thurston la demostró en un gran número de variedades. Sin embargo, la demostración global de la conjetura permaneció sin resolver.

En 1982, Richard Hamilton identificó una ecuación de evolución particular, llamada *flujo de Ricci*, como la clave para resolver las conjeturas de Poincaré y de geometrización de Thurston. El flujo de Ricci es similar a la ecuación del calor, que describe cómo fluye el calor de la parte más caliente de un objeto a la más fría, hasta homogeneizar la temperatura de manera uniforme en todo el objeto. La idea de Hamilton fue utilizar el flujo de Ricci para homogeneizar las 3-variedades y mostrar que su geometría se ajusta a la clasificación de Thurston. Durante más de veinte años, Hamilton y otros especialistas en geometría analítica hicieron grandes progresos en la comprensión del flujo de Ricci, pero no consiguieron resolver el problema de las «singularidades», que son regiones donde la geometría, en lugar de evolucionar hacia la homogeneidad, muestra repentinos e incontrolados cambios.

Así estaban las cosas cuando el trabajo de Perelman apareció en escena. En una serie de artículos, iniciados a finales de 2002 y colocados en un archivo de *preprints*, Perelman mostró revolucionarios resultados sobre el flujo de Ricci y sus singularidades. Proporcionó nuevas formas de analizar la estructura de las singularidades y mostró cómo se relacionan con la topología de las variedades. Perelman rompió el parón que se había producido en el programa que Hamilton había establecido y validó la idea de utilizar el flujo de Ricci para demostrar las conjeturas de Poincaré y de geometrización de Thurston. Aunque el trabajo de Perelman parece poner un definitivo punto final en la demostración de ambas conjeturas, sus contribuciones no terminan aquí. Las técnicas que ha introducido para manejar singularidades en el flujo de Ricci han generado una gran excitación entre los especialistas del análisis geométrico y están empezando a utilizarse para resolver otros problemas en este campo. La combinación de una visión profunda y unas técnicas brillantes señalan a Perelman como un matemático extraordinario. Al iluminar el camino hacia la resolución de dos problemas fundamentales de la topología en dimensión 3 ha producido un profundo impacto en las matemáticas.

La conjetura de Poincaré

Esta conjetura afirma que «una variedad tridimensional cerrada con grupo fundamental trivial es homeomorfa a la esfera tridimensional».

En una esfera bidimensional, una 2-esfera, todo lazo cerrado se puede contraer hasta reducirlo a un solo punto. Esta propiedad caracteriza la esfera ordinaria y todas las superficies homeomorfas a ella. La superficie de un toro (un flotador) no cumple esta condición, pues hay lazos que no se contraen en un punto: aquellos que le rodean transversalmente.



Poincaré conjeturó que esta misma propiedad caracterizaba también a las 3-esferas o esferas tridimensionales. Curiosamente fue más fácil demostrarlo en dimensiones superiores a 3. En la década de los 60 Stephen Smale, medalla Fields en 1966, lo demostró para $n \geq 7$, Erik C. Zeeman¹ dio la demostración para $n = 5$ y John R. Stallings consiguió demostrarlo para $n = 6$. Para el caso $n = 4$ hubo que esperar más de veinte años, hasta 1981, año en que Michael Freedman obtuvo la demostración para las 4-variedades. Freedman obtuvo la medalla Fields en 1986.

Para las 3-variedades, las únicas a las que hacía referencia Poincaré, habría que esperar otros 20 años.

Pero... ¿quién es Perelman?

En 2006 Grigori Perelman abandonó el mundo de las matemáticas. Ya en diciembre de 2005 había dejado su trabajo en el Instituto Steklov de Matemáticas, institución dependiente de la Academia Rusa de Ciencias. Actualmente vive con su madre en un modesto apartamento en Kúpchino, un suburbio de San Petersburgo y la última estación de la línea 2 del metro. No quiere que nadie le moleste. Tras el ICM de Madrid y el premio del Instituto Clay decidió negarse a conceder entrevistas, incluso por teléfono. Al principio muchos curiosos tomaban la línea 2 del metro para encontrarle, pues su aparición en la televisión rusa le había hecho reconocible. Algunos se atrevían a hacerle una foto con su móvil. Así tenemos imágenes suyas en el metro o con la bolsa de la compra que hace en las tiendas del barrio.

¿Quién es este personaje tan exótico? Grigori Yakovlevich Perelman nació en Leningrado (ahora San Petersburgo) el 13 de junio de 1966 en el seno de una familia judía. Su madre Lubov Lvovna era una prometidora licenciada en matemáticas. Al terminar la carrera iba a iniciar el doctorado bajo la dirección de Garal'd Isidorovich Natanson. Las posibilidades de hacer un doctorado para una mujer y judía en 1960 en la URSS eran muy escasas, tenía que ser muy brillante y renunciar a pausas por embarazos y maternidad.



Perelman pillado en sus quehaceres cotidianos

Lubov tuvo que elegir entre el doctorado y la maternidad y gracias a su elección Grisha vio la luz. Después nacería su otra hija Elena, también matemática, que emigraría a Suecia.

Lubov les inculcó a los dos un gran amor por las matemáticas, por el esfuerzo y por la música. Desde muy pequeño, Grisha fue entrenado para competir y brillar en los torneos matemáticos tan populares en la URSS. A los diez años ganó su primer torneo, lo que le permitió inscribirse en el círculo matemático del Palacio de los pioneros de Leningrado, bajo la dirección de un experto en preparar a jóvenes para las olimpiadas matemáticas, Sergei Rukshín. La recomendación iba firmada por el propio Natanson. Rukshin recuerda que era un niño introvertido y talentoso. Para resolver los problemas no escribía nada en el papel, hacía los cálculos mentalmente hasta encontrar la solución; solo después la pasaba al papel. Una serie de tics repetidos anunciaban que estaba cerca de la solución.

A los 14 años Perelman ingresó en la selecta Escuela 239 de Leningrado en la que se formaban los jóvenes superdotados para los estudios de física y matemáticas. Allí estuvo bajo la tutela del profesor jefe Valeri Rízhik, un notable pedagogo, y de Nikolái Kuksa. El programa de estudios lo había diseñado el propio Kolmogorov. Rízhik recuerda que Perelman se sentaba en silencio siempre al final de la clase. Solo hablaba para corregir los errores de sus compañeros que veía en la pizarra. Centrado en las matemáticas y un tanto aislado de sus compañeros, no solía participar en las excursiones y actividades organizadas en el internado. Además de la preparación formal de la Escuela 239 Grisha siguió asistiendo al círculo de Rukshín.

La entrada en la facultad de matemáticas era algo más complicado. Solo había dos plazas para alumnos judíos y el examen era realmente duro.

Olímpico notable

En 1981, Rukshín propuso a dos de sus alumnos para participar en la olimpiada nacional de matemáticas: uno era Perelman y el otro Alexander

Levin. Perelman resolvió todos los problemas de la prueba nacional, lo que le valió ser seleccionado para el equipo soviético que participaría en la olimpiada internacional que se celebraría el año siguiente en Budapest. Levin falló solo uno y fue eliminado.

En la olimpiada de Budapest, Grisha obtuvo la puntuación máxima (42 puntos) y la medalla de oro al resolver correctamente los siete problemas. Sólo otros dos participantes lo consiguieron: el alemán Bruno Haible y el vietnamita Lê Tu Quòc Thang, en la actualidad profesor titular en el Georgia Institute of Technology de Estados Unidos. Además de la medalla recibió un cubo de Rubik, inventado solo ocho años antes.

Este triunfo permitió al joven Grigori entrar a los 16 años directamente sin prueba de acceso en la facultad de Matemáticas de la Universidad de Leningrado, la recompensa por muchos años de sacrificio. El primer año tuvo como profesor de geometría al mítico Alexander Danilovich Alexandrov. Este pronto descubrió el talento de Grisha y lo convirtió en su protegido hasta que se trasladó a Moscú.



Perelman y su madre en San Petersburgo

Perelman era un alumno ejemplar que vivía en su propio mundo, ignorando la realidad exterior y con poca relación con sus compañeros. Nunca se interesó por la política, las fiestas o las chicas. Vivía por y para las matemáticas. Gracias al apoyo de Alexandrov y después de Yuri Burago, Grigori acabó su carrera de forma brillante, obtuvo su grado como Candidato de la Ciencia, el equivalente al doctorado, con su tesis titulada *Superficies en silla en espacios euclídeos*. Tras la graduación, Perelman comenzó a trabajar en Leningrado en el prestigioso Instituto Steklov de Matemáticas de la Academia Rusa de las Ciencias, donde al cabo de pocos años se convertiría en uno de los mejores geómetras del mundo. Su sueldo no era gran cosa, el equivalente a 150 euros al mes, aunque en la URSS no era un mal salario.

En 1992 fue invitado a pasar sendos semestres en la Universidad de Nueva York y en la Universidad de Stony Brook donde pronto reconocerían su genio. En 1993 aceptó una beca de investigación de dos años en la Universidad de Berkeley. Su nombre empieza a sonar en los círculos matemáticos americanos. Entre sus activos están sus aportaciones en la clasificación de variedades con curvatura integral limitada de Alexandrov y la demostración de la llamada «conjetura del alma», resultado que permite caracterizar variedades cuya curvatura puede ser nula. Si la curvatura es siempre positiva la variedad es homeomorfa al espacio euclídeo. Perelman demostró que si la curvatura era nula en ciertas regiones y positiva en el resto, existía una región del espacio, llamada alma, que contenía de alguna forma toda la topología del espacio. Perelman demostró que el alma consistía en un único punto siempre que la curvatura no fuera nunca negativa. Publicó el artículo² en 1994, lo que le valió una invitación a participar en el ICM de Zurich de ese mismo año.

Fue a Princeton a principios de 1995 a dar una conferencia sobre su prueba de la conjetura del alma. Para entonces se había convertido ya en el mejor geómetra del mundo. La Universidad de Princeton mostró interés por contratarlo como profesor asistente, pero él se negó a presentar un currículum; dijo que, si lo querían, que le dieran un puesto de profesor titular. No lo hicieron y lo lamentarían. ¿Por qué esas exigencias?

¿Para qué querían un currículo suyo si habían asistido a sus conferencias? Encontraba absurdo que le pidieran datos sobre su persona. Tampoco aceptó una propuesta para ser profesor titular en Tel Aviv. Volvió al Instituto Steklov en el verano de 1995 y a vivir con su madre en el pequeño apartamento de Kúpchino.

En 1996, la Sociedad Matemática Europea celebró su segundo congreso cuatrienal en Budapest, en el que instituyó premios para matemáticos menores de 32 años. Burago, entonces presidente de la Sociedad Matemática de San Petersburgo, y Mijaíl Grómov, el introductor de Perelman en Occidente, presentaron la candidatura de Grigori, que salió victoriosa. Pero este, al enterarse, dijo que no quería el premio y que no lo aceptaría. Incluso amenazó con montar un escándalo si anunciaban que él era el ganador.

Pero Perelman no había dado la espalda al universo matemático. Su cabeza trabajaba en la demostración de la conjetura de geometrización. En 2000 escribe un correo a Michael Anderson interesándose por sus trabajos sobre el flujo de Ricci. En noviembre de 2002, Anderson recibiría un correo de Perelman en el que este le informaba de que había publicado su famoso artículo

The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications en internet. El resto de la historia ya es conocido por todos:

Los vacíos existen por todos lados. El poder de calcularlos nos da grandes posibilidades. Sé cómo manejar el Universo. Ahora díganme, ¿por qué tendría que correr a buscar un millón? ³

G. Perelman

Referencias bibliográficas

- CABEZAS, E., y V. MIQUEL (2006), «Demostración de Hamilton-Perelman de las Conjeturas de Poincaré y Thurston», *La Gaceta de la RSME*, Vol. 9.1, 15-42.
- DEVLIN, K. (2007), *Les Énigmes mathématiques du 3e millénaire*, Le Pommier.
- FERNÁNDEZ, R. (2010), «La conjetura de Perelman», diario *El País*, 03/10/10.
- O'SHEA, D. (2008), *La conjetura de Poincaré*, Tusquets Editores, Barcelona.
- QUIRÓS, A. (2006), «Las Medallas Fields y otros galardones del ICM 2006», *La Gaceta de la RSME*, Vol. 9.3, 639-654.

ANTONIO PÉREZ SANZ

Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas
<tercermilenio@revistasuma.es>

1 Véase la página web de projecteuclid:
https://projecteuclid.org/download/pdf_1/euclid.bams/1183524149

2 Perelman, G. (1994), «Proof of the Soul Conjecture of Cheeger and Gromoll», *Journal of Differential Geometry*, 40, 299-305.

3 Última entrevista a Perelman realizada por el periodista ruso Alexandr Zabrovski el 28/04/2011.