suma+ 90
Artículos
Marzo 2019
pp. 41-47

El muestreo: una idea estocástica fundamental*

Carmen Batanero
Nuria Begué
María M. Gea
Rafael Roa

En este trabajo nos centramos en el muestreo, resaltando su importancia como idea estocástica fundamental. Analizamos también los contenidos básicos del muestreo y describimos algunas dificultades relacionadas con las mismas descritas en la investigación didáctica. Se presentan también ejemplos de tareas propuestas en dicha investigación que podrían utilizarse en el aula para desarrollar la comprensión del muestreo.

Palabras clave: Muestreo, Ideas fundamentales, Desarrollo de la comprensión.

Sampling: a fundamental stochastic idea

In this paper we focus on sampling, highlighting its importance as a fundamental stochastic idea. We also analyze the basic contents of the sampling and describe some difficulties related to them described in the didactic research. We also present some examples of tasks proposed in this research that could be used in the classroom to develop the understanding of sampling

Keywords: Sampling, Fundamental ideas, Development of understanding.

El muestreo es la base de la inferencia estadística, cuyo objetivo es proporcionar modelos matemáticos que extiendan las conclusiones de estudios realizados en una parte de la población (muestra) a la población en su conjunto, dando una medida de la incertidumbre en los resultados.

Tanto Heitele (1975), como Burrill y Biehler (2011) describieron ideas fundamentales en probabilidad y estadística, entre las cuales destacaron el muestreo. Las ideas fundamentales son aquellas que, históricamente, supusieron saltos conceptuales que contribuyeron al crecimiento de estas disciplinas. Por aparecer en muchas situaciones cotidianas, han de ser enseñadas, pero tienen algunos aspectos contra intuitivos, que deben ser tenidos en cuenta por el profesor. Además de ser el fundamento de la inferencia, Heitele (1975) indica que el muestreo es un vínculo entre estadística y probabilidad. En el día a día, inconscientemente tomamos muestras; por ejemplo, cuando controlamos nuestro peso o tensión arterial periódicamente, o cuando observamos el comportamiento de nuestros conocidos. Usamos estas muestras para construir nuestro conocimiento y realizar predicciones, pues no nos es posible observar completamente todos los fenómenos que nos interesan.

Los medios de comunicación e Internet difunden estudios y encuestas que utilizan muestra

Artículo recibido en *Suma* en mayo de 2018 y aceptado en septiembre de 2018

para hacer predicciones generales, cuya validez debe ser juzgada por el lector. Es por ello que documentos como el proyecto GAISE (Franklin, Kader, Mewborn, Moreno, Peck, Perry y Scheaffer, 2007) consideran que los conocimientos elementales sobre muestreo deben ser parte de la cultura estadística de cualquier ciudadano.

La enseñanza del muestreo se incluye en muchas licenciaturas, grados y estudios postdoctorales, así como en el Bachillerato en algunos países (por ejemplo, Common Core State Standards Initiative, CCSSI, 2010; Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, MECD, 2015; Senior Secondary Board of South Australia, SSBSA, 2002). Igualmente se sugiere comenzar desde la Educación Secundaria Obligatoria con algunos conceptos elementales relacionados, como los de población y muestra, representatividad y sesgo y tipos de muestreo.

En lo que sigue analizamos los contenidos básicos del muestreo, describimos algunas dificultades relacionadas con las mismas y proponemos actividades tomadas de diversas investigaciones que pueden ayudar a superarlas.

Contenidos básicos del muestreo

El término muestreo remite en realidad a una serie de contenidos, los más elementales de los cuáles, detallamos a continuación.

Muestra y población. El estudio del muestreo requiere de la distinción entre población y muestra (subconjunto de la población). Por diversas razones, como, por ejemplo, limitación del tiempo o de los recursos o que el estudio sea destructivo, no se puede siempre trabajar con una población completa. Por ello se estudia una parte de la población (muestra), que se trata de seleccionar de una forma adecuada. Por tanto, la comprensión del muestreo comienza con la concepción de muestra.

Variabilidad aleatoria: La estadística estudia la variabilidad y trata de medirla, predecirla y, cuando sea posible, controlarla. Aunque las variables y la variabilidad aparecen en todas las ramas de la matemática, juegan un papel especial en estadística. Los estudiantes deben aprender a reconocer las diferentes fuentes de variabilidad en un estudio estadístico (Reading y Shaughnessy, 2004): a) variabilidad de resultados en un experimento aleatorio; b) variabilidad en los datos; c) variabilidad en una variable aleatoria; d) variabilidad en las muestras. Todas estas fuentes de variabilidad aparecen en el muestreo, por lo que sería necesario dotar al estudiante de experiencias con las mismas; por ejemplo, mediante el empleo de simuladores.

Distribución. Este es un concepto propiamente estadístico, que no se utiliza en otras ramas de las matemáticas. Algunos estudiantes tienen dificultad en considerar la distribución como un todo y no como un agregado de datos. Igualmente les cuesta trabajo asumir que un estadístico, como la media, es una propiedad de la distribución, considerada como un todo y no de un elemento particular.

La distribución interviene en el muestreo con tres niveles de complejidad (Harradine, Batanero y Rossman, 2011): a) la distribución teórica de probabilidad que modela una variable aleatoria tomada de una población; b) la distribución del conjunto de datos que constituye una muestra aleatoria simple; c) la distribución de un estadístico (como la media muestral) en todas las posibles muestras del mismo tamaño y condiciones (distribución muestral). La coordinación de estos tres niveles de distribución, y su diferenciación, supone una gran dificultad conceptual para los estudiantes. Shaughnessy, Ciancetta y Canada (2004) identifican tres niveles progresivos de comprensión de estas distribuciones: 1) nivel de razonamiento aditivo, que consiste en considerar las diferentes muestras como subconjuntos disjuntos de la población y utilizar en las estimaciones únicamente la frecuencia absoluta, sin tener en cuenta la proporción del suceso; 2) nivel de razonamiento proporcional, donde se utilizan las proporciones al realizar las estimaciones y se comprende el valor esperado de la distribución muestral; y 3) nivel de razonamiento distribucional (el menos frecuente), donde se integra la comprensión del valor esperado y de la variabilidad de la distribución muestral al realizar las estimaciones.

Estimación. La idea básica en estimación es que es posible generalizar los datos de una muestra a una población mayor. Estudiamos la distribución de una variable en la población (por ejemplo, el peso de los chicos de 18 años, que está caracterizada por unos parámetros; en el ejemplo, el peso seguiría una distribución normal N(μ, σ) cuyos parámetros son la media μ y la desviación típica σ. La estimación es el proceso de obtención de los valores de los parámetros a partir de una muestra de la población; en el ejemplo, podríamos tratar de obtener el valor de μ a partir de la media $\overline{x}$ de una muestra de la misma. La estimación ha permitido aplicar las matemáticas a las ciencias no exactas y ha llevado a la actual sociedad basada en la evidencia (Batanero y Borovcnik, 2016). Por supuesto, las conclusiones tendrán siempre un grado de incertidumbre, que la teoría del muestreo trata de estudiar.

Representatividad y variabilidad muestral. En la estimación es necesario tener en cuenta dos características de las muestras (Saldahna y Thompson, 2002). La primera de ellas es la representatividad, que implica que si no hay sesgos en el método de selección, un estadístico muestral debe ser un buen estimador del parámetro poblacional. La variabilidad nos sugiere que diferentes muestras de la misma población podrían dar distintos valores del estadístico. La variabilidad en las muestras depende de la variabilidad en la población de partida, pero puede disminuirse si se aumenta el tamaño de la muestra.

Métodos de muestreo y sesgo. Un proceso correcto de estimación se basa en el método de selección de la muestra. Para poder estudiar el error probable, el método de selección debe asegurar que podemos calcular la probabilidad de que cada elemento de la población forme parte de la muestra y que los elementos sean independientes entre sí. La primera forma de conseguirlo es utilizar un método de selección aleatoria, pero es posible también utilizar métodos equivalentes (como el muestreo sistemático) o métodos donde, aunque no todos los miembros de la población tienen la misma probabilidad, podemos medir esta probabilidad, como el muestreo estratificado. Si no somos capaces de asegurar las condiciones adecuadas, diremos que hay un *sesgo* en el muestreo. Este sesgo se transmite a las conclusiones y no disminuye aunque aumente el tamaño de la muestra.

Algunas dificultades de comprensión en el muestreo

De acuerdo a Ben-Zvi, Bakker y Makar (2015), son los fallos en comprensión de las ideas de variabilidad y representatividad muestral los que impiden una correcta comprensión de la distribución muestral. Por ejemplo, algunos estudiantes tienden a asumir que una muestra, aunque sea pequeña, siempre representa a la población, independientemente de cómo se ha seleccionado (Tversky y Kahneman, 1982). Esta creencia conduce a graves consecuencias en el trabajo estadístico, pues se espera una convergencia estocástica a la distribución teórica incluso en pocas repeticiones de un experimento, porque se generaliza indebidamente la Ley de los Grandes Números. Algunos sesgos asociados son los siguientes:

— *Falacia del jugador*, o suponer que el resultado de un experimento aleatorio afectará, al repetirlo en el futuro, a la probabilidad de los sucesos de dicho experimento. Esta creencia es infundada cuando los experimentos aleatorios son independientes. La influencia del resultado de un experimento aleatorio en el cálculo de probabilidades futuras es una creencia que se denomina *recencia positiva*, si se supone que los siguientes resultados de un experimento aleatorio seguirán el patrón observado, y *recencia negativa*, si se piensa que se compensarán los resultados futuros con los observados.

— *Sesgo de equiprobabilidad* (Lecoutre, 1992), que consiste en pensar que los resultados de cualquier fenómeno aleatorio, en particular, cualquier valor de un estadístico muestral, son igualmente probables.

— *Falacia de la composición* (Chernoff y Russel, 2012), que consiste en transferir a un todo una propiedad que se cumple en alguna de sus partes. Así, por ejemplo, puesto que todos los puntos al lanzar un dado son equiprobables; algunos estudiantes consideran equiprobables todas las sumas o productos obtenidos al lanzar dos dados.

— *Ilusión de control* (Langer, 1975), o creencia de poder controlar los resultados de un proceso aleatorio (una muestra). Este sesgo aparece frecuentemente en los jugadores compulsivos y se refuerza cuando se incrementa la motivación (por ejemplo, si se espera un fuerte premio) y la persistencia (cuanto más se juega).

Una vez comprendidas la representatividad y variabilidad muestral, se debe pasar al estudio de la distribución muestral. Sin embargo, como ya se ha indicado los estudiantes confunden los tres tipos de distribución implícitos en el muestreo. En especial, tienen mucha dificultad en visualizar la distribución muestral.

Como indican Saldahna y Thompson (2002), aunque la estimación se realiza a partir de una única muestra, la comprensión de la distribución muestral requiere imaginar todas las posibles muestras del mismo tamaño que podrían tomarse de la población dada. Shaughnessy, Ciancetta y Canada (2004) investigaron esta compresión con estudiantes de 10 a 19 años. La cuarta parte de ellos esperaban obtener el mismo resultado en las dos muestras repetidas del mismo tamaño y algunos propusieron en sus muestras resultados muy poco probables (como todos los sucesos idénticos). Los autores identifican tres niveles progresivos en el razonamiento sobre la distribución muestral: 1) el nivel de razonamiento aditivo (el más frecuente), que consiste en considerar las diferentes muestras como subconjuntos disjuntos de la población y utilizar en las estimaciones únicamente, la frecuencia absoluta, sin tener en cuenta la proporción del suceso; 2) el nivel de razonamiento proporcional, en el que se utilizan proporciones al realizar estimaciones y se comprende el valor esperado de la distribución muestral; y 3) el nivel de razonamiento distribucional (el menos frecuente) donde se integran las ideas de valor esperado y de variabilidad, al realizar estimaciones.

Ideas para el aula

En esta sección retomamos las ideas básicas requeridas para la comprensión del muestreo y sugerimos algunas tareas utilizadas por autores que han investigado la comprensión del muestreo por estudiantes de educación secundaria que pueden ser utilizadas en el aula, para desarrollar dicha comprensión.

Población y muestra. En primer lugar, es importante que los estudiantes discriminen correctamente la muestra de la población y reconozcan las situaciones en que es necesario recurrir al muestreo. Esta comprensión se puede desarrollar con preguntas como la planteada en la actividad 1 (Meletiou-Mavrotheris y Paparistodemou, 2015). Watson y Moritz (2000) proponen a alumnos entre 8 y 15 años preguntas similares y diferencia tres niveles de desarrollo en la comprensión del concepto: en el primero solo se comprende la terminología del muestreo; en el segundo, se comprenden además las aplicaciones del mismo y en el tercero se adquiere una capacidad crítica para discutir conclusiones obtenidas a partir de muestras sesgadas.

Actividad 1

¿Has oído la palabra muestra antes? ¿Qué significa para ti? Pon algunos ejemplos de muestras e indica por qué fue necesario tomar una muestra.

Sesgo en muestreo. Como hemos indicado, se suele tener excesiva confianza en la representatividad muestral, independientemente del tamaño de la muestra. Además, Saldahna y Thompson (2002) concluyen que muchos estudiantes prefieren métodos sesgados y no confían en el muestreo aleatorio para producir muestras representativas. Será importante entonces plantear actividades como la 2, tomada de Watson (2004).

Actividad 2

Alrededor de 6 de 10 estudiantes de los institutos de los Estados Unidos dicen que ellos conseguirían una pistola si quisieran una, de los cuales, una tercera parte aseguran que les costaría menos de una hora conseguirla. La encuesta dirigida a 2508 estudiantes en Chicago mostraba también que el 15 % había llevado realmente una pistola los últimos 30 días, y el 4 % llevaba una al colegio.

a) ¿Harías alguna crítica de la afirmación de este artículo?
b) Si tu fueras un profesor, ¿te llevaría esta información a rechazar una oferta de trabajo en otra ciudad de los Estados Unidos, como Colorado o Arizona? ¿Por qué?

Métodos de muestreo. Una vez aceptada la posibilidad de sesgo en el muestreo, se puede proponer la siguiente tarea adaptada de Meletiou-Mavrotheris y Paparistodemou (2015) que, además de reforzar la idea de sesgo en el muestreo, permite introducir diferentes métodos estadísticos para selección de las muestras.

> *Actividad 3*
>
> Los estudiantes en un colegio realizaron una encuesta con el fin de determinar la proporción de niños que reciclan en sus casas. Compara los siguientes métodos de elegir la muestra e indica cuáles te parecen fiables. Si tuvieras que elegir uno de los métodos, ¿cuál elegirías y por qué?
>
> 1. Mari preguntó a 60 amigos.
> 2. Rafa hizo una lista con los nombres de todos los niños del colegio y eligió 60 niños al azar.
> 3. Andrés preguntó a 60 estudiantes que eran miembros de un club de medio ambiente.
> 4. Elena envió el cuestionario por correo electrónico y usó las primeras 60 respuestas.
> 5. Ana preguntó a 5 chicos y 5 chicas de cada uno de los cursos de 1.° a 10.° para tener una muestra representativa.

Generación de muestras. Como hemos indicado, los estudiantes han de visualizar la idea de que es posible tomar muchas muestras de la misma población. Una actividad interesante es pedirle formar muestras. Por ejemplo, podemos proponer la actividad 4, tomada de Gómez y otros (2014). En esta tarea, el valor esperado del número de chinchetas que cae con la punta hacia arriba en la siguiente repetición del experimento será próximo a 68, pues la proporción muestral observada es esa ($\hat{p}=0{,}68$) y, por tanto, sería el mejor estimador de la proporción en la población. Sin embargo, cabe esperar alguna variabilidad en las cuatro muestras diferentes, debido a la variabilidad en el muestreo. Una respuesta razonable sería, por ejemplo, indicar los valores 65, 70, 71 y 64 para las cuatro nuevas muestras. Sin embargo, algunos estudiantes dan estimaciones próximas a 50 chinchetas con la punta hacia arriba, o bien intentan compensar el resultado del profesor dando muestras con el número de chinchetas alrededor de 30. También hay estudiantes que dan valores muy extremos, como 100 chinchetas con la punta hacia arriba, o mezclan las anteriores respuestas (Begué, 2016). Además de discutir las soluciones en clase, se pueden realizar experimentos con chinchetas reales o utilizar el simulador presentado en la figura 1 para hacer ver a los estudiantes el comportamiento previsto en diferentes muestras..

> *Actividad 4*
>
> Un profesor vacía sobre la mesa un paquete de 100 chinchetas obteniendo los siguientes resultados: 68 caen con la punta para arriba y 32 caen hacia abajo. Supongamos que el profesor pide a 4 niños repetir el experimento, lanzando las 100 chinchetas. Cada niño vacía una caja de 100 chinchetas y obtendrá algunas con la punta hacia arriba y otras con la punta hacia abajo. Escribe cuatro resultados posibles si se repite el experimento cuatro veces.

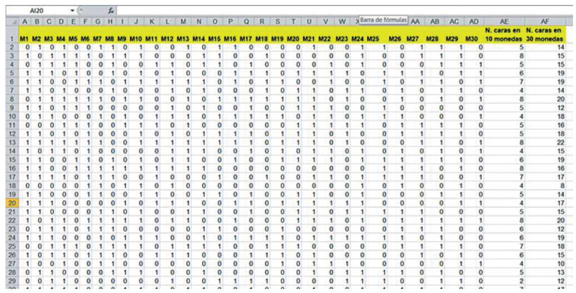

Figura 1. Simulación de muestras de lanzamiento de monedas

Ditribución muestral. La discusión en clase de la actividad 4 y la producción de una gráfica con los resultados de los diferentes estudiantes permite introducir la distribución muestral. Para reforzar su comprensión y ayudar en la diferenciación con la distribución de la población y la distribución de los datos en la muestra, es conveniente realizar alguna actividad de simulación. Por ejemplo, por medio del applet de la colección de Allan Rosman y Beth Chance disponible en <http://www.rossmanchance.com/applets/OneSample.html> se visualizan las tres distribuciones. El applet permite seleccionar el tipo de distribución y el estadístico; también se puede cambiar el tamaño de la muestra y ver el efecto del tamaño de la muestra sobre la distribución muestral.

Nosotros podemos (o incluso los mismos estudiantes pueden) construir un simulador de este tipo usando Excel. Con la opción de generación de números aleatorios, se pueden generar secuencias de diferentes longitudes de valores 0 y 1 (representando la cara y la cruz). En la figura 1 se han generado de tamaños 10 y 30 para comparar los resultados del lanzamiento de 10 o 30 monedas equilibradas. La población en este caso es la variable aleatoria que solo toma dos valores, 0 y 1; las muestras (de tamaño 10 y 30 se visualizan en la figura 1, donde también se han añadido dos columnas sumando el número de caras en las 10 primeras monedas y en las 30. El estudiante puede examinar cada una de las muestras y ver no solo que cambia el número total de caras, sino también el orden en que se presentan caras y cruces. Además, se puede identificar la presencia de rachas de resultados iguales seguidos.

La simulación se puede complementar con la representación gráfica del número de caras obtenidas en los dos tipos de muestras (figura 2). Nosotros hemos realizado 100 simulaciones (100 filas en la hoja Excel representada en la figura 1), pero se puede ampliar el número. Lo que representamos en las dos gráficas de la figura 2 son las distribuciones muestrales del número de caras, de modo que el estudiante puede diferenciarlas de la distribución en la población y de la distribución de cada muestra que aparecen en la figura 1.

Pueden también observar que el valor esperado o media de la distribución muestral sería en el primer caso igual a 5 y en el segundo a 15. Pero mientras que los valores muy alejados de esta media aparecen ocasionalmente en la muestra pequeña, son muy raros en la de mayor tamaño. La diferencia de variabilidad se puede ver mejor si en vez de representar el número de caras representamos la proporción de caras, que es sencillo, sin más que dividir por el tamaño de muestra el número de caras obtenido.

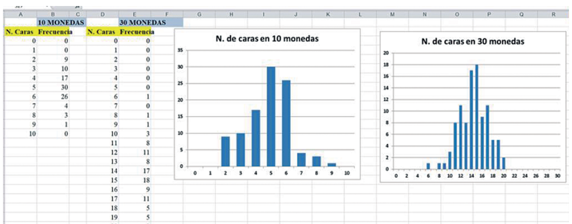

Figura 2. Representación del número de caras en muestras grandes y pequeñas en Excel

Para finalizar

Los diseños curriculares actuales permiten comenzar la enseñanza del muestreo desde la etapa secundaria, donde las tareas que proponemos en este trabajo pueden ser implementadas. Todas estas tareas, y otras analizadas en Batanero (2013) y Batanero y Borovcnik (2016), podrían englobarse dentro de lo que hoy se denomina como razonamiento inferencial informal, desde el que se intenta iniciar a los estudiantes en la inferencia estadística, gradualmente y con apoyo en tareas simples, recursos manipulativos o simulación.

El análisis de las ideas fundamentales en el muestreo nos sugiere que no es suficiente enseñar a los estudiantes las reglas y conceptos con el fin de llegar a la comprensión integral del tema. Numerosos applets interactivos proporcionan un entorno dinámico y visual en el que los estudiantes pueden participar en el muestreo, el azar y la construcción de las distribuciones muestrales. En concreto, la disponibilidad actual de software y tecnología hace que sea posible dedicar el tiempo, que previamente se invertía en tareas rutinarias y de cálculo, en trabajar de forma más intuitiva y reforzar el razonamiento y sentido sobre el muestreo.

Por tanto, es importante que los estudiantes logren una comprensión suficiente del muestreo, antes de continuar con el estudio de la inferencia, pues de lo contrario, los errores de comprensión del muestreo van a proyectarse en los contenidos posteriores.

Referencias bibliográficas

Batanero, C. (2013), «Del análisis de datos a la inferencia: Reflexiones sobre la formación del razonamiento estadístico», *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática,* n.º 8(11), 277-291.

Batanero, C., y M. Borovcnik (2016), «Sampling and Inference», en C. Batanero y M. Borvcnik (eds.), *Statistics and Probability in High School*, Sense Publishers, Rotterdam, Sense Publishers, 163-196.

Begué, N. (2016), *Comprensión de elementos básicos de muestreo en alumnos de Educación Secundaria Obligatoria,* Tesis de Máster, Universidad de Granada.

Ben-Zvi, D., A. Bakker y K. Makar (2015), «Learning to reason from samples», *Educational Studies in Mathematics,* n.º 88(3), 291-303.

Burrill, G., y R. Biehler (2011), «Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers», en C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education - A joint ICMI/IASE study*, Springer, Dordrecht, 57- 69.

Chernoff, E. J., y G. L. Russell (2012), «The fallacy of composition: Prospective mathematics teachers? Use of logical fallacies», *Canadian Journal for Science, Mathematics and Technology Education,* n.º 12(3), 259-271.

Common Core State Standards Initiative (2010), *Common Core State Standards for Mathematics,* National Governors Association Center for Best Practices y Council of Chief State School Officers, Washington, DC, disponible en: <www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf>.

Di Martino, P., y R. Zan (2015), «The construct of attitude in mathematics education», en B. Pepin y B. Roesken-Winter (eds.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education: Exploring a mosaic of relationships and interactions*, Springer, Nueva York, 51-72.

Franklin, C., G. Kader, D. Mewborn, J. Moreno, R. Peck, M. Perry y R. Scheaffer (2007), *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A preK-12 curriculum framework,* American Statistical Association, Alexandria, disponible en <www.amstat.org/education/gaise/>.

Gal, I. (2002), «Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities», *International Statistical Review*, n.º 70(1), 1-25.

Harradine, A., C. Batanero y A. Rossman (2011), «Students and teachers' knowledge of sampling and inference», en C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*, Springer, Dordrecht, 235-246.

Heitele, D. (1975), «An epistemological view on fundamental stochastic ideas», *Educational Studies in Mathematics,* n.º 6(2), 187-205.

Kahneman, D., P. Slovic y A. Tversky (1982), *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases,* Cambridge University Press, Nueva York.

Langer, E. J. (1975), «The illusion of control», *Journal of personality and social psychology,* n.º 32(2), 311.

Lecoutre, M. P. (1992), «Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations», *Educational Studies in Mathematics,* n.º 23(6), 557-568.

Meletiou-Mavrotheris, M., y E. Paparistodemou (2015), «Developing students' reasoning about samples and sampling in the context of informal inferences», *Educational Studies in Mathematics,* n.º 88(3), 385-404.

Nisbett, R., y L. Ross (1980), *Human inference: Strategies and shortcomings of social judgments*, Prentice Hall, Englewood Cliffs.

Reading, C., y J. M. Shaughnessy (2004), «Reasoning about variation», en D. Ben-Zvi y J. B. Garfield (eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, Springer, Dordrecht, 201-226.

Real decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la educación secundaria obligatoria y del bachillerato (2015)*,* Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Madrid.

Saldanha. L., y P. Thompson (2002), «Conceptions of sample and their relationship to statistical inference», *Educational Studies in Mathematics,* n.º 51(2), 257-270.

Senior Secondary Board of South Australia (2002), *Mathematical studies curriculum statement*, Adelaida.

Shaughnessy, J. M., M. Ciancetta y D. Canada, (2004), «Types of student reasoning on sampling tasks», en M. J. Hoines y A. B. Fuglestad (eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 4), International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen, 177-184.

Tversky, A., y D. Kahneman (1982), Judgments of and by representativeness. En D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (Eds.), *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases*, Cambridge University Press, Nueva York, 117-128.

Watson, J. M. (2004), «Developing reasoning about samples», en D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking*), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 277–294.

Watson, J. M., y J. B. Moritz (2000), «Developing concepts of sampling», *Journal for Research in Mathematics Education,* n.º 31(1), 44-70.

Carmen Batanero
<cbatanero@ugr.es>

Nuria Begué
<nbegue@correo.ugr.es>

María M. Gea
<mmgea@ugr.es>

Rafael Roa
<rroa@ugr.es>

Universidad de Granada

* Proyecto EDU2016-74848-P y grupo FQM126 (Junta de Andalucía)