

Matemáticas a todo color

JOSÉ LUIS MUÑOZ CASADO

Dos de las novedades más llamativas de GeoGebra son el rastro y color dinámico. El primero de ellos nos permite dejar la huella de un objeto allá por donde pasa y el segundo nos permite cambiar el color del objeto de forma dinámica.

En la pestaña **Propiedades** de un objeto podemos encontrar ambas posibilidades, en la pestaña **Básico** encontraremos la opción para activar el rastro y en la pestaña **Avanzado** la opción para cambiar el color. Antes de adentrarnos en el color dinámico necesitaremos algunas nociones *informáticas*.

Un píxel, acrónimo «pix» de *picture* y «el» de *element*, consiste en la unidad más pequeña de información que compone una imagen. Las pantallas gráficas muestran imágenes dividiendo la pantalla en miles (o millones) de píxeles, dispuestos en filas y columnas. Los píxeles están tan juntos que parece que estén conectados.

Un píxel se compone realmente de tres puntos, uno rojo, uno azul y uno verde. Idealmente, los tres puntos convergen en el mismo píxel. Cada píxel se codifica mediante un conjunto de bits de longitud determinada, denominada profundidad de color; por ejemplo, en modo color de 8 bits permite mostrar 2^8 colores diferentes o gama de grises.

A la hora de codificar los bits, es necesario definir que modelo de color se va usar. El modelo más común es el RGB (*Red-Rojo*, *Green-Verde*, *Blue-Azul*), pero existen otros como CMYK o sRGB. El modelo de color RGB permite crear un color compuesto por los tres colores primarios según el sistema de mezcla aditiva. De esta forma, según la cantidad de cada uno de ellos que se use en cada píxel se obtendrá el resultado del color final del mismo.

El modelo RGB asigna un valor de intensidad a cada píxel que oscila entre 0 (negro o sin intensidad) y 255 (blanco o máxima intensidad) para cada uno de los tres colores, pudiendo obtener toda la gama desde 0 hasta 255.

En la pestaña **Avanzado** de las propiedades de un objeto encontramos la opción de modificar la cantidad de rojo, verde y azul.

Inicialmente los tres campos aparecen vacíos. A la hora de introducir valores es conveniente tener en cuenta que GeoGebra no asigna un valor entre 0 y 255 sino un valor entre 0 y 1, donde cero es sin intensidad y 1 es máxima intensidad del color.

La verdadera potencia del color dinámico de GeoGebra reside en que en los campos **Red**, **Green** y **Blue** no solo podemos poner un valor fijo sino un valor variable.



Figura 1. Modelo RGB



Figura 2. Pestaña Avanzado. Colores dinámicos

Guía de construcción

- Con el botón  dibujamos un punto.
- Con el botón derecho sobre el punto *A*, pulsamos Propiedades. En la pestaña Básico activamos el rastro y en la pestaña Avanzado escribimos en la casilla Red, $x(A)$. Automáticamente se rellenarán los otros campos (figura 3).
- Cerramos la ventana preferencias y movemos el punto *A*.

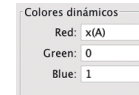


Figura 3. Color de un punto

Como se puede observar aparece una regularidad (figura 4). Como hemos mencionado antes, GeoGebra asigna colores con valores entre 0 y 1, el comando $x(A)$, la ordenada del punto *A* puede tener otros valores. En realidad, GeoGebra usa una función para asignar el color:

- Si el valor o expresión introducida está entre 0 y 1 asigna el mismo valor.
- Si el valor o expresión es mayor que 2 toma su valor módulo 2
- Si el valor o expresión (o su resto módulo 2) está entre 1 y 2 toma 2—el valor introducido.

Se puede simplificar escribiendo

$$c(x) = 1 - \text{abs}(1 - x + 2 \text{ floor}(x/2))$$

x el valor o expresión del color, abs es el valor absoluto y floor es la función parte entera. El motivo de esta asignación está en la continuidad de color o más bien en evitar discontinuidades en el color. Aún así, la función $c(x)$ es periódica, $c(x) = c(x) + 2n$.

Una forma de evitar esa periodicidad es componer con una función no periódica, por ejemplo una exponencial.

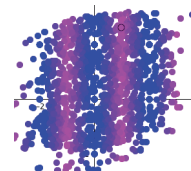


Figura 4. Rastro del punto A

A lo largo de todo el texto usaremos la Vista gráfica 2 para situar los deslizadores y demás controles que insertemos, dejando la Vista gráfica 1 para nuestros diseños.

La configuración de la pantalla sería la figura 5. En la web hemos diseñado un plantilla para trabajar con colores dinámicos.

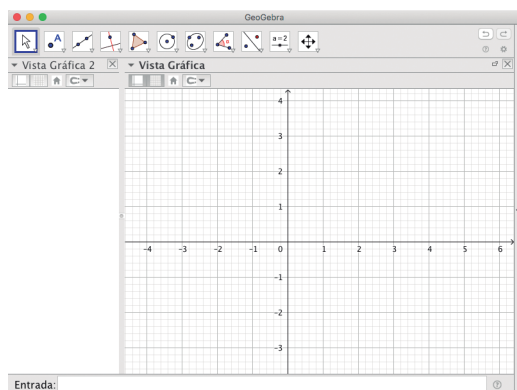


Figura 5. Configuración de las vistas

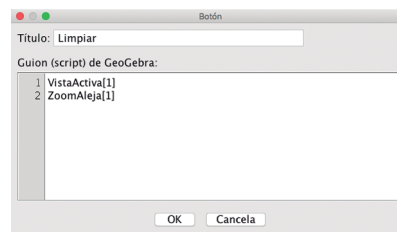


Figura 6. Botón limpiar

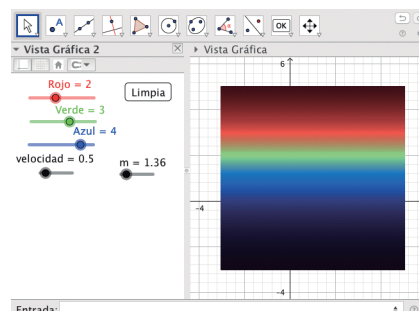


Figura 7. Ejemplo de gradiente de colores

El rastro de un objeto no se guarda al exportar la vista gráfica, por tanto deberemos usar un programa de captura de pantalla para obtener una imagen que contenga al rastro.

Guía de construcción. Gradiente

- Colocamos las vistas gráficas como en la figura 5.
- Insertamos en la Vista gráfica 1 un punto A en la parte superior izquierda de la pantalla.
- Escribimos en la barra de entrada: $A + (7,0)$.
- Añadimos en la Vista gráfica 2 cinco deslizadores:
 - Rojo. Valor mín: 0. Valor máx: 5. Incremento 0.1. Color rojo.
 - Verde. Valor mín: 0. Valor máx: 5. Incremento 0.1. Color Verde.
 - Azul. Valor mín: 0. Valor máx: 5. Incremento 0.1. Color azul.
 - velocidad. Valor mín: 0. Valor máx: 3. Incremento 0.1. Color negro.
 - m. Valor mín: 0. Valor máx: 7. Incremento 0.001. Color negro. Velocidad: velocidad
- En la Vista gráfica 2 añadimos un botón (figura 6):
 - Título: «Limpiar»
 - Guión (script):
 - * VistaActiva[1]
 - * ZoomAleja[1]
- Hacemos clic en la Vista gráfica 1. Escribimos en la barra de entrada:
 - $C = (x(A), y(A) - m)$
 - $D = (x(B), y(B) - m)$
 - segmento[C,D]
- En la pestaña Avanzado de las propiedades del segmento escribimos tres funciones para los colores que contengan al parámetro m y el nombre del deslizador correspondiente al color. Por ejemplo, para el rojo escribimos $2^{(-\text{abs}(\text{Rojo} - m))}$.
- Antes de cerrar la ventana de propiedades del segmento, activamos el rastro y quitamos las etiquetas a todos los objetos.

Guía de construcción. Punto con color dinámico

- Colocamos las vistas gráficas como en la figura 5.
- En la Vista gráfica 2:
 - Escribimos en la barra de entrada:
 - $rr = 1$
 - $vv = 1$
 - Creamos dos deslizadores r y v con valores entre 0 y 1 e incremento 0.001. En la opción velocidad escribimos rr para el deslizador r y vv para el deslizador v.
 - Añadimos el botón limpiar
 - Escribimos en la barra de entrada: $s = \text{false}$
 - Creamos un botón para animar los deslizadores r y v:
 - Título: «Animar»
 - Guión (script):
 - * $s = \text{Si}[s, \text{false}, \text{true}]$
 - * Rótulo[botón2, Si[s, "Parar", "Animar"]]
 - * IniciaAnimación[r,s]
 - * IniciaAnimación[v,s]
 - Creamos dos casillas de entradas para introducir los valores de rr y vv.
- En la Vista gráfica 1:
 - Escribimos en la barra de entrada: $A = (r,v)$.
- En la pestaña Básico activamos el rastro.
- En la pestaña Estilo agrandamos el tamaño del punto hasta su valor máximo.
- En la ventana de las propiedades del punto A elegimos la pestaña Avanzado. En la casilla Red escribimos r y en la casilla Green escribimos v y 0 en la casilla Blue.

Cuestiones

- Realizar la misma construcción con otra combinación de colores deslizadores, por ejemplo:
 - Rojo: v , Verde: r , Azul, $r+v$
 - Rojo: 0 , Verde: r , Azul, v
- ¿Qué sucede si pongo velocidades 1 y 2 a r y v respectivamente? ¿Y 2 y 3? ¿Y si pongo velocidades 3 y 5?
- Observa las figuras de la 11 a la 16, y obtén las velocidades de r y v para obtenerlas.

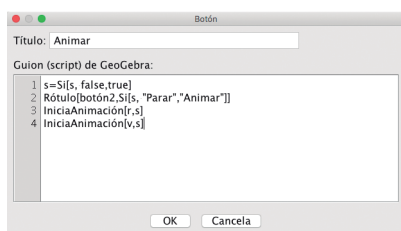


Figura 8. Botón Animar/Parar

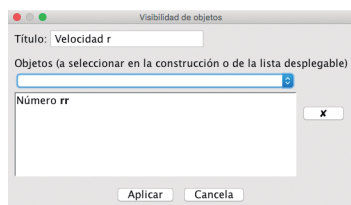


Figura 9. Casilla de entrada para el valor rr

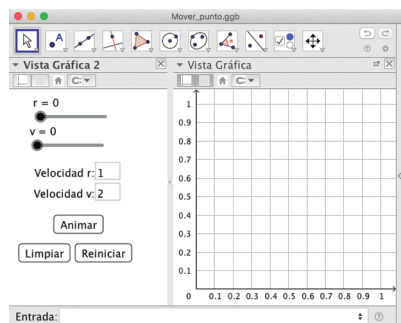


Figura 10. Interfaz de Mover un punto

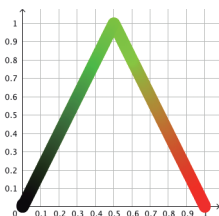


Figura 11. $rr=1$, $vv=2$

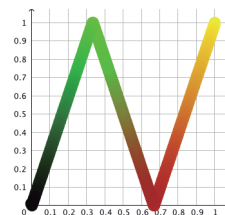


Figura 12. $rr=1$, $vv=3$

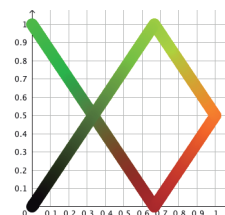


Figura 13. $rr=2$, $vv=3$

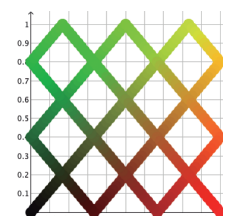


Figura 14. $rr=6$, $vv=7$

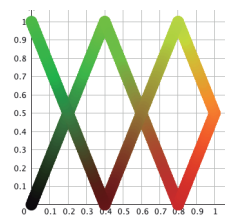


Figura 15. $rr=2$, $vv=5$

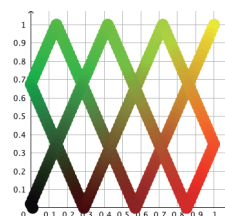


Figura 16. $rr=3$, $vv=7$

El color dinámico como elemento artístico

El color dinámico puede ser una gran herramienta en la exploración de lugares geométricos

o en la investigación de curvas algebraicas, diagramas de Voronoi y en otros campos que quizás aún estén sin explorar, sin embargo, en este artículo nos centraremos en tareas más sencillas.

Comenzaremos con un tarea muy simple que desembocó en lo que yo denomino «Arte con Geogebra». Allá por el año 2011 se celebraron en Gijón las XV JAEM. Entre las múltiples actividades programadas hubo un espacio de debate sobre Geometría Dinámica conducido por José Antonio Mora. Allí presenté un trabajo realizado con alumnos. Una muestra de los trabajos se puede ver en:

<https://multiplicatoporzero.wikispaces.com/Arte+geogebra>

y en:

<https://estoestodoamigos.wikispaces.com/Arte+Curvo>

Después José Antonio Mora, en el día GeoGebra 2012 presentó un taller de rectas y curvas de colores, un estupendo trabajo de aula donde amplió de forma extraordinaria la idea de los colores dinámicos. La idea original consistía en representar una recta $y = mx + n$, con m y n dos deslizadores y aplicar los colores dinámicos a la recta según los valores de m y n . Veamos cómo.

Guía de construcción. Rectas de colores

- Creamos dos deslizadores m y n que serán la pendiente y la ordenada de la recta. Los valores máximos y mínimos los dejamos por defecto y cambiaremos el incremento a 0.001.
- Hacemos clic en la vista gráfica 1, a continuación escribimos en la barra de entrada: $y = m x + n$.
- En la ventana propiedades de la recta, pulsamos en la pestaña Avanzado y escribimos tres funciones que contengan como parámetros a m y n (figura 17).
- Antes de cerrar la ventana propiedades, en la pestaña Básico activamos el rastro.



Figura 17. Colores de la recta

Cuestiones

- Activa la animación del deslizador m . Describe qué sucede.

- Activa la animación del deslizador n . Describe qué sucede.
- Cambia la expresión de los colores. Realiza tu propia composición.
- Ahora para el deslizador n y deja que solo se mueva el deslizador m . ¿Por qué las rectas más inclinadas están más juntas y las que tienen menor inclinación están más separadas? Fíjate en la figura 18, que eso ocurre tanto cuando la inclinación es positiva como cuando es negativa y además para cualquier valor de la ordenada en el origen.
- Observa la figura 19. Intenta reproducirla. Usa tus propios colores.

Esta simple aplicación hipnotizó a los alumnos. Controlada paso a paso, los alumnos experimentan con la pendiente y el valor en la ordenada. Un poco más complicado es llegar a controlar el color dinámico y conseguir que dibuje lo que uno quiere.

Inmediatamente surge la pregunta ¿y con $ax^2 + bx + c$? (figuras 20, 21 y 22)

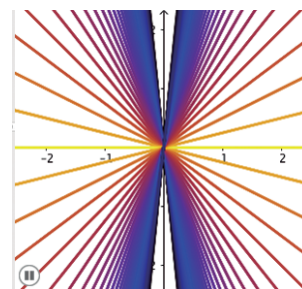


Figura 18. Rectas con incremento de pendiente 0.25

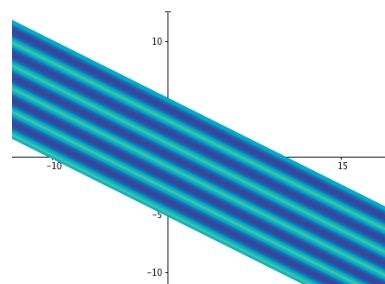


Figura 19. Franja

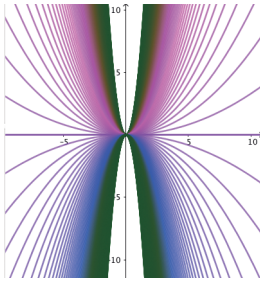


Figura 20. Animando a

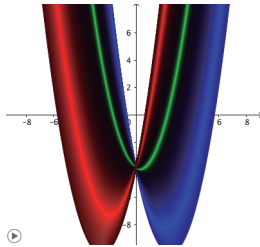


Figura 21. Animando b

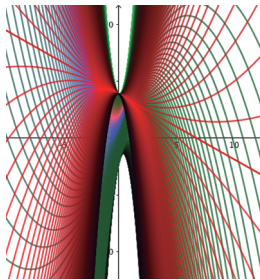


Figura 22. Animando a , b y c

Arte con GeoGebra

Una vez practicado con las funciones más elementales, es fácil dejar volar la imaginación y obtener verdaderas obras de arte simplemente con las funciones elementales.

Conocer las funciones, su representación y sus propiedades nos permitirá controlar la ejecución de nuestro trabajo para obtener una bonita imagen.

Como mencionamos más arriba, José Antonio Mora para su taller elaboró un *applet* con las principales funciones (figura 23).

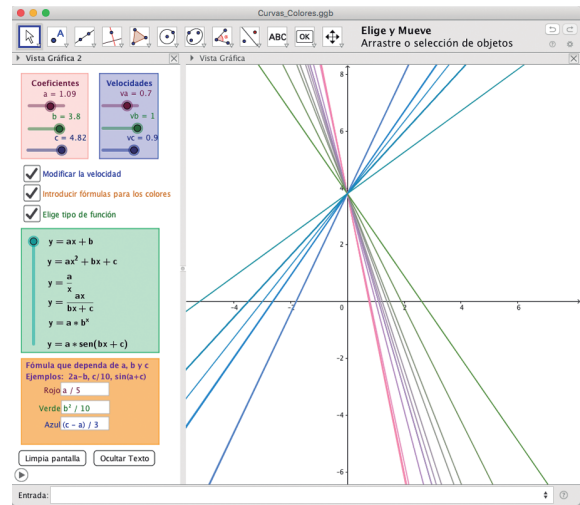


Figura 23. Curvas de colores. José Antonio Mora

Pero no solo podemos aplicar los colores dinámicos a funciones, cualquier objeto que podamos insertar en la vista gráfica tiene la propiedad de los colores dinámicos, solamente es cuestión de pensar cómo introducir los colores. Veamos un ejemplo.

Guía de construcción. Circunferencias

- Colocamos las vistas gráficas como en la figura 5.
 - En la Vista gráfica 2 dibujamos:
 - Un punto A.
 - Una circunferencia de centro y radio dado, por ejemplo, 5.
 - Sobre la circunferencia c ponemos dos puntos, B y C.
 - Trazamos una circunferencia de centro A y que pase por B.
 - En la vista gráfica 2, creamos un deslizador v con valores entre 0 y 1 e incremento 0.001.
 - En las propiedades del punto B, en pestaña Álgebra configuramos la velocidad con un deslizador y en la pestaña Básico pulsamos animación.
 - En esta circunferencia configuramos el color dinámico.
 - * Rojo: $x(A)$, Verde: $y(A)$, Azul: $(x(A)+y(A))/2$
- (figura 24)

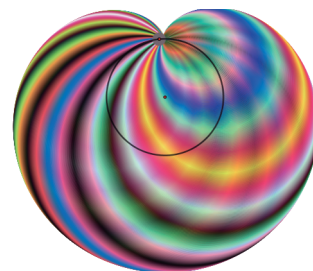


Figura 24

También podemos trabajar con colores dinámicos en la vista 3D.

Guía de construcción. Hélice

- En la Vista gráfica 1 dibujamos:
 - Tres deslizadores r , m y k de tipo entero.
 - Un deslizador v con valor mínimo 0, valor máximo 5 e incremento 0.1
 - Un deslizador s con valor mínimo -4π , valor máximo 4π , incremento 0.001 y velocidad v .
 - Activamos la Vista gráfica 3D y en la barra de entrada escribimos:
 - Curva($r \cos(m t)$, $r \sin(m t)$, $k t$, t , -4π , 4π)
 - $A=(0,0,s)$
 - $B=a(s)$
 - Segmento[A,B]
 - En la pestaña Avanzado del menú propiedades del segmento escribimos los colores dinámicos: Rojo: $x(A)$, Verde: $y(B)$, Azul: $z(B)$ y en la pestaña Básico activamos el rastro.
- (figura 25)



Figura 25

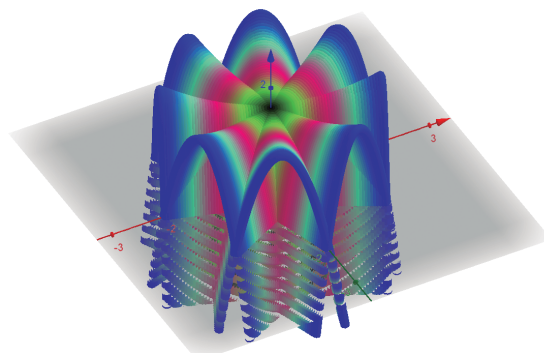


Figura 26. Primer Premio Alumnos. Georgi Mendikov.
Profesora, Irene Tusset



Figura 27. Segundo Premio Alumnos. Carlota Díaz-Munio.
Profesora, Ester Alonso

Las posibilidades son infinitas.

En el VIII CIBEM celebrado el pasado mes de julio, el Instituto Geogebra Maslama al-Mayriti convocó el I Concurso de arte con Geogebra, una experiencia con una gran participación de diferentes países.

Dividido en dos categorías, una para alumnos de cualquier nivel educativo en el marco de una experiencia de aula y otra libre para cualquier persona que disfrute con GeoGebra. Los parámetros eran usar los colores dinámicos.

En la web podréis encontrar los trabajos de alumnos y profesores. Aquí rendimos tributo a los ganadores.



Figura 28. Primer Premio. Categoría Libre. Ricardo Alonso

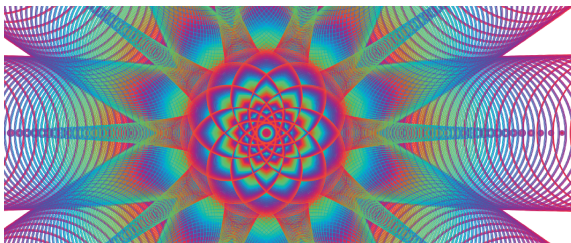


Figura 29. Segundo Premio. Categoría Libre. Lorenzo Lozano

Tanto ha sido el éxito que en Madrid un grupo de profesores hemos creado en IG Maslama el Club de arte GeoGebra con el propósito de trans-

mitir a alumnos y profesores las posibilidades artísticas de GeoGebra.

Referencias bibliográficas

- LOSADA, R. (2014), «El color dinámico en Geogebra». *La gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, vol. 17, n.º 3, 525-547.
- MORA, J. A., *Rectas y curvas de colores*, <jmora7.com>.
- MUÑOZ, J. L. (2011), *Arte geogebra*, <<https://multiplicateporcero.wikispaces.com>>.
- (2012), *Arte curvo*, <<https://estoestodoamigos.wikispaces.com>>.

JOSÉ LUIS MUÑOZ CASADO
IES Salvador Dalí
<creogebra@revistasuma.es>