

# Es hora de jugar en serio

DIEGO LIEBAN  
FABIÁN VITABAR VAZ

A todos nos gusta jugar. Nos entretiene, nos desafía, nos interpela. Pone a prueba nuestra capacidad estratégica, de anticipación, de análisis de posibilidades y estimación de probabilidades. Nos impulsa a la creatividad, al pensamiento exhaustivo, pero también a la persuasión, al autocontrol, al hábil manejo de la comunicación con el oponente.

Todo esto es muy interesante, sin duda; pero, sobre todo, ¡jugar es divertido! Y uno, casi sin darse cuenta, pone en acción todas estas habilidades y muchas otras. En definitiva, jugar nos hace bien, especialmente cuando seleccionamos el juego adecuado.

¿Es posible jugar con GeoGebra? ¡Por supuesto! Vamos a compartir diversas experiencias de juegos relacionadas con GeoGebra. Veremos que hay de distintas variedades, más o menos parecidas a los juegos tradicionales, y en todos los casos reflexionaremos acerca de lo que estas experiencias pueden aportar a la educación matemática. Sin duda esto nos resultará interesante, pero además entraremos por una nueva puerta que se abre en este mundo: el diseño de juegos con GeoGebra. ¿Qué aprendizajes serán necesarios para lograr que GeoGebra simule un juego? En principio puede resultar atemorizante, pero ya veremos que es menos monstruoso de lo que parece.

GeoGebra

Comencemos el recorrido, divirtámonos, pasémoslo bien, dejemos que el juego nos lleve a otro mundo y vayamos siendo sensibles a la riqueza didáctica que, tanto desde los actos de jugar como del de diseñar un juego con GeoGebra, se irá manifestando. Con GeoGebra de por medio, ha llegado la hora de jugar en serio.

## Imitación de juegos físicos

Una posibilidad muy sencilla que GeoGebra nos pone a la mano es la imitación de juegos y puzles físicos, simulados a través del programa. Quizás no parezca muy atractivo, especialmente si uno puede disponer del juego palpable y jugar con él. Pero el desafío de simularlo puede llegar a ser lo que nos cautive para intentarlo.

En la plataforma de Recursos de GeoGebra podemos encontrar muchísimos juegos, que otros usuarios se han tomado el trabajo de preparar. Y, para tener en cuenta de aquí en más, recuerda que una búsqueda en inglés u otro idioma te puede ofrecer muchas más posibilidades.

Este libro, creado por Rafael Losada Liste (figura 1), tiene varios juegos clásicos a disposición, tales como el ahorcado, las damas o el ajedrez:

<https://www.geogebra.org/m/u8gFwdZP>.

Se trata de juegos cuyas bondades son conocidas y no hay ningún beneficio adicional en el hecho de que estén programados con GeoGebra.

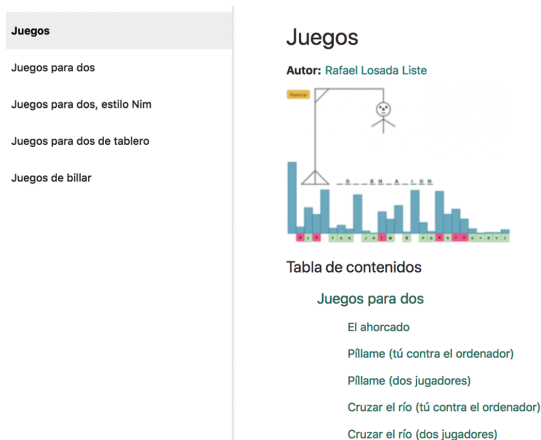


Figura 1

## Resta 1

También podemos dar con otros juegos más desafiantes, como el caso de este *Juego resta uno*, programado por Guilherme Francisco Ferreira (figura 2).

Las reglas son muy simples. Se puede mover una ficha en una línea horizontal o vertical, siempre y cuando salte por encima de otra ficha que esté en un espacio contiguo y caiga en el siguiente espacio, que debe estar vacío (como en las damas). Con este movimiento, la ficha sobre la cual se saltó es eliminada del tablero. El objetivo del juego es dejar una sola ficha.

Se trata de un juego que puede favorecer el aprendizaje de la planificación de estrategias, de organización de los ensayos, de buscar regularidades, de anticipar consecuencias. Puede resultar tan complejo como adictivo.

Observa que la aplicación preparada en GeoGebra tiene en cuenta las reglas y solo permite la realización de los movimientos autorizados. Hay muchísimos conceptos matemáticos que deben aplicarse para poder crear esta construcción. Ya analizaremos algunos ejemplos —un poco más simples—, pero por lo pronto mencionemos que la lógica formal y la geometría analítica han tenido mucho que ver con el éxito de esta propuesta.

Ciertamente, tanto en jugar como en programar, hay grandes oportunidades de

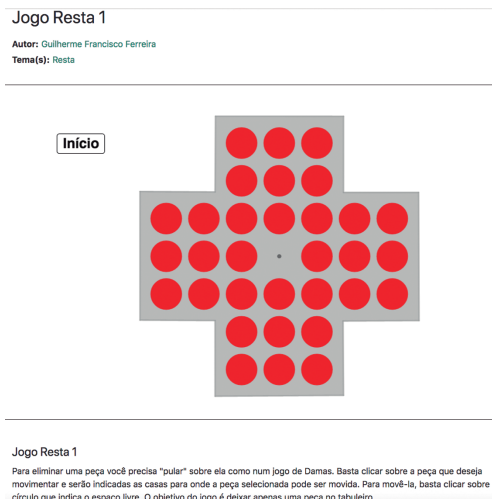


Figura 2

aprendizaje matemático. Es muy interesante que los conceptos a poner en juego sean tan diferentes en cada caso, de modo que quien es capaz de programar y también jugar un juego, realmente puede hacer gala de su dominio de las matemáticas.

## Chomp

Este juego se puede realizar muy simplemente con GeoGebra, ya que solamente consiste en cambiar los colores de algunas figuras. Sin embargo, el efecto es muy atractivo. Esta es la aplicación creada por Steve Phelps (figura 3):

<https://www.geogebra.org/m/HSwgnXjn>.

En turnos alternados, dos jugadores seleccionan una de las casillas. Al hacer clic sobre una de ellas, esta y todas las que estén por arriba y a su derecha desaparecerán. El jugador que se vea forzado a escoger la celda roja será el perdedor.

Puede haber muchas actividades que, desarrolladas a partir de este juego, favorezcan el aprendizaje matemático. Algunas de ellas tienen que ver con diseñar estrategias ganadoras, analizar variantes del juego con otras dimensiones de tableros o pequeñas variaciones del reglamento.

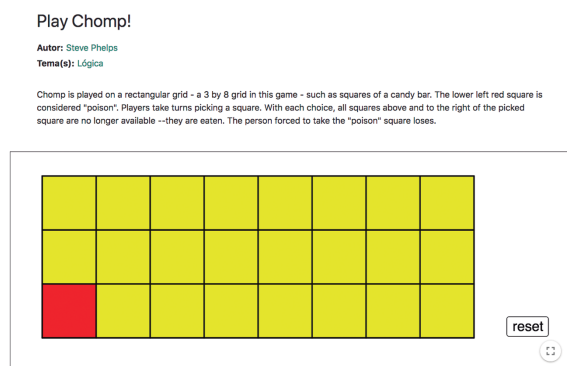


Figura 3

## Quarto

Como ejemplo del aprovechamiento que podemos hacer de otras funciones de GeoGebra,

tenemos esta versión de Quarto creada por Diego Lieban (figura 4):

<https://www.geogebra.org/m/UAnA84xv>.

El reglamento indica que, tomando turnos, dos jugadores colocan una de las piezas en cualquier casilla libre del tablero. El objetivo es lograr alinear (en cualquier dirección) cuatro piezas que coincidan en una característica (grande/pequeña, verde/azul, prisma/cilindro, con/sin orificio). Por ejemplo, si un jugador logra alinear cuatro fichas cilíndricas, habrá ganado. Pero... ¡cuidado! La pieza que debe colocarse en el tablero es elegida por el contrincante, de manera que no es tan sencillo planear una estrategia exitosa.

Nuevamente, la capacidad de anticipación, el análisis de posibilidades, la visualización espacial y la consideración de múltiples variables se combinan aquí para poder generar una estrategia ganadora.

Y en cuanto al uso de GeoGebra, el aprovechamiento de la vista en tres dimensiones le aporta un encanto particular. Más aún, esta construcción dio lugar al diseño de impresiones 3D de estas mismas piezas por parte de un grupo de estudiantes. Las fotos se pueden apreciar en el mismo material. Se pone en evidencia la riqueza que puede desencadenarse a través de un proyecto de este tipo.

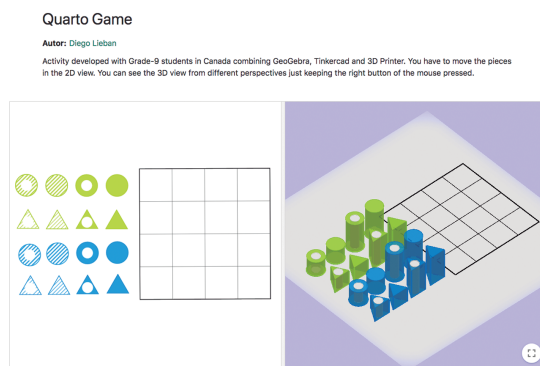


Figura 4

## Superficie resbaladiza

Te presentamos un juego preparado por Fabián Vitabar:

<https://www.geogebra.org/m/XZGY5cP2>.

Debes utilizar los controles (flechas rojas) para llevar al punto verde a cruzar la línea de meta (azul). Hay que tener presente que la instrucción de movimiento dada por la flecha roja se suma al movimiento anterior, de modo que a veces es difícil «desacelerar» a tiempo. ¿Cuál es el menor número de movimientos con los que es posible resolver cada nivel?

Una novedad de esta construcción es que, además de sus nueve niveles, también incluye la posibilidad de crear un nuevo nivel personalizado. Esto llama nuestra atención porque, precisamente, nos introduce en el camino de crear este tipo de juegos con GeoGebra y no simplemente utilizarlos. ¿Cuál es la matemática que se esconde detrás de la creación de estos juegos? ¿Cuáles son las funciones secretas de GeoGebra que debemos aprovechar? Trataremos de comenzar a descubrirlo.



Figura 5

## Quiero crear un juego

No hay límite en las herramientas de GeoGebra que pueden ser provechosas para crear juegos. Pero hay algunas de ellas que solucionan problemas que se presentan con frecuencia, así que intentaremos presentarlas.

El proceso de creación de un juego tiene un gran parecido con la composición de una obra de arte. Si bien siempre hay un plan inicial, a medida que transcurre la creación van surgiendo nuevas ideas para mejorarlo. Incluso cuando ya está listo, se nos ocurre qué agregarle o cómo

perfeccionarlo. Se trata de un proceso muy valioso desde el punto de vista de la creatividad, ya que la descomposición en pequeños desafíos facilita el abordaje de los problemas, y la renovación de las metas reaviva el entusiasmo.

Abordaremos un ejemplo con esta misma dinámica: comenzando por la versión más sencilla, y mejorándolo poco a poco, conociendo nuevas herramientas en cada paso.

## Tres en raya, versión 1

Vamos a programar el popular juego de *Tres en raya*. La primera versión será la más simple: imitar con GeoGebra la misma dinámica que hacemos en papel.

Basta con trazar el esquema con cuatro segmentos, conseguir una imagen para la cruz y otra para el cero, e insertar cada una de ellas cinco veces, como si fueran fichas disponibles para colocar sobre un tablero.

Es posible que aparezcan puntos que no nos interese mostrar. En ese caso, simplemente desactivamos su visibilidad y no nos molestarán.

Así de sencillo, ya podemos jugar. Basta con arrastrar las fichas para colocar cada una en su lugar (figura 6).

<https://www.geogebra.org/m/e7n3cxzq>

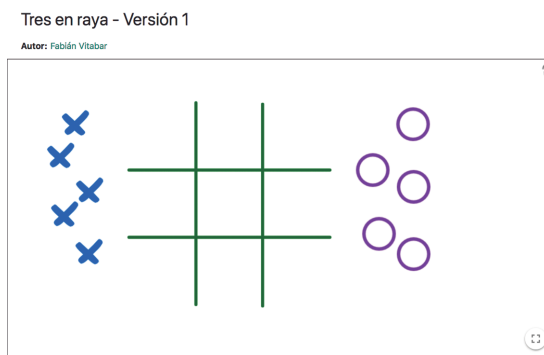


Figura 6

## Tres en raya, versión 2

Estaremos de acuerdo que la primera versión resultó poco desafiante. Demos un paso y

hagamos que las fichas aparezcan en su casilla correspondiente al hacer clic sobre cada una de ellas. No debemos olvidar que habrá que alternar turnos, una vez para cada jugador.

Hay muchísimas maneras de lograr este efecto con GeoGebra, elijamos una que nos pueda inspirar para otras construcciones más adelante.

En primer lugar, definiremos una variable lógica, que se encargará de saber de quién es el próximo turno (de la cruz o del cero). Es bueno asignar nombres elocuentes a las variables, para no marearnos cuando tengamos que manejar muchos de ellos. En la línea de entrada escribimos `turnocruz=true` y está listo. Análogamente definiremos la variable `turnocero` que será la negación de la anterior, de este modo: `turnocero=!turnocruz`.

Ahora, en cada casilla tendremos que colocar un cuadrado (la celda completa en la que haremos clic), una cruz y un cero. En principio estarán todos allí, pero luego iremos jugando con hacerlos visibles o no, dando así el efecto de que aparecen mágicamente. Comencemos con la casilla superior izquierda (será la número 1 para nosotros), dibujemos un cuadrado que la ocupe totalmente (lo llamamos `zona1`), colocamos una cruz (`cruz1`) y un cero (`cero1`).

Para lograr que un clic en el cuadrado deje visible solamente la imagen que corresponde, debemos trabajar en sus propiedades, en la pestaña **Programa de guion**. Usaremos el comando **Visibilidad**. Escribamos lo siguiente:

```
Visibilidad(cruz1,1,turnocruz)
Visibilidad(cero1,1,turnocero)
Visibilidad(zona1,1,false)
Valor(turnocruz,turnocero)
```

La primera línea asigna a la cruz la misma visibilidad que se indique en la variable lógica `turnocruz`. Si esta variable es verdadera, la cruz será visible; de lo contrario será invisible. El número 1 que aparece como segundo argumento indica que trabajamos en la primera vista gráfica, no nos preocupemos por él de momento.

La segunda línea hace lo propio con la imagen del cero, de acuerdo con la variable `turnocero`.

La tercera línea hace desaparecer el cuadrado. Es una estrategia útil para evitar que se vuelva a hacer clic sobre él.

La cuarta línea utiliza el comando **Valor**, que sirve para asignarle cierto valor a una variable. En este caso, le asigna a `turnocruz` el valor de `turnocero`. ¿Qué estamos haciendo? Esencialmente, estamos invirtiendo los turnos, de modo que para la siguiente jugada esté todo listo para el contrincante.

Con un poco de paciencia, tendremos que hacer el mismo procedimiento en cada una de las nueve casillas.

Será muy útil tener un botón que oculte todas las imágenes y muestre todos los cuadrados. Es muy sencillo: basta con colocar un botón **Reiniciar** y escribir en su guion todos los comandos **Visibilidad** necesarios (¡27!).

Mira el ejemplo y explora la configuración de los objetos, puede ayudarte (figura 7).

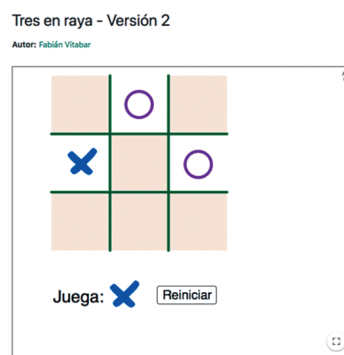


Figura 7

## Tres en raya, versión 3

Parece ser que la versión 2 funciona bastante bien, ¿pero qué tal si GeoGebra pudiera indicarnos cuándo ha habido un ganador? Será necesario lograr que esté atento a los movimientos, y reaccionar cuando se detecte una línea. Quizás quieras detener aquí tu lectura e intentar resolverlo por tu cuenta, y luego volver cuando tengas un plan. ¿No? Como lo desees. A continuación ya vamos a develar una forma de resolverlo.

Aprovecharemos la hoja de cálculo para hacer una matriz (similar al tablero), desde la celda A1

hasta la C3, por el momento repleta de ceros. Además calcularemos la suma de cada fila, de cada columna y de cada diagonal. A medida que se vaya completando el tablero, asignaremos el valor 1 a las celdas en que se coloque una cruz, y un  $-1$  en las que se coloque un cero. De este modo, la suma será 3 o  $-3$  solamente en la línea ganadora.

Pues ahora solo resta dibujar ocho segmentos que se superpongan al tablero, y a cada uno de ellos ponerle una condición para se exponga. Por ejemplo, supongamos que la suma de los elementos de la primera fila de la matriz está en la celda D1. Entonces, en el segmento correspondiente, en la Condición para mostrar objeto de la pestaña Avanzado de sus propiedades, pondremos  $\text{abs}(D1)=3$ . Esta proposición será verdadera para los valores 3 o  $-3$ , de modo que el segmento será visible cuando esa línea esté completa.

Este proceso que hacemos en la hoja de cálculo puede hacerse también con variables, pero puede resultar confuso si no se guarda el orden y se nombran las variables adecuadamente.

Aún nos falta programar el modo en que la matriz se va completando. Debemos iniciar con ceros en todas las celdas. De manera que, en el guion del botón de reinicio, agreguemos  $\text{Valor}(A1,0)$  y  $\text{Valor}(A2,0)$ .

Y así sucesivamente, con las nueve celdas. A continuación, ingresemos en la línea de entrada:  $\text{valor}=\text{Si}(\text{turnocruz},-1,1)$ .

A partir de ahora, la variable **valor** tomará el valor  $-1$  cuando sea el turno de las cruces, y valdrá 1 cuando corresponda a los ceros. La usaremos para cargarla en la celda correspondiente.

Ahora, en el guion del cuadrado **zona1**, agreguemos  $\text{Valor}(A1,\text{valor})$ , suponiendo, claro está, que la celda A1 corresponde a **zona1**. Repetimos lo mismo en las demás casillas.

Esto debería haber sido suficiente para que la aplicación funcione como en el ejemplo (figura 8).

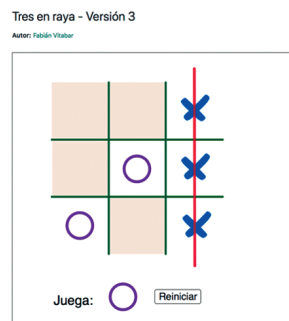


Figura 8

Si ha sido un tanto agobiante, puedes explorar la construcción del ejemplo y detenerte en los detalles.

## Tres en raya, versiones 4, 5, etc.

Probablemente se te estén ocurriendo nuevas funciones para agregar a este juego. Se podría incorporar un contador de puntos, que registre las partidas ganadas por cada jugador. O, incluso más desafiante, programarlo para que el contrincante sea el ordenador. ¿Qué otras funciones se te ocurren? Asígnate el desafío e intenta resolverlo, verás cuánto te entusiasmas.

## Hablando en serio

Esperamos que estos ejemplos te hayan animado para jugar más y más con GeoGebra. La cantidad de conexiones entre los conocimientos matemáticos, lógicos, geométricos, algorítmicos, etc., es inagotable, y el desafío de composición de juegos hace que el gran trabajo conceptual de fondo se haga muy llevadero gracias a que la motivación se fortalece notoriamente. Juega, pero también crea nuevos juegos y compártelos con la comunidad de GeoGebra. Todos podremos divertirnos más (y aprender más) gracias a ti.

DIEGO LIEBAN

FABIÁN VITABAR VAZ