

Tareas ricas para trabajar con decimales

DAVID BARBA URIACH
CECILIA CALVO PESCE

El@s tienen
la palabra

Tal como comentamos en las entregas previas de esta sección dedicada a las matemáticas en primaria, nuestra intención es la de analizar dinámicas de clase centradas en la conversación y la comunicación. Nos interesamos especialmente por actividades ricas que podemos proponer para generar este ambiente de clase y por las preguntas que podemos formular a los alumnos durante la ejecución y discusión de estas actividades para fomentar conversaciones que les permitan construir nuevos conocimientos y los inviten a comunicar sus razonamientos.

En esta entrega propondremos analizar un conjunto de tareas ricas asociadas al estudio de los números decimales que permiten generar un ambiente de clase centrado en la comunicación y en la construcción del conocimiento a partir de la voz de los alumnos. Al igual que Afzal Ahmed en su libro *Better Mathematics: A Curriculum Development Study*, entendemos por tareas ricas aquellas que en un inicio son accesibles a todos los alumnos pero permiten plantear nuevos retos a partir del enunciado inicial. Aquellas que invitan a los alumnos a tomar decisiones, a que especulen, que formulen hipótesis, que justifiquen, que expliquen, que reflexionen, que interpreten..., que promuevan el debate y la comunicación, alentando preguntas del tipo «¿qué pasaría si?».

En esta entrega plantearemos nuestra preocupación por la manera en que habitualmente introducimos a los alumnos en el trabajo con números decimales, muy alejada de la atención y el mimo con que los introducimos en el trabajo con números naturales: aumentando el rango de números con los que trabajamos de manera gradual, combinando la manipulación con la representación simbólica, presentando las operaciones mucho antes que sus algoritmos, ofreciendo situaciones contextuales para dar soporte a las deducciones...

Estas reflexiones son aplicables tanto en el momento de trabajar la numeración decimal (representación sobre la línea numérica, redondeo...) como las operaciones con este tipo de números, la estimación de sus resultados y sus algoritmos asociados.

Es importante que los alumnos dispongan de oportunidades para hablar sobre nuevas propiedades de las operaciones que no se daban al trabajar con números naturales. Por ejemplo, con decimales ya no es cierto que el resultado de la multiplicación sea mayor que los factores (con los naturales eso sucede a menos que uno de los factores sea 1 o 0). Esta propiedad es evidente en el contexto del dinero: al comprar 6 panecillos a 70 céntimos cada uno debemos pagar menos de 6 euros ($6 \times 0,70 < 6$).

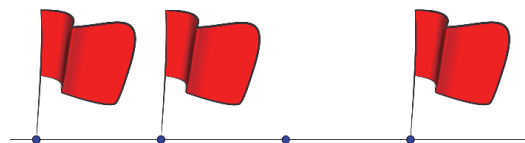
Ejemplos de tareas

Presentaremos a continuación una muestra de tareas que creemos que respeta el espíritu de lo comentado en los párrafos anteriores, reclamando de los alumnos que más allá de ejecutar unos procedimientos concretos apliquen estrategias de resolución de problemas como el pensamiento exhaustivo, busquen patrones que les permitan profundizar en sus conocimientos sobre este campo numérico y comuniquen y argumenten sus hallazgos.

Acompañamos cada tarea de un pequeño comentario, en ocasiones sobre la gestión, en ocasiones sobre la solución y en ocasiones sobre el lugar donde hemos conocido la propuesta, aunque haya sido modificada.

Tarea 1: Banderas

Sabemos que en la imagen los cuatro puntos son equidistantes y dos de las banderas están en los números 1,3 y 2,2. ¿En qué número está la otra bandera?



A diferencia de formulaciones similares, como la de la figura 1 que tiene una única solución, la tarea que planteamos aquí para trabajar la línea numérica tiene tres respuestas posibles ya que no se indica cuál es la bandera de la que no se conoce el número: puede ser 3,8, 1,6 o 0,85.

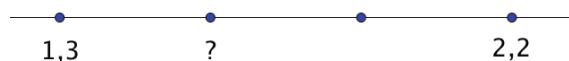
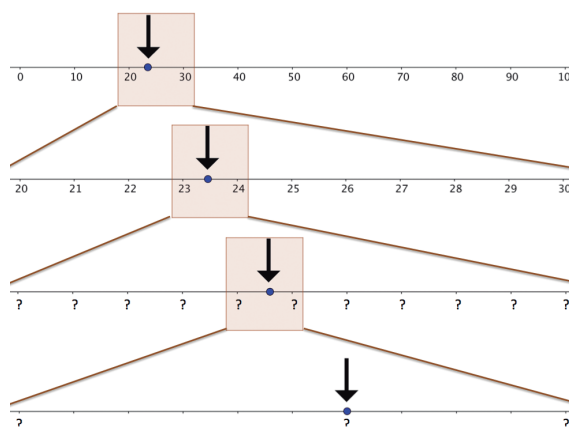


Figura 1

Tarea 2: Zoom

Interpreta la imagen y completa los valores indicados con "?"



En esta tarea, basada en la propuesta «Zoom»¹ del blog *Median* de Don Steward, se propone al alumno que interprete la colocación de números en la línea numérica en base al uso de ampliaciones de intervalos que se dividen en 10 partes iguales, como el nombre decimal indica. Enten-

demos que la noción de lupa, aquí involucrada y que también se recoge en el applet *Spaceflight* del Instituto Freudenthal², es central para comprender la existencia de décimas, centésimas, milésimas, etc.

Tarea 3: Dígitos y comas

Utiliza los dígitos 3, 4, 5, 6 y una coma para formar:

- el mayor número que se aproxime a 5
- el menor número que se aproxime a 4.

En esta tarea, basada en la propuesta «Nearest to» del blog *Median*³, es importante dar a los alumnos oportunidad para explicitar la estrategia utilizada para encontrar las respuestas 5,463 y 3,546. Pretendemos así ir mucho más allá de incorporar «truquillos» de redondeo, para llegar a entender que los números que se aproximan a 5 son todos los del intervalo entre 4,5 y 5,5 (incluyendo el extremo izquierdo de este intervalo pero no el derecho, ya que 5,5 es el primer número que formalmente se redondea a 6) y con los dígitos 3, 4, 5 y 6 el mayor número que podemos construir en este intervalo es 5,463.

Tarea 4: Restas decimales

$$\square, \square\square - \square, \square\square$$

Completa con dígitos diferentes las seis celdas de manera que el resultado sea el más grande o el más pequeño posible.

En esta tarea, inspirada en las muchas del estilo que se proponen en el portal <<http://www.openmiddle.com/>>, tiene mucho más interés la pregunta sobre el resultado más pequeño posible ya que para encontrar el mayor resultado basta con considerar que este se obtiene restando los números más grande y más pequeño posibles: $9,87 - 0,12 = 9,75$. Sin embargo, para obtener el menor resultado hay que considerar que se deben restar números muy cercanos y ello es independiente de su parte entera. Valen pues restas del tipo $,01 - ,98 = 0,03$ donde y pueden ser 2 y 3, 3 y 4, 4 y 5, 5 y 6 o 6 y 7.

Tarea 5: Sumas decimales

Completa las celdas, cada una con un dígito diferente elegido entre 1 y 9, de manera que

$$\square\square\square + \square\square, \square + \square, \square\square$$

- tenga el mayor (o el menor) resultado posible
- tenga un resultado concreto, por ejemplo, 228,69
- tenga el resultado más cercano posible a 600.

Mientras que la respuesta a la pregunta de cuáles son el mayor y el menor resultado posible son únicas, las respuestas a cómo se obtienen tales resultados son variadas por lo cual podemos limitarnos a pedir un ejemplo o dos en cada caso (1065,51 se obtiene, por ejemplo, con la suma $986 + 75,3 + 4,21$ y 166,59 se obtiene, por ejemplo, con la suma $124 + 35,7 + 6,89$). Lo mismo sucede con el resultado más cercano a 600 que es 599,76 (que se obtiene, por ejemplo, con la suma $521 + 73,9 + 4,86$) seguido por 600,39 (que se obtiene, por ejemplo, con la suma $512 + 83,6 + 4,79$).

En el caso del resultado 228,69 hay 48 soluciones posibles pero en todo caso es interesante que los alumnos descubran que cuando tienen una solución ($153 + 67,2 + 8,49$ o $135 + 86,2 + 7,49$) de inmediato tienen otras 23 variando de lugar los dos dígitos que ocupan las décimas (2 y 4), los tres que ocupan las unidades (3, 7 y 8 en un caso y 5, 6 y 7 en el otro) y los dos que ocupan las decenas (5 y 6 o 3 y 8).

Tarea 6: Multiplicaciones decimales

Elige dos números ▲ y △ que sumen 1 y calcula

$$\blacktriangle \times \blacktriangle + \triangle$$

$$\triangle \times \triangle + \blacktriangle$$

¿Qué observas?

Esta tarea, pensada para practicar multiplicaciones y sumas entre números decimales, invita a descubrir la regularidad de que las dos operaciones combinadas propuestas tienen siempre el mismo resultado, lo cual se justifica en la figura 2.

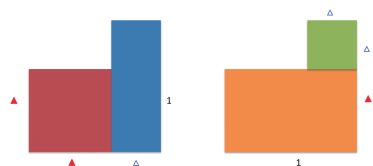


Figura 2

Tarea 7: Dígitos repetidos

Completa las celdas $\square\square : \square$ de manera que el resultado que se obtenga al realizar la operación con la calculadora sea un número decimal formado por un único dígito repetidamente. Por ejemplo: $20:9=2,222222$ o $44:5=8,8$

¿Cómo varía la cantidad de soluciones si el dividendo pudiera tener tres cifras? ¿Y si el divisor pudiera tener dos cifras?

Esta tarea sobre divisiones entre dos números naturales y resultado decimal⁴ está inspirada en la propuesta «Noodle Whack» del portal *Transum*⁵ y permite familiarizarse con la existencia de números con infinitas cifras decimales y en el tratamiento que hacen las calculadoras de este tipo de números.

Para el caso de un dividendo de 2 cifras y un divisor de una única cifra, las soluciones son: 10:9, 20:9, 30:9, 40:9, 44:8, 20:6, 33:6, 11:5, 22:5, 33:5, 44:5, 22:4, 10:3 y 11:2. Vale la pena observar que, por ejemplo, 20:3 no sirve porque la mayoría de las calculadoras ofrecen como resultado 6,666667 (figura 3) lo que da origen a una interesante discusión para plantear a los alumnos.

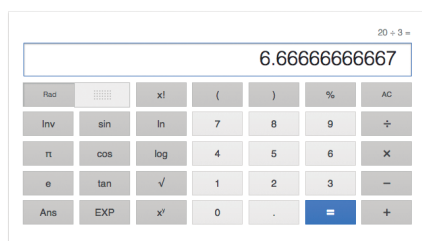


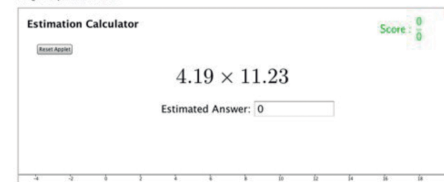
Figura 3

Tarea 8: Estimar

<http://www.geogebra.org/material/show/id/46541>

Estimation Calculator (Multiplication)

How good are your estimation skills?



La tarea «Estimation Calculator»⁶ es una de aquellas tareas en que su carácter virtual es importante debido al *feedback* que da al alumno cuando este propone un valor aproximado para el resultado. Más allá de dar por válida o no su respuesta le informa sobre el error que ha cometido. Pero que sea virtual no la restringe a ser una tarea individual, creemos que la discusión colectiva sobre las estrategias utilizadas para dar buenos resultados es un elemento central en el trabajo con multiplicaciones decimales.

Reflexión final

En esta entrega nos hemos centrado en tareas para trabajar con decimales, buscando dedicarles el tiempo y esfuerzo que dedicamos cuando trabajamos con números naturales.

Creemos que debemos aprovechar la oportunidad que nos brinda la necesidad de dedicar tiempo a la práctica de procedimientos con decimales, para ir más allá de la mera práctica repetitiva: atendiendo a la representación de números en la línea numérica, al cálculo aproximado, a la búsqueda de patrones y regularidades en los resultados del cálculo y también al fomento de una actitud básica en la resolución de problemas: el interés por encontrar todas sus soluciones y no únicamente la primera que aparece.

DAVID BARBA URIACH
Universitat Autònoma de Barcelona

CECILIA CALVO PESCE
Escola Sadako (Barcelona)
<tienenlapalabra@revistasuma.es>

- 1 <<http://donsteward.blogspot.com.uy/2017/05/zoom.html>>.
- 2 <<http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/03127/task2.html>>.
- 3 <http://donsteward.blogspot.com.uy/2013/12/nearest-to.html>>.

- 4 Encontrareis más información en: <<https://puntmat.blogspot.com.es/2018/01/practica-de-divisiones-decimals.html>>.
- 5 <http://www.transum.org/software/SW/Starter_of_the_day/starter_January3.asp>.
- 6 <<https://www.geogebra.org/m/pYzZ8eU6>>.