

Historia, juegos y elecciones

JOAN JAREÑO RUIZ

Los elementos de Euclides. Biblia de la geometría griega

121
suma⁺
88

Uno de los ejes de trabajo de Pedro Miguel González Urbaneja ha sido, desde hace muchos años, el de la introducción de la historia de las matemáticas en el aula. En su artículo publicado en el n.º 45 de *Suma* «La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza» (2004) <<https://goo.gl/GX054I>> apunta los ejes principales de las funciones y aplicaciones didácticas de la historia. Una de las ideas que subyace en su escrito es la de la importancia de la formación cultural del profesorado (en este caso sobre historia de las matemáticas) para que pueda redundar en la del alumnado. Es en este contexto que este libro cumple un objetivo principal: darnos a conocer la importancia de la obra de Euclides en la historia de las matemáticas, cuáles son sus contenidos principales y cómo se exponen, así como un recorrido por sus diferentes ediciones o su influencia en otros matemáticos y más allá del campo estricto de la matemática.

De hecho, la obra de Euclides marca el rumbo de la forma de proceder de las matemáticas posteriores a él: la necesidad de la demostración,

Reseñas

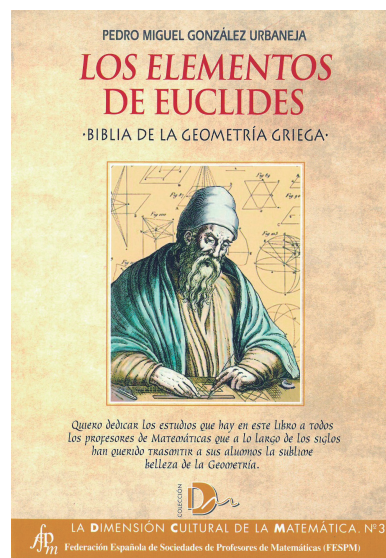
como argumentación inquebrantable, a partir de una colección mínima de definiciones y axiomas. Hasta la matemática griega esta tenía un carácter más bien utilitario. Sabemos que los conocimientos matemáticos mesopotámicos o egipcios (por citar los más accesibles a la cultura helénica) eran amplios, pero de un cierto sentido práctico. De ahí que, si los resultados que se obtenían eran suficientemente útiles, no tuvieran necesidad de justificación. Un ejemplo puede ser un método egipcio para calcular el área de los cuadriláteros multiplicando las medias de los lados opuestos. Es un método que a veces es exacto, a veces aproximado y muchas veces muy lejano al resultado real y que, en el aula, podemos estudiar, discutir y valorar. Es en la geometría griega donde, tras alejarse de este sentido meramente práctico, aparecen las primeras demostraciones, que una cierta tradición atribuye a Tales, la escuela pitagórica o a Hipócrates de Quíos. Demostraciones que irán creciendo en «cantidad y calidad» con las aportaciones de matemáticos posteriores. Pero hay que esperar a Euclides para encontrar un autor que recogerá todo ese saber, lo compilará y lo sistematizará.

Entre los aspectos propiamente históricos sobre el mismo libro de los Elementos (o mejor, «libro de libros» ya que está dividido en 13 partes), González Urbaneja nos explica cómo estos han sido reconstruidos, dado que no se ha encontrado nunca la obra original, a partir de fragmentos y versiones posteriores griegas, árabes, etc. También nos ilustra sobre las más importantes ediciones de la obra a lo largo de la historia. Utilizar el término «ilustrar» no es casual porque uno de los aspectos destacables de este libro es la abundantísima y bien seleccionada información gráfica. Entre estas ediciones es interesante destacar, por su carácter especial, la edición de O. Byrne de 1847 sobre los seis primeros libros y que se trata de una versión visual, hasta el punto que hace pocos años lo reeditó una editorial especializada en libros sobre arte: Taschen.

Pero el peso importante de la obra que comentamos es el análisis y comentario crítico de los 13 libros que forman los Elementos. En ellos vemos cómo González Urbaneja nos muestra los aciertos de Euclides en su modelo sistemati-

zador. De qué forma intenta minimizar aquello que no es deducible, especialmente sus axiomas y postulados (sin olvidar la gran historia del 5.º del primer libro), y cómo gradúa sus deducciones para conseguir que unas se apoyen en las otras.

Quizás se pueda echar a faltar propuestas didácticas directas de trabajo, pero no parece ser este el objetivo del libro, sino proporcionar información suficiente para que sea el propio profesorado el que elabore las suyas, basándose en el análisis y documentación que se presenta. En esta línea es muy recomendable ver también los materiales que preparó hace unos años el propio González Urbaneja en una licencia retribuida del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, y en los que ya trató los Elementos además de otros temas de historia de las matemáticas. Son de acceso libre y los podemos encontrar en los siguientes enlaces: la memoria en <<https://goo.gl/Zmh1mo>> y los abundantes materiales complementarios en <<https://goo.gl/28xWX9>>.



Los Elementos de Euclides. Biblia de la geometría griega

Coordinación: Pedro Miguel González Urbaneja

Editorial: FESPM

Año de edición: 2017

ISBN: 978-84-945722-8-9

Páginas: 271

Gardner para aficionados

En el año 2014, y con motivo de la conmemoración del centenario de Martin Gardner, se editó el libro *Gardner para principiantes*, como este también coordinado por Fernando Blasco. Fue reseñado en el número 79 de *Suma*. Ya entonces destacábamos la influencia indirecta que Martin Gardner, a través de sus artículos y libros divulgativos, ha tenido en la educación matemática. Sabiéndolo o no, ¿quién no ha propuesto en sus aulas alguna actividad recogida por Gardner en sus escritos? Es pues motivo de celebración que aquel título del 2014 haya tenido una continuación y que esta sea tan interesante como el primer volumen.

Una vez más Fernando Blasco ha conseguido reunir, alrededor de la figura de Gardner, un grupo de autores de máxima categoría: Adrián Paenza, Eduardo Sáenz de Cabezón, Mercedes Sánchez, Antonio Pérez Sanz, Josep Lluís Pol, Juan M. R. Parrondo, Natalia de Lucas, Marco Castrillón, Nelo Maestre, Bartolo Luque, Carlos Angosto, Vicente Muñoz, David Martín y Marta Macho. Una lista en la que encontramos primeras figuras de la divulgación matemática y de su didáctica. Si ya de por sí los aspectos divulgativos del libro son suficientemente interesantes para su uso en el aula, hay que destacar que, el hecho de incluir autores relacionados con el mundo de la educación, hace que en algunos de sus capítulos, aparezcan ideas más directamente relacionadas para su aplicación con nuestros alumnos.

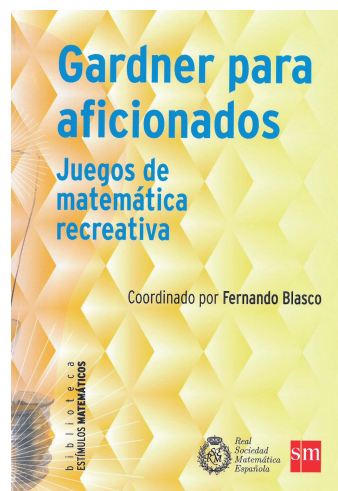
Lo fundamental de este libro es que no nos propone una simple reivindicación de Gardner o una revisitación a sus escritos, sino más bien una recreación *gardneriana*. La mayoría de autores escogen alguna propuesta de sus obras y nos la amplían con informaciones o investigaciones nuevas. Incluso alguno de los capítulos, como el que habla sobre las operaciones que se pueden hacer con las fichas de dominó tratándolas como fracciones, el dedicado a un popular juego para dispositivos móviles (el juego de las luces) o el que nos presenta «las matemáticas en color», son totalmente novedosos y no tienen su origen directo en las obras de Martin Gardner. Títulos más adecuados para esta obra serían *Gardner y un poco más* o *Más allá de Gardner*.

Como en las obras de Gardner los temas tratados, además de los citados anteriormente, son de lo más diverso: cuadrados mágicos, embaldosados, números perfectos, teoría de juegos, piroflexia, el ábaco neperiano conservado en el Museo de Arqueología Nacional, Escher (y especialmente la rectificación de su obra *Galería de grabados*) y el efecto Droste de autorepetición (imprescindible el análisis sobre este efecto en la conocida serie televisiva *Cuéntame*), problemas resueltos por inducción, las matemáticas de las abejas o una revisitación de las obras de Alicia de Lewis Carroll, una de las obras preferidas y más trabajadas por Martin Gardner.

Ya que no tenemos a Gardner es un placer encontrar una obra como esta que nos lo recuerda y nos permite descubrir aspectos nuevos a partir de su legado, y con un estilo cercano muy parecido al suyo.

No me resisto a acabar esta reseña sin destacar un problema breve que propone Adrián Paenza en su capítulo y que seguro que nos invitará a pensar:

Tres amigos A, B y C juegan al pimpón. Juegan dos y el que pierde sale. Eligen por sorteo los dos que comenzarán. Cuando han finalizado A ha jugado 15 partidas, B ha jugado 10 y C ha jugado 17.



Coordinación: Fernando Blasco
Editorial: RSME y SM
Año de edición: 2017
ISBN: 978-84-675-8289-5
Páginas: 172

Esta es la situación. La sorpresa está en la pregunta:

¿Quién perdió el segundo partido?

Seguro que os costará resistiros a resolver el reto.

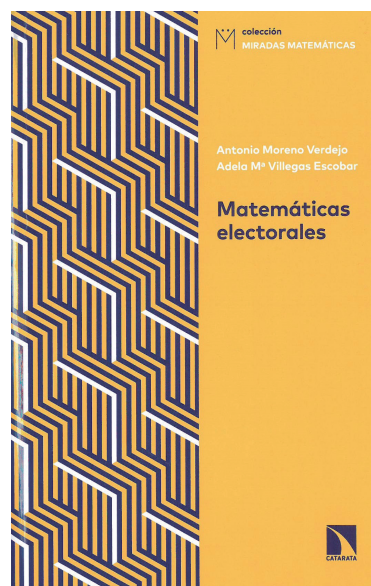
Matemáticas electorales

Un nuevo título de la colección *Miradas matemáticas* en la que colaboran el ICMAT y la FESPM, de la cual se reseñó en el número 86 de esta revista *La engañosa sencillez de los triángulos*. Como ya se señaló entonces la colección tiene, por un lado, un carácter divulgativo, y por otro, la propuesta de algunas ideas para actividades en el aula.

El subtítulo del libro nos aclara su contenido: «Claves para interpretar sondeos y elecciones». Los dos primeros capítulos «¿Cómo se sabe lo que pienso?», «¿Puede un número limitado de entrevistas representar la opinión de los votantes de un país?» nos hablan de los sondeos, y los dos finales «¿Cuándo un sistema de elección es democrático? ¿Cómo se pueden asignar los escaños de una forma proporcional a los votos?» se refieren al análisis de los sistemas electorales. Son dos partes que, ya por temática, son bien diferentes, dado que una se refiere al análisis de intenciones (las de los votantes) y la otra, simplificando, a la gestión de resultados (qué decidimos a partir de los votos emitidos). Parecen de interés diferente, dado que la segunda tiene una repercusión real en nuestra vida diaria, mientras que las previsiones electorales no tendrían por qué tenerla. Pero es bien sabido que las publicaciones de los sondeos afectan a los resultados finales. Como ejemplo nos podemos preguntar sobre los motivos de las significativas diferencias entre previsiones y resultados en algunas de las elecciones recientes: ¿es un problema de diseño e interpretación de las encuestas?, ¿o es que los votantes modifican sus decisiones, influenciadas por los sondeos, a medida que se acerca el momento de introducir la papeleta en la urna? ¿O ambas cosas?

En conjunto, a pesar de su brevedad, es un libro de una cierta densidad y que pide una lectura atenta. En la primera parte se nos habla de las fases de una encuesta, desde su diseño a su publicación, y de la importancia de aspectos como el tamaño de la muestra, el nivel de confianza y el margen de error, índices que suelen mirarse poco pero son importantes para valorar con propiedad las interpretaciones que los medios de comunicación dan a los sondeos, especialmente en sus titulares. De esta primera parte también cabe destacar el capítulo en el que se analizan diferentes tipos de muestreo, tanto aleatorios (aleatorio simple, sistemático, estratificado...) como no aleatorios (por cuotas, voluntario, discrecional...). De cada uno se ponen ejemplos clarificadores y se comparan sus sesgos. La elección de la muestra es uno de los factores esenciales de la fiabilidad de una encuesta ya que su «calidad» cuenta más que su «cantidad».

Pere Grima, en su libro *La certeza absoluta y otras ficciones* nos lo ejemplifica con la imagen de un cocinero comprobando si la cantidad de sal



Matemáticas electorales
Autoría: Antonio Moreno Verdejo,
Adela M.ª Villegas Escobar
Editorial: Catarata
Año de edición: 2017
ISBN: 978-84-9097-363-9
Páginas: 117

de una sopa es la correcta. Siempre prueba una cucharada, independientemente si la olla es para cuatro raciones o para treinta. Lo que hace antes es agitar bien el caldo para que la mezcla sea suficientemente homogénea.

En la segunda parte se toca una de las preguntas esenciales sobre un sistema democrático. Cito literalmente:

¿Cómo puede un colectivo llegar a juicios o preferencias coherentes basándose en los juicios o preferencias de sus individuos?

El capítulo 3 se centra en el análisis de diferentes métodos de elección social, especialmente de los que muestran grados de preferencia: mayoría simple, método de Borda, de Condorcet... Es un problema que ya Ramon Llull abordó en el siglo XIII en escritos como *De arte electionis*. Si tenemos más de dos candidatos y ninguno de ellos tiene más de la mitad de los votos, ¿cómo escoger al más «preferido»? Con unos mismos resultados y aplicando diferentes criterios de elección, aparentemente justos, podemos llegar, paradójicamente, a conclusiones totalmente contradictorias.

El cuarto y último capítulo se dedica a otro aspecto esencial: cómo se forman los parlamentos y cómo se distribuyen los escaños. Aquí los equilibrios a investigar son otros. Por ejemplo

cómo asignar el tamaño de un parlamento y su distribución por circunscripciones de manera que se representen de forma justa territorios y población.

Por poner un ejemplo, el «coste» de un diputado en Madrid en las últimas elecciones generales (escogiendo una provincia con muchos diputados) fue de unos 97 000 votos, mientras que en Albacete (seleccionando una con pocos diputados) solo unos 55 000. El tema de discusión será si la necesidad de representación territorial y la idea general de «un ciudadano, un voto» y, por tanto, de que todos los votos valen lo mismo están suficientemente ajustadas.

Otro tema tratado en este capítulo se refiere a cómo asignar los escaños de cada circunscripción de forma proporcional a los resultados electorales obtenidos en cada una de ellas. Las decisiones se orientan a cómo hacer casar, de la mejor manera, un reparto en números naturales a partir de unas cuotas de resultados que difícilmente serán enteras.

Como se ve el libro trata aspectos de gran calado social y de necesario conocimiento como ciudadanos y ciudadanas. Además, entre los muchos y bien escogidos ejemplos, aprenderemos sobre los modelos electorales de otros países así como sobre la historia de los diferentes sistemas electorales utilizados en el Estado español.

JOAN JAREÑO RUIZ
CESIRE-Creatmat
<reseñas@revistasuma.es>