suma+
Secciones
Noviembre 2018
89
pp. 55-62

Teoría de grafos y redes sociales: un enfoque matemático

Julio Alberto López Gómez

En este artículo se presenta el contenido, material y tareas propuestas en la sesión *Teoría de Grafos y Redes Sociales* impartida en el grupo de veteranos (alumnos de 3.º y 4.º de ESO) de ESTALMAT Castilla la Mancha, concretamente en la sede de Ciudad Real.

El objetivo principal que se pretende alcanzar tras el desarrollo de la sesión es doble: en primer lugar, y de manera específica, trabajar con el concepto de grafo, clasificación, tipos y su representación matricial que viene dada por el tipo de grafo que modeliza la red. Por otra parte, y a nivel transversal, se pretende conectar las matemáticas con el mundo real de los adolescentes, en concreto con las redes sociales. Para ello, se introducirá a los alumnos en el trabajo con herramientas informáticas en matemáticas, que permiten tomar conciencia a los estudiantes de que cuando un problema es suficientemente grande, lo cual es muy común en problemas reales, es necesario contar con el apoyo de ordenadores para su resolución.

En la actualidad, la sociedad en general y nuestros estudiantes en particular, están rodeados por gran cantidad de sistemas complejos, cuyas dinámicas pueden representarse en forma de grafo. Algunos ejemplos de ellos son: las redes de neuronas existentes en el cerebro humano, la estruc-

El rincón de ESTALMAT

Artículo solicitado por *Suma* en julio de 2018 y aceptado en septiembre de 2018

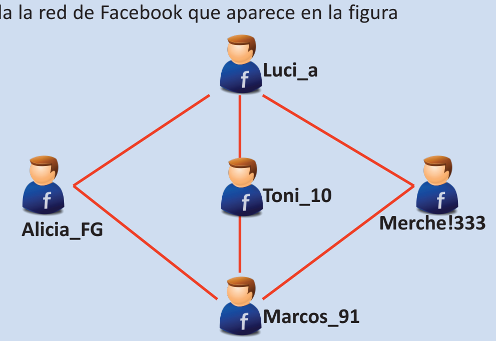
tura del ADN e incluso las redes sociales, las cuales se han convertido en la actualidad en un medio para predecir el resultado de encuestas electorales, mostrar publicidad, desarrollar campañas de marketing e incluso para esclarecer hechos delictivos. Desde este punto de partida comienza la sesión, motivando al estudiante a sumergirse en las matemáticas que subyacen a todos estos sistemas en general, y a las redes sociales en particular, las cuales forman parte importante de su día a día.

Tras la motivación, se define el concepto de *grafo* y se identifican sus componentes: *nodos* o vértices y *aristas* o enlaces. Además, se definen conceptos como el de *grado* de un vértice, *grado medio* de la red y *densidad*. Como tarea preliminar, los alumnos identifican los nodos y aristas en el caso de las redes de neuronas, el ADN y un mapa de carreteras, además de discutir si se trata de redes densas, con valores grandes o pequeños de grado medio…

A continuación, comienza a estudiarse la primera red social: Facebook. Es en este momento cuando se define lo que es un *grafo no orientado* o *no dirigido* y se justifica por qué este tipo de grafo modela la red de Facebook. En esta red, si el usuario A es amigo del usuario B, esto implica que B es amigo de A (simetría) por lo que el enlace o arista que une a los usuarios A y B es un enlace no orientado, sin dirección. Posteriormente, se introduce el concepto de *matriz de adyacencia* como estructura matemática que recoge

Tarea 1. Análisis de una red simple de Facebook

Dada la red de Facebook que aparece en la figura



responder a las siguientes preguntas:

1.1 Dibujar la matriz de adyacencia asociada a la red.
1.2 ¿Cuántos nodos y enlaces tiene la red?
1.3 ¿Cuál es el grado medio de la red?
1.4 ¿Quién es el usuario más popular de la red?

toda la información contenida en la representación visual de la red. Una vez definidos estos conceptos, se plantea la tarea 1.

A continuación, se mostrarán las respuestas a las cuestiones anteriores, haciendo hincapié en los argumentos dados por los estudiantes durante la sesión.

Dibujar la matriz de adyacencia de la red, que se pide en la cuestión 1.1, es una tarea que no les supone ninguna dificultad. El concepto ha sido explicado previamente, por lo que los alumnos identifican fácilmente los nodos de la red y colocan adecuadamente los valores 1 y 0 en las posiciones adecuadas. Al final, todos ellos obtienen la siguiente matriz de adyacencia.

$$M = \begin{array}{r} \text{Alicia\_FG} \\ \text{Luci\_a} \\ \text{Toni\_10} \\ \text{Marcos\_91} \\ \text{Merche!333} \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Cabe destacar que una vez obtenida la matriz de adyacencia, se pide a los estudiantes que se fijen en la diagonal principal. Es interesante apreciar que los alumnos comprenden que todos los elementos de la diagonal principal valen cero, porque en Facebook, un usuario no puede ser amigo de sí mismo. Este hecho hace pensar que los estudiantes comienzan a entender la relación entre el modelo (la red) y su representación matemática en forma de grafo.

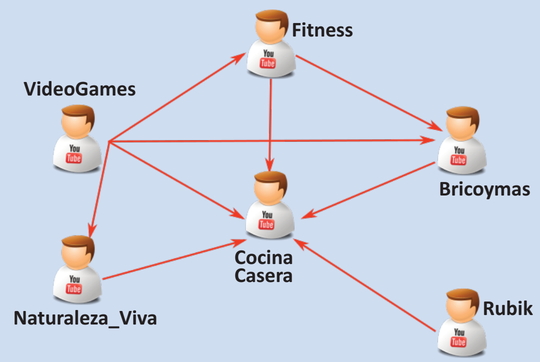
Aunque la cuestión 1.2 sea una pregunta trivial, cabe destacar la manera en que los estudiantes la responden. Si bien, antes se ha podido intuir que los estudiantes comienzan a entender la relación entre el modelo y su representación, esta pregunta parece, a priori, indicar lo contrario. Esto es así, debido a que los estudiantes contestan a esta pregunta fijándose en el dibujo de la red, en lugar de en la matriz de adyacencia, donde tienen representada de manera compacta toda la información del modelo. Así, mirando la red, los estudiantes distinguen cinco nodos y un total de seis enlaces. Sin embargo, resulta interesante reformular la pregunta a los alumnos para que intenten responderla mirando la matriz y no el dibujo de la red. En un primer intento, los alumnos sumaron todos los valores de la matriz para determinar el número de enlaces, pero descubrieron que este número no se correspondía con el número de enlaces que han visto en el dibujo de la red y que han contestado inicialmente. Es en este momento cuando descubren que están contando los enlaces dos veces (puesto que el enlace que une al nodo i con el nodo j es el mismo que el que une a j con i). Así, descubren que en este tipo de modelos, las matrices que lo modelizan son matrices simétricas.

Para calcular el grado medio que se pide en la cuestión 1.3, los estudiantes intuitivamente calculan el número de enlaces que entran y salen de cada uno de los nodos y calculan la media. Esta pregunta no tiene mayor dificultad para ellos que determinan rápidamente que el grado medio de la red es 2,4. No obstante, los alumnos vuelven a resolver esta pregunta mirando el dibujo de la red, en lugar de utilizar los datos representados en la matriz de adyacencia.

Con los datos que se tienen en el enunciado y tratándose de una red no dirigida, la única medida de popularidad que podemos calcular, para responder a la cuestión 1.4, es el grado de un nodo. Así pues, los alumnos determinan claramente que los usuarios más populares son Luci_a y Marcos_91 ya que sus grados son igual a tres. Sin embargo, de nuevo el grado es calculado por los estudiantes en base al dibujo de la red dado en el enunciado, sin mirar la matriz de adyacencia.

Tarea 2. Análisis de una red de Youtube

Dada la red de la siguiente figura, que representa las relaciones de seguimiento entre seis canales de Youtube



contestar a las siguientes preguntas:

2.1 Dibujar la matriz de adyacencia asociada a la red.
2.2 ¿Cuántos nodos y enlaces tiene la red?
2.3 ¿Cuál es el grado medio de la red?
2.4 ¿Cuál es el canal más popular?
2.5 ¿Cuál es el canal con más presencia en la red?

La segunda red social que se va a analizar es Youtube. Entonces, se pregunta a los estudiantes cuál va a ser la principal diferencia entre el grafo que modeliza Facebook y el grafo que modelizará Youtube. Muchos de ellos, contestan que en el caso de Youtube, un youtuber A puede seguir a otro B, pero eso no implica que el youtuber B siga a A. Entonces, se define el concepto de *grafo dirigido* como aquel cuyos enlaces tienen dirección y sentido. Tras esta discusión, se propone la tarea 2.

Del mismo modo que en el caso anterior, a continuación se resolverán las preguntas planteadas haciendo énfasis en los comentarios y soluciones de los alumnos.

Aunque esta red se trate de una red dirigida, construir la matriz de adyacencia que se pide en la cuestión 2.1 sigue siendo una tarea que parece resultarles fácil a los estudiantes. Rápidamente, construyen la siguiente matriz:

$$M = \begin{array}{r} \text{Fitness} \\ \text{VideoGames} \\ \text{Bricoymas} \\ \text{CocinaCasera} \\ \text{Naturaleza\_Viva} \\ \text{Rubik} \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Sin embargo, las conclusiones que los estudiantes obtienen después de dibujar la matriz son muy interesantes. En primer lugar, descubren que en este tipo de redes dirigidas, la diagonal principal vuelve a ser cero. Pero lo más importante, los alumnos se percatan de que la matriz que modeliza la red no es una matriz simétrica como ocurría en la tarea anterior. Después de debatirlo, descubren que el motivo de que esto sea así es debido a que en esta red los enlaces tienen dirección, y al no tratarse de enlaces bidireccionales, la matriz resultante no puede ser simétrica.

De nuevo la pregunta planteada en la cuestión 2.2, es contestada por la mitad de los alumnos mirando el dibujo de la red en lugar de la matriz de adyacencia. Rápidamente identifican seis nodos y un total de nueve enlaces. Cabe destacar que los alumnos que han mirado la matriz de adyacencia, descubren que en este caso, basta con sumar todos los elementos de la matriz para obtener el número de enlaces, lo cual no ocurría en el caso anterior.

A la hora de resolver la cuestión 2.3 se crea un debate entre los alumnos que empiezan a plantearse la definición de grado. Algunos de ellos, tomando la definición anterior, proponen que el grado será la suma de todas las aristas que entren o salgan de un nodo, mientras que otros estudiantes proponen que únicamente se contabilizarán aquellos enlaces que salen de un nodo. Este debate termina con la definición de los conceptos *grado de entrada* (o soporte) cuyo valor numérico es el número de enlaces que entran a un nodo en una red dirigida y *grado de salida* (o influencia) que se corresponde con el número de enlaces o aristas que salen de un nodo en una red dirigida. El grado será por tanto la suma de los grados de entrada y de salida. Así pues, el grado medio de la red de la figura es 1,5.

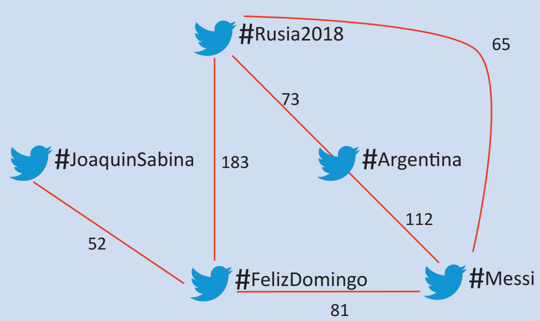
Si en la red de la tarea anterior, la única medida de popularidad de la que se disponía era del grado, los alumnos se percatan en el momento de que esto no será así en el caso de la cuestión 2.4. En una red dirigida, y con los datos que se tienen, la popularidad vendrá dada por el grado de entrada de cada uno de los nodos, puesto que aquellos canales con mayor cantidad de seguidores serán los más populares de la red. Es muy interesante comprobar cómo los alumnos que intentan calcular el grado de entrada mirando en la matriz, al principio quedan un poco desconcertados. Sin embargo, tras estudiar la matriz descubren una propiedad fundamental de estas cuando se trabaja con redes dirigidas: la suma de cada una de las filas proporciona el grado de salida o influencia de un nodo sobre los demás (de aquí el concepto tan actual de *influencer*), mientras que la suma de las columnas proporcionará el grado de entrada o soporte de un nodo. Una vez descubierta esta propiedad, concluyen que el canal más popular es CocinaCasera, y cabe destacar que los alumnos que obtienen el resultado mirando la matriz, terminan antes que aquellos que están contabilizando enlaces en el dibujo. Por otra parte, el caso del canal CocinaCasera es interesante, ya que como se puede apreciar su grado de salida es cero pero su grado de entrada es el mayor de todos. Esto ocurre en los canales más famosos y en los perfiles sociales de gente famosa: son canales y perfiles con gran cantidad de seguidores, pero sus propietarios siguen a muy pocos usuarios.

Para saber cuál es el canal con más presencia dentro de la red, lo que se demanda en la actividad 2.5, los estudiantes pronto descubren que habrá una relación directa entre el grado de salida de un nodo y lo activo que es este dentro de la red. Cabe destacar que el grado de salida implica una presencia viva y activa dentro de la red que, aunque puede revertir posteriormente en un aumento de popularidad, no implica necesariamente esta. En este caso, los estudiantes descubren que el canal más activo es VideoGames.

A continuación, se discutirá un aspecto de la red social Twitter, en concreto el fenómeno de la *co-ocurrencia de hashtags*. Un hashtag es una etiqueta que aparece en un *tweet* y sirve para categorizar un mensaje según su contenido o temática. El fenómeno de la co-ocurrencia de hashtags se da cuando dos o más hashtags aparecen en un mismo tweet. Este hecho permite identificar lo que se conoce como *trending topics* o temas de tendencia. El grafo que modeliza la co-ocurrencia de hashtags tiene como nodos del grafo a estas etiquetas y un enlace significa una co-ocurrencia de las dos etiquetas que están unidas mediante este enlace. Se trata de enlaces no dirigidos, pero ¿cómo incluir en la representación si dos hasthags aparecen conjuntamente cien veces y otros dos aparecen diez veces? Entonces se define el concepto de

Tarea 3. Co-ocurrencia de hashtags en Twitter

Sea la siguiente red de co-ocurrencia de hashtags de Twitter, donde los trending topics y los valores se han tomado el día 17 de junio entre las 09:00 y las 09:15 de la mañana.



Responder a las siguientes cuestiones:

3.1 Dibujar la matriz de adyacencia asociada a la red.
3.2 ¿Cuántos enlaces tiene la red y cuál es el grado medio?
3.3 ¿Cuál fue el hashtag más twiteado y el menos twiteado?
3.4 Subraya los dos trending topic del día.

grafo pesado como aquel cuyos enlaces tienen una etiqueta que mide el peso del enlace. Para los estudiantes, es fácil identificar este tipo de grafos con un mapa de carreteras, donde la longitud de la carretera es el peso del enlace. Finalmente, se propone la tarea 3.

La principal característica detectada por los alumnos para dibujar la matriz de adyacencia, que contesta a la cuestión 3.1, es que esta ahora no contendrá ceros o unos sino que ahora el valor de cada enlace viene determinado por la etiqueta del mismo. Los alumnos identifican claramente que la matriz es:

$$M = \begin{array}{r} \text{\#Rusia2018} \\ \text{\#JoaquinSabina} \\ \text{\#Argentina} \\ \text{\#FelizDomingo} \\ \text{\#Messi} \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 73 & 183 & 65 \\ 0 & 0 & 0 & 52 & 0 \\ 73 & 0 & 0 & 0 & 112 \\ 183 & 52 & 0 & 0 & 81 \\ 65 & 0 & 112 & 81 & 0 \end{pmatrix}$$

En el caso de la cuestión 3.2, los alumnos que utilizan la matriz de adyacencia para responder la pregunta se percatan de que el número de enlaces se corresponde con el número de elementos de la matriz que son distintos de cero. Por su parte, es importante destacar que los alumnos se dieron cuenta de que el peso del enlace no influye al calcular el grado medio. Por tanto, el grado medio de la red es $6/5 = 1{,}2$.

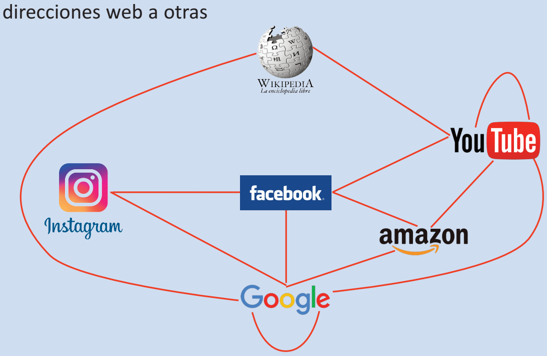
Para detectar el hashtag más y menos twiteado en co-ocurrencia, tal como se demanda en la cuestión 3.3, los estudiantes tuvieron claro que sería necesario sumar el peso de cada uno de los enlaces, para ver qué hashtag había sido el más y el menos twiteado. El más twiteado fue #Rusia2018 con 321 hashtags mientras que el menos twiteado fue #JoaquinSabina con 52 hashtags. En esta pregunta, aquellos alumnos que contestaron utilizando la matriz de adyacencia resolvieron la pregunta de forma más rápida que los que la resolvieron observando el dibujo de la red.

En la cuestión 3.4, análogamente a la pregunta anterior, se determina que los dos trending topic fueron el primero #Rusia2018 con 321 hashtags y el segundo #FelizDomingo con 316.

Para concluir con el estudio de los distintos tipos de grafos, se estudiará la *World Wide Web* (WWW) como ejemplo de red social. La principal característica que tienen las páginas web en internet es que estas incluyen enlaces a sí mismas, al contrario que los grafos que se han estudiado hasta este momento, en los que un nodo no tenía un enlace consigo mismo. Esta característica da lugar a una nueva tipología de grafos, los denominados *grafos con auto-enlaces, lazos o bucles*, cuya característica principal es que los valores de la diagonal principal de la matriz de adyacencia pueden no ser cero (al contrario que en los grafos vistos anteriormente, en los cuales la diagonal principal siempre valía cero). Por último, se propone la siguiente tarea:

Tarea 4. Red WWW

Dada la siguiente red, que representa los hipervínculos de unas direcciones web a otras



contestar a las siguientes cuestiones:

4.1 Dibuja la matriz de adyacencia asociada a la red.
4.2 ¿Cuántos nodos y enlaces tiene la red?
4.3 ¿Cuál es el grado medio de la red?
4.4 ¿Cuál es la página mejor conectada? ¿Y la menos conectada?

En este caso, se trata de una red no dirigida, esto es así ya que comercialmente, cuando una página web incluye un enlace a otra, es porque esta última incluirá un enlace a la primera, generalmente, salvo excepciones. La única particularidad de esta red es que en este caso los elementos de la diagonal principal no estarán formados por ceros, puesto que algunos nodos tienen lazos o bucles. Los estudiantes obtuvieron la siguiente matriz:

$$M = \begin{array}{r} \text{Wikipedia} \\ \text{Instagram} \\ \text{Facebook} \\ \text{Youtube} \\ \text{Amazon} \\ \text{Google} \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Tras analizar la matriz de adyacencia y/o la red del dibujo, los alumnos determinan que la red consta de seis nodos y un total de doce enlaces.

Análogamente a como se hizo en la red de Facebook, el grado medio de la red es 3,67.

La página mejor conectada es Google, ya que la suma de la fila correspondiente a este nodo en la matriz de adyacencia es la mayor, mientras que las páginas peor conectadas son Wikipedia e Instagram con solo dos enlaces. Cabe destacar de nuevo, que los alumnos que contestaron la pregunta observando la matriz de adyacencia, contestaron antes que aquellos que observaron únicamente el dibujo de la red.

Una vez definidos y trabajados distintos tipos de grafos que modelan distintos tipos de redes sociales, se plantea a los alumnos la problemática de abordar un problema real. Llama la atención que cuando la red es un poco más grande de lo habitual, los alumnos que consultaban la matriz de adyacencia para responder las preguntas lo hacían de manera más rápida que aquellos que únicamente miraban el dibujo de la red (cuando la red es grande, la representación gráfica se vuelve más confusa). ¿Qué pasa en una red real? ¿Cómo mirar una matriz de adyacencia de cien nodos, o incluso de mil? En este punto de la sesión, introducimos la herramienta Gephi <https://gephi.org> como software para el análisis de redes sociales y con la que se trabajará en la siguiente actividad de la sesión. Existen muchos conjuntos de datos públicos de diferentes redes sociales para trabajar con Gephi (ver algunos de los más populares en <https://github.com/gephi/gephi/wiki/Datasets>). Además de estos archivos, la aplicación Netvizz de Facebook permite descargar el grafo social de un grupo de Facebook con los nombres de los usuarios debidamente anonimizados (antes de la aparición de la LOPD, Netvizz permitía descargar tu propio grafo social asociado a tu perfil de Facebook).

Durante la sesión, se trabaja con una muestra del grafo de superhéroes de Marvel disponible en el enlace de la figura 1. En dicha red, cada nodo es un superhéroe o un cómic, mientras que un enlace representa la aparición de un superhéroe en un cómic. La figura 1, muestra el grafo una vez abierto con Gephi y el grafo una vez que se ha aplicado un algoritmo de visualización y se han eliminado las componentes conexas de menor tamaño (la intensidad de color de los nodos hace referencia a su grado).

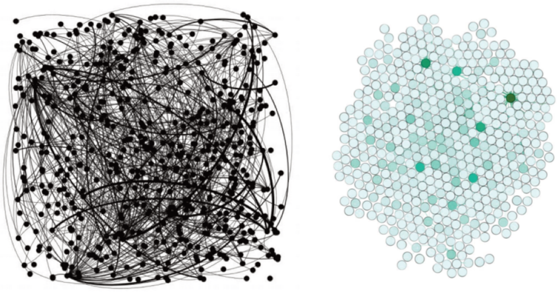


Figura 1. Muestra de la red de superhéroes de Marvel disponible de forma completa en https://github.com/gephi/gephi/wiki/Datasets

Dicha muestra contiene un total de 187 nodos y 349 enlaces. Otras medidas que Gephi ofrece son la longitud del camino más largo entre dos nodos de la red (*diámetro de la red*) y la *distancia media entre dos nodos* cualesquiera. En esta parte de la sesión, estos dos conceptos son explicados y entendidos de manera intuitiva por los alumnos. Para la red de estudio, se descubre que el diámetro tiene un valor de 9 y la distancia media entre dos nodos es de 3,46. Al hilo de esta distancia media, se reflexiona con los alumnos sobre la teoría de mundos pequeños o teoría de los seis grados de separación. Esta teoría postula e intenta demostrar que cualquier individuo dentro de una red está conectado con cualquier otro a una distancia máxima de seis enlaces. En clase, analizamos concretamente el *grado de Bacon*. En la página web <https://oracleofbacon.org>, se puede introducir el nombre de un actor cualquiera para ver la distancia o separación que existe entre él y Kevin Bacon. La distancia es calculada en base al número de películas que hay desde el actor introducido hasta llegar a Kevin Bacon. Así pues, una vez introducido el actor, la página devuelve el número de enlaces entre él y Kevin Bacon de la siguiente forma: «El actor introducido participó con el actor X en la película P1. X1 participó con X2 en la película P2, mientras que X2 participó con Kevin Bacon en la película P3. Distancia = 3». Esta base de datos contiene un total de 700 000 actores y tan solo 17 de ellos tienen un camino de longitud ocho hasta llegar a Kevin Bacon.

Otro aspecto fundamental a la hora de analizar redes sociales es el concepto de *densidad de la red*. Esta se calcula como el número de enlaces de la red partido del número de enlaces que la red tendría si fuera completamente conexa. Cabe destacar que en el caso de las redes sociales, estas son siempre redes muy poco densas. Por ejemplo, en la red de superhéroes de Marvel:

$$Densidad = \frac{n_{enlaces}}{\frac{n(n-1)}{2}} = \frac{349}{\frac{187 \cdot 186}{2}} = 0{,}02$$

Por último, se estudian distintas medidas de centralidad de actores en una red. En el análisis de redes sociales es crucial ser capaz de encontrar a los actores más relevantes y populares de la red. Por ejemplo, en marketing digital, se buscan los actores más populares de las redes sociales para poner publicidad en sus perfiles, canales de YouTube, etc. Las medidas de centralidad que se trabajan y que se calculan en la red de superhéroes de Marvel mediante la herramienta Gephi, son las siguientes:

— *Centralidad de grado*: Los personajes con más amigos son los más importantes en la red. No importa la calidad de los amigos, sino la cantidad.

— *Cercanía*: Los personajes más importantes son los actores que se encuentran en el centro geográfico de la red. Se calcula como la inversa de la suma de las distancias geodésicas para cada actor y es calculada por Gephi.

— *Intermediación*: Los personajes más importantes son aquellos que se encuentran en los caminos mínimos de los demás. De esta forma, si muchos nodos pasan por el nodo i en sus caminos mínimos hacia los demás, de ello se desprende que i es un nodo importante en la red.

— *Centralidad de vector propio*: Versión extendida de la centralidad de grado. Los personajes son más o menos importantes en tanto en cuanto lo son sus amigos. En este caso ya no importa la cantidad de amigos que un usuario tenga, sino lo relevantes que son esos amigos.

Así pues, dependiendo de la medida de centralidad que utilicemos, es posible que haya personajes que sean más o menos populares en función del criterio utilizado. La siguiente tabla muestra los cinco personajes más relevantes de la muestra de superhéroes de Marvel utilizada en esta tarea.

Grado		Intermediación	
Wolverine Logan	55	Wolverine Logan	0,23
Iron Man	38	Iron Man	0,158
Capitan America	32	Human Touch	0,153
Invisible Woman	28	Invisible Woman	0,139
The Thing	26	Capitan America	0,118

Cercanía		Vector Propio	
Wolverine Logan	0,302	Wolverine Logan	1
Human Touch	0,299	Iron Man	0,49
Mr. Fantastic	0,298	Capitan America	0,478
The Thing	0,296	The Thing	0,426
SpiderMan	0,29	Human Touch	0,376

Tabla 1. Estudio de medidas de centralidad sobre la muestra de la red de Marvel

En nuestro caso, vemos que Wolverine Logan (Lobezno) es el personaje más importante de la red, ya que además es el que obtiene el valor más alto en todas las medidas de centralidad utilizadas. Finalmente, se generan distintas representaciones para ver a golpe de vista lo que sucede en la red. Por ejemplo, la figura 2 muestra una imagen donde el tamaño de los nodos hace referencia a su grado y la intensidad del color a la centralidad del vector propio.

Figura 2. Grado vs Centralidad de vector propio en la muestra de la red de superhéroes de Marvel

Con el análisis de este problema real, termina la sesión. Cabe destacar el entusiasmo con el que los estudiantes abandonan la sesión, y los resultados de la encuesta cualitativa que se les pasa en los últimos minutos de clase. En ella, los estudiantes destacan que la sesión les ha servido para reconocer la importancia de las matemáticas en el mundo en que ellos viven, además de valorar el incentivo que supone analizar una red real, y no solo las redes de ejemplo que se plantean en las primeras tareas. Por último, también cuentan en la encuesta que les ha resultado curioso, interesante y divertido conocer la página del grado de Bacon, y aseguran que seguirán probando actores hasta encontrar aquellos que tengan más de seis enlaces de separación con Bacon. Finalmente, algún estudiante confesaba que después de la sesión, quería ser analista de redes sociales.

Referencias web

El grado de Bacon, <https://oracleofbacon.org>.
Gephi, <https://gephi.org>.
Conjuntos de datos (Datasets) públicos para Gephi, <https://github.com/gephi/gephi/wiki/Datasets>.

Julio Alberto López Gómez
Universidad de Castilla-La Mancha
<julioalberto.lopez@uclm.es>