suma+
Secciones
Julio 2018
88
pp. 109-120

Actividades con calculadora en el aula de secundaria

M.ª Teresa Navarro Moncho

Sí a las calculadoras

El objetivo de este artículo es dar a conocer una propuesta didáctica realizada por el grupo de calculadoras de la FESPM con la colaboración de la División Educativa de Casio. Las actividades que se presentan han sido diseñadas e implementadas por los profesores y las profesoras del grupo. Estas actividades pretenden, en la medida de lo posible, aligerar la carga que supone al profesorado la incorporación de un recurso en el aula proporcionando una serie de propuestas, con actividades contextualizadas en un entorno de resolución de problemas, preparadas para ser llevadas directamente al aula.

Con este artículo se inaugura la sección «Sí a las calculadoras» que contará en las sucesivas entregas con la colaboración de los diferentes miembros del grupo de calculadoras de la FESPM.

Desde hace mucho tiempo las investigaciones en didáctica de las matemáticas están a favor de la introducción a edades tempranas del uso de las calculadoras y no apoyan la teoría de que su uso oxida el cerebro (International Congress on Mathematical Education, 1986).

El informe Cockroft (1982) dedicó parte de su análisis al estudio de las posibilidades de las calculadoras en el proceso de aprendizaje de las matemáticas e indica que las conclusiones de la

Artículo solicitado por *Suma* en abril de 2018 y aceptado en mayo de 2018

mayoría de las investigaciones reflejan una mejora en la actitud de los estudiantes hacia las matemáticas, en las destrezas personales de cálculo, en la comprensión de los procesos y en la resolución de problemas. De otras investigaciones no se desprende una mejora significativa pero nunca un empeoramiento.

En la misma línea el National Council of Teachers of Mathematics (1980, 1989) recomienda que todos los estudiantes utilicen la calculadora para concentrarse en el proceso de resolución de problemas en lugar de hacerlo en los cálculos que llevan asociados; para tener oportunidad de acceder a matemáticas que estén más allá del nivel de destrezas de cálculo de los estudiantes; para explorar, desarrollar y consolidar conceptos, incluyendo estimación, conjetura, aproximación y propiedades; para experimentar con ideas matemáticas y descubrir regularidades; y, para realizar tediosos cálculos que surgen del trabajo con datos reales en la resolución de problemas. Recomienda también a editores y autores de libros de texto que integren el uso de la calculadora en los materiales de cada curso.

Desafortunadamente estas recomendaciones no se ven reflejadas ni en los libros de texto ni en las aulas de nuestro país. Es más, las posiciones más frecuentes del profesorado frente al uso de las calculadoras en el aula se pueden resumir en tres tipologías. Se permite su uso para la realización de cálculos, sin dar una guía clara de los procedimientos para obtener un mayor rendimiento matemático; se dejan utilizar para comprobar operaciones que previamente se han realizado con lápiz y papel o mentalmente y por último, se prohíbe totalmente su uso.

Breve historia de un largo camino

La FESPM consciente de la escasa utilización de las calculadoras en el aula creó, a raíz de un seminario federal en el 2008, el grupo de trabajo de calculadoras en el curso 2008-2009. Desde entonces, el grupo formado por profesores y profesoras de todo el territorio nacional ha realizado diversos tipos de actividades: manifiestos

Figura 1. Grupo de calculadoras

a favor de la incorporación de las calculadoras como recurso didáctico en todos los niveles educativos, a favor de su uso en todas sus versiones (elemental, científica, gráfica, con cálculo simbólico) en las pruebas externas; participando activamente en la formación del profesorado a través de cursos presenciales y a distancia, impartiendo talleres, mini cursos y charlas en jornadas y congresos; y, diseñando y experimentando en el aula actividades con calculadora.

Tras años de experiencia diseñando actividades, experimentándolas en el aula y compartiéndolas con el profesorado, decidimos, con la colaboración de la División Educativa de Casio, dar un paso más y cristalizar este trabajo en un libro de actividades preparadas para ser llevadas directamente al aula de manera que los estudiantes exploren de forma práctica y autónoma múltiples conceptos matemáticos, o simplemente para compartir algunas ideas de cómo utilizar la calculadora como recurso didáctico.

En el VIII CIBEM, celebrado en Madrid en el mes de julio de 2017, presentamos nuestro primer trabajo *Actividades para el aula con calculadora científica*. Este libro, que está disponible en las páginas web de la FESPM[1] y de la División Educativa de Casio[2], contiene actividades para secundaria de tres grandes bloques de contenidos: Aritmética, Álgebra y Estadística.

Figura 2. Actividades para el aula con calculadora científica

Así es este libro

Este libro pretende, en la medida de lo posible, aligerar la carga que supone al profesorado la incorporación de un recurso, como es la calculadora, en el aula. Por ello, contiene una serie de actividades para ser llevadas directamente al aula y que se desarrollan a partir de situaciones o problemas contextualizados basados en supuestos reales que han sido probadas en el aula.

Cada actividad consta de una página que va dirigida al alumnado y las siguientes, al profesorado. En la página dirigida al alumnado se contextualiza en supuestos cotidianos el problema y se plantean una serie de cuestiones. En las páginas dirigidas al profesorado se especifican los materiales que son necesarios para realizar la actividad en los términos en los que está propuesta, se refleja en qué nivel se ha experimentado la actividad, ahora bien, es el profesorado quien debe elegir el nivel educativo en función de las características de su alumnado. Estas páginas incluyen también algunas orientaciones didácticas y técnicas que se han estimado convenientes para el desarrollo de la actividad. Finalmente, se incluye una posible respuesta que pueda ofrecer el alumnado del nivel educativo al que se dirige. Aunque existen diferentes métodos de resolución, en este libro se ha optado por escoger las soluciones que se han considerado más didácticas, mostrando el máximo número de funcionalidades de la calculadora.

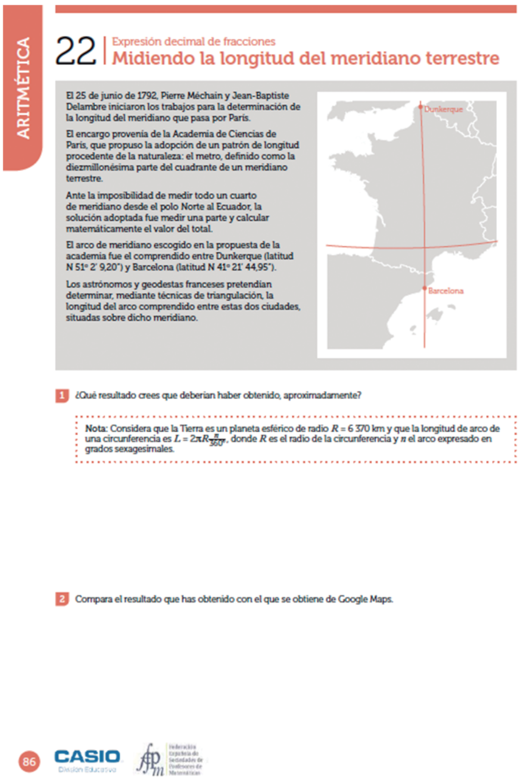
Algunas actividades

Expresión decimal de fracciones. Midiendo la longitud del meridiano terrestre

El 25 de junio de 1792, Pierre Méchain y Jean-Baptiste Delambre iniciaron los trabajos para la determinación de la longitud del meridiano que pasa por París.

El encargo provenía de la Academia de Ciencias de París, que propuso la adopción de un patrón de longitud procedente de la naturaleza: el metro, definido como la diezmillonésima parte del cuadrante de un meridiano terrestre.

Ante la imposibilidad de medir todo un cuarto de meridiano desde el polo Norte al Ecuador, la solución adoptada fue medir un trozo y calcular matemáticamente el valor del total. El arco de meridiano escogido en la propuesta de la academia fue el comprendido entre Dunkerque (latitud N 51° 2' 9,20'') y Barcelona (latitud N 41° 21' 44,95'').



ARITMÉTICA

22 | Expresión decimal de fracciones
Midiendo la longitud del meridiano terrestre

El 25 de junio de 1792, Pierre Méchain y Jean-Baptiste Delambre iniciaron los trabajos para la determinación de la longitud del meridiano que pasa por París.

El encargo provenía de la Academia de Ciencias de París, que propuso la adopción de un patrón de longitud procedente de la naturaleza: el metro, definido como la diezmillonésima parte del cuadrante de un meridiano terrestre.

Ante la imposibilidad de medir todo un cuarto de meridiano desde el polo Norte al Ecuador, la solución adoptada fue medir una parte y calcular matemáticamente el valor del total.

El arco de meridiano escogido en la propuesta de la academia fue el comprendido entre Dunkerque (latitud N 51° 2' 9,20") y Barcelona (latitud N 41° 21' 44,95").

Los astrónomos y geodestas franceses pretendían determinar, mediante técnicas de triangulación, la longitud del arco comprendido entre estas dos ciudades, situadas sobre dicho meridiano.

Dunkerque
Barcelona

1 ¿Qué resultado crees que deberían haber obtenido, aproximadamente?

Nota: Considera que la Tierra es un planeta esférico de radio $R = 6\,370$ km y que la longitud de arco de una circunferencia es $L = 2\pi R\frac{n}{360°}$, donde R es el radio de la circunferencia y n el arco expresado en grados sexagesimales.

2 Compara el resultado que has obtenido con el que se obtiene de Google Maps.

86 CASIO

Figura 3. Midiendo la longitud del meridiano terrestre

Esta actividad se realizó con un grupo de 3.º de ESO del IES Abastos de Valencia. Se utilizaron dos sesiones de clase. En la primera se dieron las instrucciones de la investigación y en la segunda se realizaron los cálculos.

La actividad consistía en calcular la distancia entre las ciudades francesas de Limoges y Toulouse a partir de sus coordenadas y posteriormente comparar dicho cálculo con el valor que ofrece GoogleMaps, tanto entre la distancia entre las dos ciudades en línea recta como por carretera.

Los alumnos para empezar tuvieron que buscar cuáles eran las coordenadas de Limoges y Toulouse, 45º 51' N 1º 15' E y 43º 36' N 1º 26' E, respectivamente.

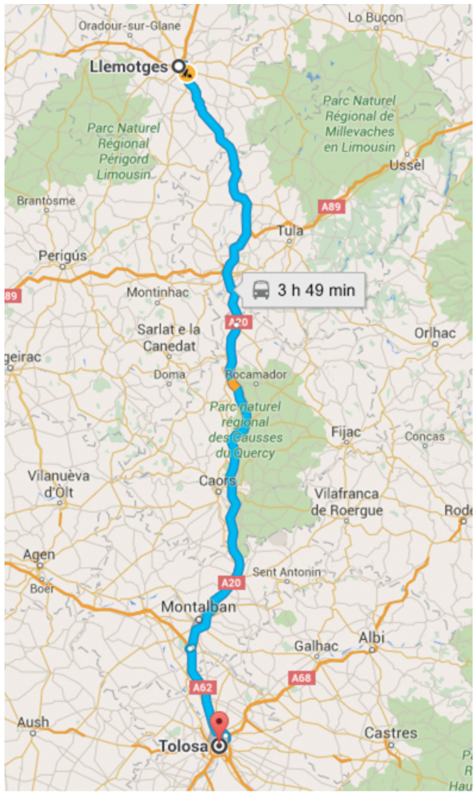


Figura 4. Limoges-Toulouse

Las dos ciudades pertenecen al mismo hemisferio y se puede suponer, como una buena aproximación, que tienen la misma longitud, por tanto pertenecen al mismo meridiano. Para calcular la distancia entre las dos ciudades era necesario suponer que la Tierra es esférica y tomar como radio 6 370 Km.

Con estas aproximaciones se obtuvieron qué operaciones se tenían que realizar para calcular la distancia.

$$L = 2\pi \cdot 6370 \frac{45°51' - 43°36'}{360°}$$

Dichos cálculos se realizaron después con la ayuda de la calculadora.

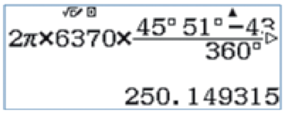


Figura 5. Los cálculos con la calculadora

Ahora bien, ¿250 km entre Limoges y Toulouse era una buena aproximación?

GoogleMaps permite obtener la distancia entre dos puntos por carretera. Utilizando la autopista A20 de Francia, la distancia entre ambas ciudades es de 291 km, pero si se utiliza la opción de obtener la distancia en línea recta, GoogleMaps nos indica que la distancia entre Limoges y Toulouse es aproximadamente 253 km.

Figura 6. Limoges-Toulouse

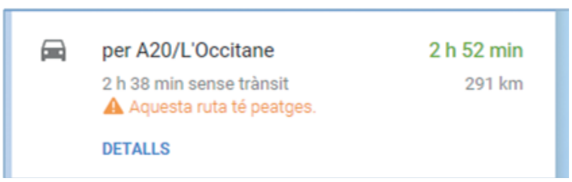


Figura 7. Distancia Limoges-Toulouse. A20

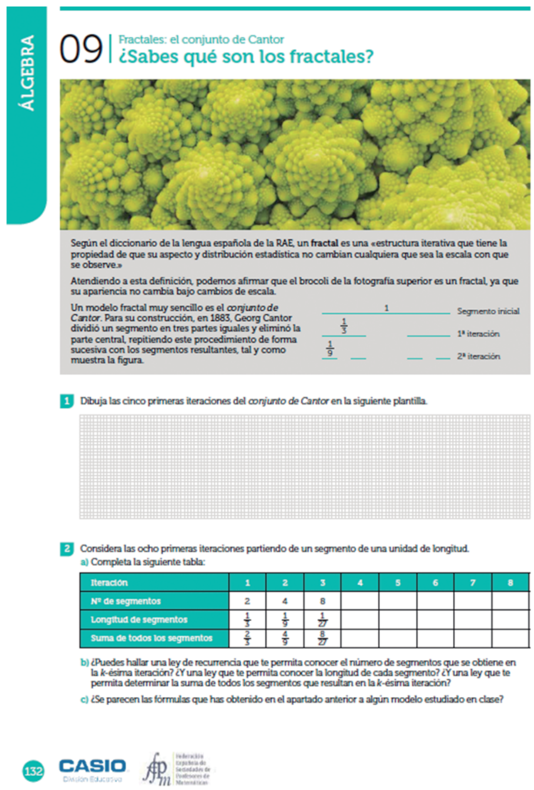
Fractales: el conjunto de Cantor. ¿Sabes qué son los fractales?

Según el *Diccionario de la lengua española* de la RAE, un fractal es una «estructura iterativa que tiene la propiedad de que su aspecto y distribución estadística no cambian cualquiera que sea la escala con que se observe».

Atendiendo a esta definición, podemos afirmar que el brócoli es un fractal, ya que su apariencia no cambia bajo cambios de escala.

Un modelo fractal muy sencillo es el conjunto de Cantor. Para su construcción, en 1883, Georg Cantor dividió un segmento en tres partes iguales y eliminó la parte central, repitiendo este procedimiento de forma sucesiva con los segmentos resultantes.

Esta actividad se implementó en un grupo de 3.º de ESO (opción académicas) en el IES El Almijar de Cómpeta (Málaga) durante el curso 2016-2017. El grupo estaba compuesto por veintinueve alumnos y alumnas. Se utilizó una sesión de clase para la realización de esta actividad.



ÁLGEBRA

09 | Fractales: el conjunto de Cantor
¿Sabes qué son los fractales?

Según el diccionario de la lengua española de la RAE, un **fractal** es una «estructura iterativa que tiene la propiedad de que su aspecto y distribución estadística no cambian cualquiera que sea la escala con que se observe.»

Atendiendo a esta definición, podemos afirmar que el brocoli de la fotografía superior es un fractal, ya que su apariencia no cambia bajo cambios de escala.

Un modelo fractal muy sencillo es el *conjunto de Cantor*. Para su construcción, en 1883, Georg Cantor dividió un segmento en tres partes iguales y eliminó la parte central, repitiendo este procedimiento de forma sucesiva con los segmentos resultantes, tal y como muestra la figura.

1 Segmento inicial
$\frac{1}{3}$ 1ª iteración
$\frac{1}{9}$ 2ª iteración

1 Dibuja las cinco primeras iteraciones del *conjunto de Cantor* en la siguiente plantilla.

2 Considera las ocho primeras iteraciones partiendo de un segmento de una unidad de longitud.

a) Completa la siguiente tabla:

Iteración	1	2	3	4	5	6	7	8
Nº de segmentos	2	4	8					
Longitud de segmentos	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$					
Suma de todos los segmentos	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{27}$					

b) ¿Puedes hallar una ley de recurrencia que te permita conocer el número de segmentos que se obtiene en la *k*-ésima iteración? ¿Y una ley que te permita conocer la longitud de cada segmento? ¿Y una ley que te permita determinar la suma de todos los segmentos que resultan en la *k*-ésima iteración?

c) ¿Se parecen las fórmulas que has obtenido en el apartado anterior a algún modelo estudiado en clase?

132 CASIO División Educativa

Figura 8. ¿Sabes qué son los fractales?

La metodología que se utilizó fue el trabajo cooperativo, se formaron grupos heterogéneos, de forma que la composición de cada grupo fuera una representación lo más fiel posible de la composición de la clase. No era la primera vez que el alumnado trabajaba de esta forma ya que al finalizar cada unidad se suele hacer una sesión de repaso/refuerzo de los contenidos de la misma. De igual forma el alumnado está acostumbrado al uso de la calculadora y no es necesario dar instrucciones para su uso durante el desarrollo de la actividad.

El papel del docente fue doble, por un lado supervisó el buen funcionamiento de los distintos grupos y por otro, resolvió las dudas que fueron surgiendo en los distintos grupos, siempre con la premisa de ser cuestiones que no se hubiesen podido resolver entre los miembros del grupo.

Esta actividad tiene dos partes, una manipulativa, en la que tuvieron que dibujar las cinco primeras iteraciones del conjunto de Cantor y la otra en la que trabajaron diversas regularidades numéricas presentes en la obtención del mismo. La primera dificultad a la que se enfrentaron fue la de elegir el tamaño del segmento inicial de forma que las iteraciones que se piden queden dibujadas de forma clara; se produjo una conexión entre un problema geométrico y otro numérico.

Una vez que los grupos terminaron la fase manipulativa, se encontraron con una fase numérica en la que tuvieron que completar una tabla sin saber a priori la ley de formación de esta.

A partir de este hecho se les pidió que obtuvieran el término general con la que se forman las distintas filas de la tabla y que las identificaran dentro de los tipos estudiados en la unidad.

Iteración	1	2	3	4	5	6	7	8	...	k
N.º de segmentos	2	4	8	16	32	64	128	256	...	2^k
Longitud de cada segmento	1/3	1/9	1/27	1/81	1/243	1/729	1/2187	1/6561	...	$(1/3)^k$
Suma de todos los segmentos	2/3	4/9	8/27	16/81	32/243	64/729	128/2187	256/6561	...	$(2/3)^k$

Tabla 1. ¿Sabes qué son los fractales?

Esta forma de trabajar mejora sustancialmente la atención a la diversidad en el aula, ya que se emplea la tutoría entre iguales como herramienta de apoyo a la labor del docente.

Con esta actividad se pretende utilizar los contenidos de la unidad de sucesiones y progresiones para dar a conocer al alumnado el concepto de fractal. También se pretende que se refuerce el trabajo con regularidades numéricas hecho en la unidad, centrándonos en la búsqueda de las mismas, eliminando para ello la carga de cálculo aritmético que tiene la actividad a través del uso de la calculadora. De esta forma se busca el doble objetivo de establecer conexiones entre las matemáticas y la realidad y de que, manipulando el comportamiento de regularidades sencillas, sea capaz de simbolizarlo de forma algebraica.

Mientras el alumnado se dispuso en grupo se les repartió la ficha con la que iban a trabajar. Tras introducir brevemente (con ayuda de algunas imágenes) el concepto de autosimilitud y el concepto de fractal, el alumnado comenzó a trabajar.

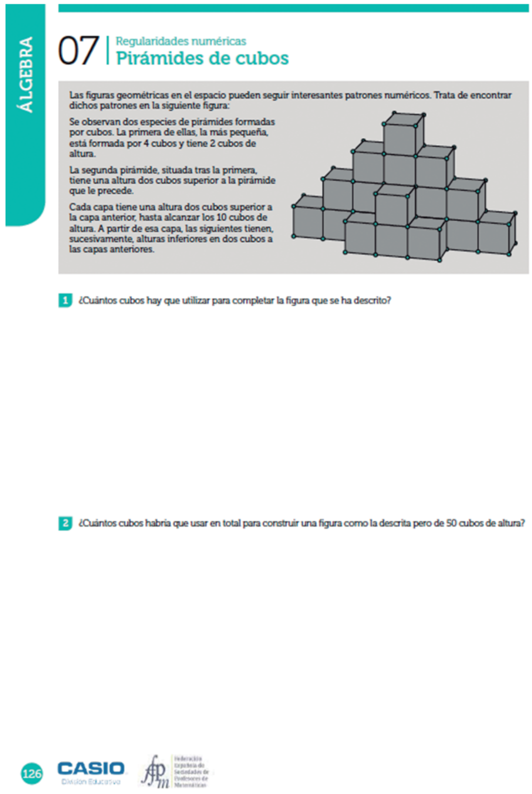
Con esta actividad el alumnado manipuló, investigó y dedujo los términos generales asociados al número de segmentos, a la longitud de cada segmento y a la suma de todos los segmentos presentes en cada iteración encaminada a la obtención del conjunto de Cantor.

Regularidades numéricas. Pirámides de cubos

Las figuras geométricas en el espacio pueden seguir unos patrones aritméticos interesantes.

La pirámide de la actividad se construye mediante cubos iguales siguiendo el siguiente patrón:

— La primera capa está formada por cuatro cubos y tiene dos cubos de altura.
— Cada una de las capas posteriores está formada por cubos de manera que su altura es dos cubos más que la pirámide previa.



ÁLGEBRA

07 | Regularidades numéricas
Pirámides de cubos

Las figuras geométricas en el espacio pueden seguir interesantes patrones numéricos. Trata de encontrar dichos patrones en la siguiente figura:

Se observan dos especies de pirámides formadas por cubos. La primera de ellas, la más pequeña, está formada por 4 cubos y tiene 2 cubos de altura.

La segunda pirámide, situada tras la primera, tiene una altura dos cubos superior a la pirámide que le precede.

Cada capa tiene una altura dos cubos superior a la capa anterior, hasta alcanzar los 10 cubos de altura. A partir de esa capa, las siguientes tienen, sucesivamente, alturas inferiores en dos cubos a las capas anteriores.

1 ¿Cuántos cubos hay que utilizar para completar la figura que se ha descrito?

2 ¿Cuántos cubos habría que usar en total para construir una figura como la descrita pero de 50 cubos de altura?

126 CASIO División Educativa

Figura 9. Pirámides de cubos

Siguiendo este patrón se planteó al alumnado que resolvieran las dos situaciones siguientes:

- Cuando llegamos a la altura de 10 cubos se vuelve a descender con dos cubos de la misma manera. ¿Cuántos cubos utilizamos en total?
- Cuando llegamos a la altura de 50 cubos se vuelve a descender con dos cubos de la misma manera. ¿Cuántos cubos utilizamos en total?

Esta actividad se llevó al aula en un grupo de 3.º de ESO del IES Abastos de Valencia. Se distribuyó el alumnado en grupos de cuatro miembros, se les repartió la actividad y se les entregaron policubos para que construyeran la torre y obtuvieran las primeras conclusiones de la actividad.

Con el material manipulativo construyeron las pirámides y se dieron cuenta que en cada capa se puede formar un cuadrado con los cubos.

Mientras construían se les invitó a que buscasen patrones y regularidades numéricas.

Figura 10. Vista frontal policubos

Figura 11. Vista lateral policubos

Así, en la primera capa observaron que está formada por $4 = 2^2$ cubos.

La segunda capa, por $16 = 4^2$ cubos.

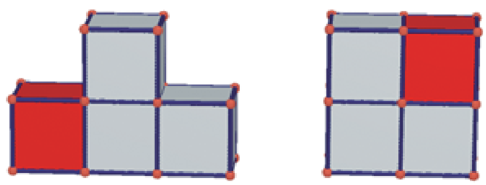


Figura 12. Primera capa

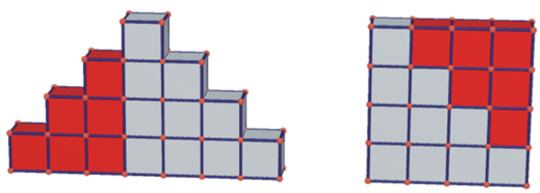
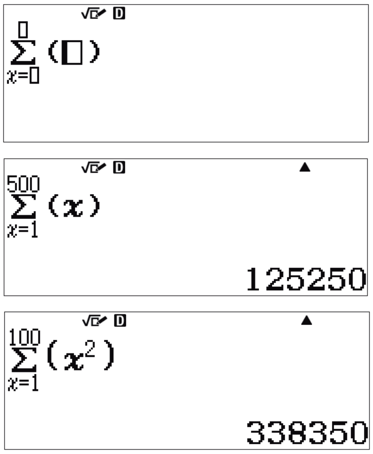


Figura 13. Segunda capa

Comprobaron la tercera capa ($36=6^2$) para darse cuenta de que cada capa está formada por el cuadrado de un número par.

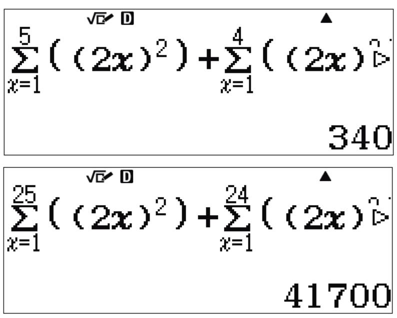
Se utilizó esta actividad para introducir la función sumas finitas de la calculadora Casio Classwiz fx-991 SP. En primer lugar se les pidió que calculasen la suma de los 500 primeros números naturales y la suma de los primeros 100 cuadrados perfectos.



Figuras 14, 15, 16

Una vez instruidos en la función sumas finitas, utilizaron la calculadora para obtener el número de cubos que se necesitan en cada una de las situaciones que se les planteó.

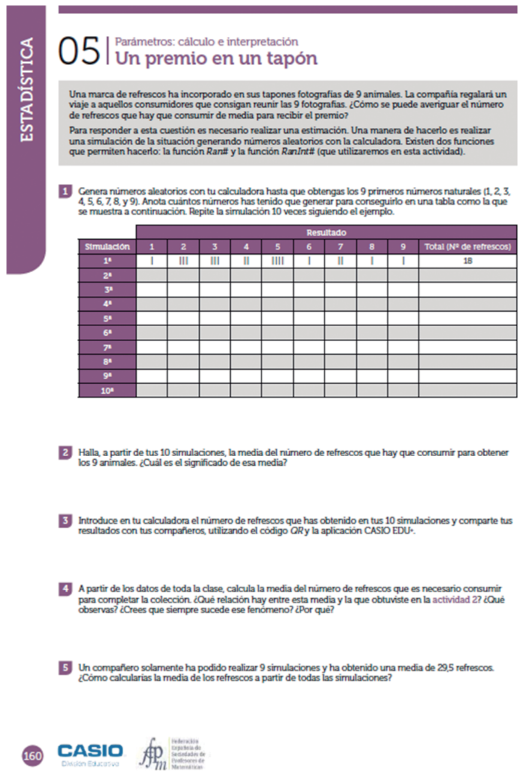
Si la altura es de 10 cubos el total de cubos utilizado es la suma de los cuadrados de los cinco primeros pares consecutivos más la suma de los cuatro primeros pares consecutivos. El número de cubos necesarios es 340. Análogamente, si la altura es de 50 cubos, el total de cubos es 41 700.



Figuras 17, 18

Parámetros: cálculo e interpretación. Un premio en un tapón

Una marca de refrescos ha incorporado en sus tapones fotografías de 9 animales. La compañía regalará un viaje a aquellos consumidores que consigan reunir las 9 fotografías. ¿Cómo se puede averiguar el número de refrescos que hay que consumir de media para recibir el premio?



ESTADÍSTICA

05 | Parámetros: cálculo e interpretación
Un premio en un tapón

Una marca de refrescos ha incorporado en sus tapones fotografías de 9 animales. La compañía regalará un viaje a aquellos consumidores que consigan reunir las 9 fotografías. ¿Cómo se puede averiguar el número de refrescos que hay que consumir de media para recibir el premio?

Para responder a esta cuestión es necesario realizar una estimación. Una manera de hacerlo es realizar una simulación de la situación generando números aleatorios con la calculadora. Existen dos funciones que permiten hacerlo: la función *Ran#* y la función *RanInt#* (que utilizaremos en esta actividad).

1 Genera números aleatorios con tu calculadora hasta que obtengas los 9 primeros números naturales (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, y 9). Anota cuántos números has tenido que generar para conseguirlo en una tabla como la que se muestra a continuación. Repite la simulación 10 veces siguiendo el ejemplo.

	Resultado									
Simulación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total (Nº de refrescos)
1ª	I	III	III	II	IIII	I	II	I	I	18
2ª										
3ª										
4ª										
5ª										
6ª										
7ª										
8ª										
9ª										
10ª										

2 Halla, a partir de tus 10 simulaciones, la media del número de refrescos que hay que consumir para obtener los 9 animales. ¿Cuál es el significado de esa media?

3 Introduce en tu calculadora el número de refrescos que has obtenido en tus 10 simulaciones y comparte tus resultados con tus compañeros, utilizando el código *QR* y la aplicación CASIO EDU+.

4 A partir de los datos de toda la clase, calcula la media del número de refrescos que es necesario consumir para completar la colección. ¿Qué relación hay entre esta media y la que obtuviste en la actividad 2? ¿Qué observas? ¿Crees que siempre sucede ese fenómeno? ¿Por qué?

5 Un compañero solamente ha podido realizar 9 simulaciones y ha obtenido una media de 29,5 refrescos. ¿Cómo calcularías la media de los refrescos a partir de todas las simulaciones?

160 CASIO División Educativa

Figura 19

Esta actividad fue llevada al aula en un grupo de 2.º de ESO del IES Veles e Vents de Torrent (Valencia) formado por veinticuatro alumnos y alumnas. Dicho grupo estaba familiarizado con el uso de la calculadora, pues era un recurso que se utilizaba de manara habitual en el aula, tanto de manera libre como guiada.

Se utilizaron dos sesiones de clase para la realización de la misma.

En la primera sesión se planteó el problema al alumnado y se generó un primer debate intenso sobre si la compañía cumpliría su promesa y si todos los animales tendrían o no la misma probabilidad de salir. Tras consensuar que todos los animales tenían la misma probabilidad de salir se debatió cómo simular el problema, cuántas simulaciones como mínimo era necesario realizar y cómo distribuir el trabajo.

Tras hacer varias pruebas con las funciones Ran# y RanInt# de la calculadora Casio Classwiz fx-991 SP, llegaron al acuerdo de simular la situación generando un número aleatorio entre 1 y 9 con la función RanInt#, que cada uno haría diez simulaciones y las compartiría con el grupo mediante la aplicación CASIO EDU+, aplicación que ya conocían.

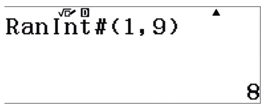


Figura 20

Para recoger el resultado de las simulaciones utilizaron una tabla como la que se muestra en la tabla 2.

En la segunda sesión se puso en común el trabajo individual recogido en la aplicación anteriormente citada. En primer lugar se compararon las medias aritméticas de cada estudiante y obtuvieron la media de las medias aritméticas (27,5). Después, a partir de las frecuencias de todas las simulaciones, se obtuvo de nuevo la media aritmética de refrescos para conseguir el premio (27,5) y se comparó con el valor anterior.

Llegados a este punto surgió en el grupo la necesidad de saber si el resultado que habían obtenido era mayor o menor del esperado teóricamente. Así que, guiados por la profesora, calcularon el valor esperado.

Al comprar el primer refresco, dado que aún no disponemos de ningún animal, tenemos una probabilidad de éxito de $9/9=1$. Al comprar el segundo refresco, como ya disponemos de un animal, la probabilidad de obtener un animal distinto es de $8/9$. Una vez disponemos de 2 animales distintos, la probabilidad de que el tercer refresco contenga otro animal diferente a los dos primeros es de $7/9$. Razonando de forma semejante para los otros casos se tiene que el número de refrescos que hay que comprar es, teóricamente 25,46:

$$\frac{9}{9}+\frac{9}{8}+\frac{9}{7}+\frac{9}{6}+\frac{9}{5}+\frac{9}{4}+\frac{9}{3}+\frac{9}{2}+\frac{9}{1}\cong 25,46$$

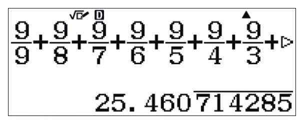


Figura 21

Para terminar la actividad se les planteó una colección de actividades de ampliación cuyo objetivo es propiciar la reflexión sobre las propiedades de la media aritmética.

				Resultado						
Simulación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total (N.º de refrescos)
1.ª	I	III	III	II	IIII	I	II	I	I	18
2.ª										
3.ª										
4.ª										
5.ª										
6.ª										
7.ª										
8.ª										
9.ª										
10.ª										

Tabla 2. Simulación

Estadística descriptiva: Nos compramos un Crossover

Crossover es un término de marketing que se utiliza en el ámbito automovilístico para definir la gama de automóviles todoterrenos compactos que incorporan las prestaciones y comodidades de los utilitarios.

Hemos decidido comprar un coche de estas características, no sin antes realizar un estudio del mercado.

Para ello, hemos comparado los precios de varios modelos con las mismas características, utilizando distintas vías: internet, llamadas telefónicas, visitas a concesionarios, etc.

Esta actividad de estadística se llevó al aula en el grupo digital 3.º de ESO V del IES Mare Nostrum de Alicante. Un grupo de veintiséis alumnos y alumnas familiarizados con el uso de las calculadoras y las TIC's.

Era la actividad planificada de final de unidad, donde por grupos, el alumnado debía recoger hasta diez precios de una de las marcas de este modelo de coche.

Previamente el profesor había establecido las seis marcas y los modelos básicos de gasolina, de manera que todos tuviesen características y prestaciones similares y tener de esta manera, unas directrices claras en la recogida de los datos y cumplir de este modo una de las máximas en la estadística, donde si la recogida de datos es buena, los resultados «podrán» ser buenos, pero si los datos no son buenos, tampoco lo serán los resultados.

El alumnado hizo el trabajo de campo en equipo, buscando diferentes precios vía internet, llamadas de teléfono a concesionarios de su marca y modelo e incluso con visitas a alguno de los concesionarios cercanos acompañados de alguno de sus familiares. Cada equipo consiguió los que pudo, desde cinco precios, el equipo que menos, hasta trece precios el equipo que más pudo recoger. En esta fase del trabajo hubo anécdotas como «profe, cuando le decimos que es para un trabajo que estamos haciendo de matemáticas, nos cuelgan el teléfono» cosa que les hizo aprender y modificar sus estrategias para conseguir los datos que necesitaban.

Cada grupo realizó su estudio, en el aula, calculando los parámetros estadísticos de centralización y de dispersión así como los diagramas de cajas y bigotes, haciendo uso de la calculadora Casio Classwiz fx-570 SP y la aplicación CASIO EDU+, con la que se creó una clase donde com-

Coche 1 Riat Mont	Coche 2 Sia Sport	Coche 3 Monda Confo	Coche 4 Pisan Tecno	Coche 5 Benat Oleos	Coche 6 Bord Ghia
23 462,00 €	18 852,00 €	21 450,00 €	28 350,00 €	23 350,00 €	20 900,00 €
24 841,00 €	20 223,00 €	23 000,00 €	27 900,00 €	31 750,00 €	21 059,00 €
25 847,00 €	20 832,00 €	23 829,00 €	27 250,00 €	30 100,00 €	21 500,00 €
29 325,00 €	21 239,00 €	24 400,00 €	28 350,00 €	23 850,00 €	21 500,00 €
26 400,00 €	23 100,00 €	26 100,00 €	27 700,00 €	27 750,00 €	21 800,00 €
26 400,00 €	23 527,00 €	26 600,00 €	26 500,00 €		22 000,00 €
25 900,00 €	23 700,00 €	26 900,00 €	19 250,00 €		22 300,00 €
26 500,00 €	23 750,00 €	27 500,00 €	26 500,00 €		22 500,00 €
28 530,00 €	23 750,00 €	27 600,00 €	27 700,00 €		22 573,00 €
	23 950,00 €	27 900,00 €	24 450,00 €		22 800,00 €
		27 900,00 €			23 000,00 €
					24 000,00 €
					24 262,00 €

Tabla 3. Precios *Crossover*

partir los datos y resultados de los seis grupos, visualizarlos y sacar unas primeras conclusiones.

Finalmente se agruparon los parámetros estadísticos y los gráficos en una sola tabla y en un único diagrama respectivamente, para de esta forma poderlos observar de manera conjunta y redactar las conclusiones finales.

una vez por todas se supere el debate sobre su uso o su prohibición. Por ello, seguimos diseñando y experimentando en el aula nuevas actividades con la calculadora.

Esperamos poder presentar en breve un nuevo libro de actividades para el aula con calculadora científica.

Modelo	Precio medio	Precio Mínimo	Precio Máximo	Rango	Desv. Típica
Riat Mont	26 553,00 €	23 462,00 €	29 325,00 €	5 863,00 €	1 874,76€
Sia Sport	22 365,73 €	18 852,00 €	23 950,00 €	5 098,00 €	1 681,69 €
Monda Confo	25 743,55 €	21 450,00 €	27 900,00 €	6 450,00 €	2 120,51 €
Pisan Tecno	27 395,00 €	24 450,00 €	29 250,00 €	4 800,00 €	1 265,00 €
Benat Oleos	27 360,00 €	23 350,00 €	31 750,00 €	8 400,00 €	3 326,62 €
Bord Ghia	22 322,62 €	20 900,00 €	24 262,00 €	3 362,00 €	988,68 €

Tabla 4. Precios medios *Crossover*

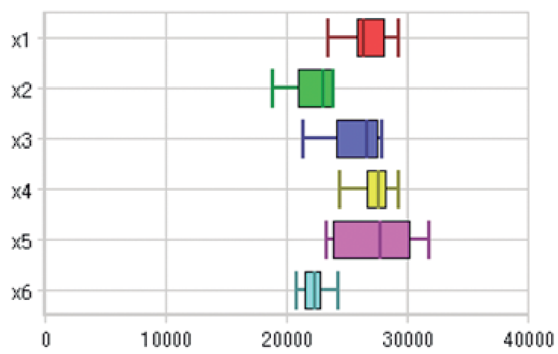


Figura 22. Comparación precios Crossover

El desarrollo de la actividad en el aula se llevó a término en una sesión de clase, ya que la calculadora facilita la introducción de los datos, los cálculos para la obtención de los parámetros estadísticos y los gráficos, y se pudo dedicar un tiempo mayor al análisis de los resultados obtenidos, a la ejecución de tablas comparativas para las observaciones y a la redacción de las conclusiones.

El futuro del grupo

En el grupo de calculadoras seguiremos empeñados en que las calculadoras se conviertan en recursos habituales en el aula, de manera que de

En esta ocasión se plantearán actividades en las que se trabajan dos bloques curriculares: Funciones y Probabilidad.

Deseamos que encontréis en esta propuesta didáctica alguna actividad para llevar al aula y os animamos a descubrir la gran variedad de posibilidades que proporciona la calculadora como recurso didáctico.

Para concluir

Las calculadoras hacen posible plantear problemas más reales, de la vida cotidiana, con datos más reales, eliminando los problemas «preparados» para que den resultados elegantes, breves, exactos y bonitos.

Es evidente que la calculadora no elimina las características y condiciones del auténtico proceso de la resolución de problemas: la necesidad de hacer planteamientos, buscar estrategias, buscar patrones y regularidades, generalizar, dividir el problema en subproblemas…, y por tanto, continúa vigente. Pero además, no podemos olvidar el potencial que tiene la calculadora de provocar y proponer nuevos problemas.

Podemos acabar diciendo que es sensato tener calculadoras disponibles para hacer cálculos siempre que sea necesario. Con su uso, los problemas reales se hacen posible y se estimula la actividad matemática. Además, la calculadora proporciona métodos diversos para resolver problemas. En definitiva, la calculadora es un recurso muy importante para hacer matemáticas y pensar matemáticamente.

Y por ello, no entendemos cómo es posible que se siga prohibiendo o limitando su uso en muchas aulas de primaria y secundaria incumpliendo los decretos por los que se establecen sus currículos. Tampoco entendemos cómo es posible que se limiten y prohíban en algunas aulas universitarias, ni las limitaciones en las pruebas de evaluación externa. No logramos entender de qué tienen miedo aquellos que las limitan o prohíben, dado que las calculadoras sin conocimientos matemáticos no sirven de nada.

Figura 23. Grupo de calculadoras

Referencias bibliográficas

Cockroft, informe (1985), *Las matemáticas sí cuentan*, M.E.C, Madrid.

ICMI (1986), *Las matemáticas en primaria y en secundaria en la década de los noventa. Simposio de Kuwait*, Mestral, Valencia.

Freudenthal, H. (1980), *Major Problems of Mathematics Education. Conferencia para la sesión del ICME-4 en Berkeley* (Traducido para la Antología de Educación Matemática), CINVESTAV-IPN, México.

National Council of Teachers of Mathematics (1980), *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s*, NCTM, Reston.

— (1989), *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, NCTM, Reston.

M.ª Teresa Navarro Moncho
CEFIRE-Especcífc d'Àmbit Científic, Tecnològic i Matemàtic, València
<Teresa.Navarro-Moncho@uv.es>

1 En el siguiente enlace se puede descargar gratuitamente el libro. <http://www.fespm.es/Libro-Actividades-para-el-aula-con>

2 En el siguiente enlace se puede descargar gratuitamente, <https://www.edu-casio.es/legal/aceptar-descarga-de-recursos?redirect=publicaciones/libro-actividades-para-el-aula-con-calculadora-cientifica>