

Vera T. Sós: «Las matemáticas son interesantes, hermosas y emocionantes»

MARTA MACHO STADLER

Las matemáticas, que buscan responder preguntas motivadas en parte por el mundo exterior y en parte por sus propias necesidades internas, son interesantes, hermosas y emocionantes.

[A matematika – amely részben a külvilág, részben a saját belső igényei által motivált kérdésekre keresi a választ – érdekes, szép, izgalmas]¹



Vera T. Sós en el Workshop
Combinatorics, Oberwolfach, 2008
Fuente: Wikimedia Commons

Mujeres matemáticas: rompiendo moldes

Vera T. Sós es una matemática poco conocida. En mi caso, la descubrí por casualidad; llegué a ella a través de su marido al que, por cierto, también encontré por puro azar. Vera, como podréis ver en este breve artículo, fue una matemática activa, que publicó profusamente con diferentes colegas, algunos de ellos muy prestigiosos.

Pero, sorprendentemente —en realidad, *burgando* en la historia de la ciencia esto es muy habitual— de Vera T. Sós se sabe muy poco fuera de su país. Por ejemplo, en el *MacTutor History of Mathematics archive*² no hablan de ella, aunque sí lo hacen de muchos de los matemáticos con los que colaboró.

Vera T. Sós (1930) es una matemática húngara cuya investigación se ha centrado fundamentalmente en teoría de números³ y en combinatoria⁴.

Fue alumna de tesis⁵ del matemático húngaro Lipót Fejér (1880-1959)⁶, al igual que los célebres matemáticos Marcel Riesz (1886-1969)⁷, George Pólya (1887-1985)⁸, Tibor Radó (1895-1965)⁹, John von Neumann (1903-1957)¹⁰ o Paul Erdős (1913-1996)¹¹, entre otros. Además de trabajar con Lipót Fejér, Vera colaboró activamente con numerosos colegas, en particular con Paul Erdős y Alfréd Rényi (1921-1970)¹². Por supuesto, el *número de Erdős*¹³ de Vera T. Sós es 1; de hecho, publicaron treinta artículos juntos.

Vera Sós nació el 11 de septiembre de 1930 en Budapest (Hungría). Para Vera, su profesor Tibor Gallai (1912-1992)¹⁴ fue la persona que descubrió su talento para las matemáticas. Él le enseñó y suscitó en ella una imparable curiosidad por esta disciplina entre los 14 y los 18 años. Además de ayudarles a comprender y descubrir el atractivo de las matemáticas, Gallai proporcionaba a sus estudiantes algunas tareas adicionales, compartía con su alumnado algunas revistas matemáticas y les animaba a participar en diferentes concursos. Gracias a su profesor, Vera pudo conocer a Paul Erdős, Rózsa Péter (1905-1977)¹⁵ y Alfréd Rényi durante sus estudios de secundaria y, a través de todos ellos, su interés por las matemáticas no dejó de crecer.

Estudió física y matemáticas en la Universidad Eötvös Loránd de Budapest, graduándose en 1952. Allí conoció a Pál Turán (1910-1976)¹⁶ y se casaron en 1952; para él era su segundo matrimonio. A partir de aquel momento pasó a llamarse Vera T. Sós, la «T» por el apellido de su marido. Y tuvieron dos hijos, Gyorgy (1953) y Thomas (1960).

Teoremas, teoremas, teoremas... y mucha más actividad

El currículum investigador de Vera T. Sós (ver referencia *Vera Sós*, Research Gate) es realmente impresionante. Aunque en su país, Hungría, recibió numerosos reconocimientos, es probablemente poco conocida entre la comunidad matemática. Sin embargo, ha colaborado con numerosos matemáticos, publicado más de cien artículos en revistas matemáticas y dirigido cinco tesis doctorales¹⁷.

Por ejemplo, junto a su marido —con el que colaboró en pocas ocasiones porque sus intereses matemáticos y su estilo de trabajo eran diferentes, según comentaba la propia Vera (Staar, 2000)— y al matemático Tamás Kóvári demostró el *teorema de Kóvári-Sós-Turán* (1954). En él proporcionaban una cota superior para la solución¹⁸ del *problema de Zarankiewicz*¹⁹, una cuestión aún no resuelta que intenta averiguar cuál es el mayor número

posible de aristas en un grafo bipartito²⁰ que tiene un número dado de vértices y no posee subgrafos bipartitos completos²¹ de un tamaño dado (figura 1).

Otro de sus logros, esta vez junto a Paul Erdős y Alfréd Rényi, es el llamado *teorema de la amistad*²² (1966). Este resultado afirma que los grafos finitos con la propiedad de que dos vértices cualesquiera tienen exactamente un vértice vecino en común son precisamente los llamados *grafos de la amistad* (figura 2).

Los grafos de la amistad, denotados por F_n , son grafos planos²³ y poseen $2n + 1$ vértices y $3n$ aristas.

El grafo de la amistad F_n se construye pegando n copias del ciclo²⁴ C_3 a lo largo de un vértice común (figura 3).

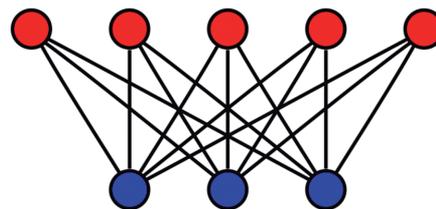


Figura 1. Un grafo bipartito completo
Fuente: Wikimedia Commons

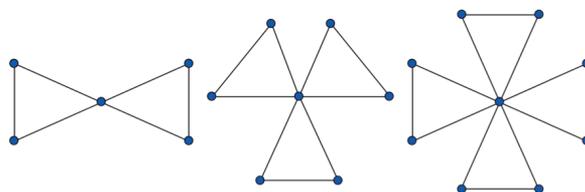


Figura 2. Grafos de la amistad F_2 , F_3 y F_4
Fuente: Wikimedia Commons

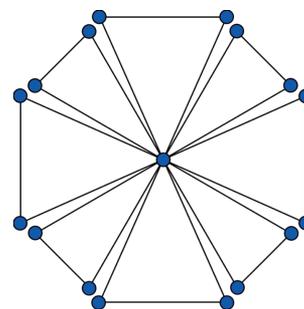


Figura 3. Grafo de la amistad F_8
Fuente: Wikimedia Commons

Una manera de pensar en este teorema —y de allí su nombre— es la siguiente: si un grupo de personas posee la característica de que cada par de ellos tiene exactamente un amigo en común, entonces debe de haber una persona que sea amiga de todas las demás. Por cierto, esta propiedad no es cierta para grafos infinitos.

En la década de 1950, Vera T. Sós demostró el *teorema de tres distancias*²⁵ (1958), resultado de teoría de números conjeturado por Hugo Steinhaus (1887-1972)²⁶ y demostrado independientemente por el matemático Stanisław Świerczkowski (1932-2015)²⁷. Este teorema afirma que si se colocan n puntos en una circunferencia —en los ángulos de θ , 2θ , 3θ , etc., desde el punto de partida— habrá como máximo tres distancias distintas entre pares de puntos adyacentes alrededor de la circunferencia. Además, cuando hay tres distancias, la mayor de las tres siempre es igual a la suma de las otras dos. Y si θ no es un múltiplo racional de π , también habrá al menos dos distancias distintas.

El teorema de tres distancias se aplica en ámbitos muy variados, como en el estudio del crecimiento de plantas, la filotaxis, en los sistemas de afinación musical o en la teoría matemática de las palabras de Sturmian²⁸.

En 1965, junto a su compañero András Hajnal (1931-2016)²⁹, Vera inició el *seminario semanal Hajnal-Sós* en la Sección de Matemáticas de la Acade-



Figura 4. Vera T. Sós y Pál Turán (1966)
Fuente: Wikimedia Commons

mía Húngara de Ciencias³⁰. Este seminario se consideraba un «foro para nuevos resultados en la combinatoria» y sigue organizándose hoy en día.

Vera T. Sós ha sido distinguida con numerosos premios como resultado de su trabajo en matemáticas. Uno ellos es el prestigioso Premio Széchenyi —nombrado en honor al político y escritor István Széchenyi (1791-1860)³¹—, que recibió en 1997, y que se otorga a aquellas personas que han realizado importantes contribuciones a la vida académica de Hungría.

Referencias bibliográficas

- ERDŐS, P. (1980), «Some personal reminiscences of the mathematical work of Paul Turán», *Acta Arithmetica*, n.º XXXVII, 3-8, <https://users.renyi.hu/~p_erdos/1980-43.pdf>.
- ERDŐS, P., A. RÉNYI y V. T. SÓS (1966), «On a problem of graph theory», *Studia Scientiarum. Mathematicarum Hungarica*, n.º 1, 215-235, <https://www.renyi.hu/~p_erdos/1966-06.pdf>.
- KÓVÁRI, T., V. T. SÓS y P. TURÁN (1954), «On a problem of K. Zarankiewicz», *Colloquiumth*, n.º 3 50-57, <<http://matwbn.icm.edu.pl/ksiazki/cm/cm3/cm3110.pdf>>.
- SÓS V. T. (1958), «On the distribution mod 1 of the sequence $n\alpha$ », *Annales Universitatis Scientiarum Budapestinensis, Rolando Eötvös Nominatae Sectio Mathematica*, n.º 1, 127-134, <http://annalesm.elte.hu/annales01-1958/Annales_1958_T-I.pdf>.
- STAAR, G. (2000), *A matematika professzor asszonya Beszélgetés T. Sós Vera akadémikussal*, Természet Világa, <<http://www.termeszetvilaga.hu/tv2000/tv0009/matematika.html>>.
- Vera Sós, Research Gate: <https://www.researchgate.net/scientific-contributions/25515785_Vera_T_Sos>.
- Vera Sós, Simon Foundation (2016), video: <<https://www.simonsfoundation.org/2016/06/16/vera-sos/>>.
- Vera T. Sós, Wikipedia <https://en.wikipedia.org/wiki/Vera_T._S%C3%B3s> [Consultada el 10 de septiembre de 2019].

MARTA MACHO STADLER
Universidad del País Vasco
<marta.macho@ehu.eus>

1 Cita extraída de Staar (2000) y traducida con *Google Traductor*.
2 Página web mantenida por John J. O'Connor y Edmund F. Robertson, hospedada por la Universidad de St. Andrews (Escocia) y que contiene biografías detalladas de muchos matemáticos históricos y contemporáneos:

<<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/>>.

3 La teoría de números es la rama de las matemáticas que estudia las propiedades de los números, fundamentalmente los números enteros. Se atribuye al matemático Carl Friedrich Gauss la siguiente hermosa y contundente frase: *La Matemática es la reina de las ciencias y la teoría de números es la reina de las Matemáticas* [*Die Mathematik ist die Königin der Wissenschaften und die Zahlentheorie ist die Königin der Mathematik*].

4 La combinatoria es la rama de la matemática que estudia las maneras de contar. Aparte del interés en sí misma, se aplica fundamentalmente a la teoría de la probabilidad.

5 Su tesis doctoral *Un tratamiento geométrico de fracciones continuas y sus aplicaciones a la teoría de aproximación diofántica* (en húngaro) fue defendida en 1957:

<<https://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=35152>>.

6 <<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Fejer.html>>.

7 <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Riesz_Marcel.html>.

8 <<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Polya.html>>.

9 <<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Rado.html>>.

10 <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Von_Neumann.html>.

11 <<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Erdos.html>>.

12 <<https://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Renyi.html>>.

13 *El número de Erdős* describe la distancia colaborativa entre una persona y el matemático Paul Erdős en cuanto a trabajos matemáticos publicados. Paul Erdős fue uno de los más prolíficos matemáticos en cuanto a publicaciones científicas: unos 1500 artículos y más de 500 coautores. Así, Paul Erdős tiene número de Erdős igual a 0, cualquier persona que haya publicado con él tiene número de Erdős igual a 1, alguien que haya publicado con un coautor de Erdős tiene número de Erdős igual a 2, etc. Si deseas saber tu número de Erdős —si has publicado algún artículo científico— puedes visitar la página <<https://files.oakland.edu/users/grossman/enp/Erdos1.html>> de las personas con número de Erdős igual a 1 —son los coautores del matemático húngaro— y empezar a investigar. Puedes encontrar información en The Erdős Number Project <<https://www.oakland.edu/enp/>> donde te ayudan a calcular tu número de Erdős.

14 <https://en.wikipedia.org/wiki/Tibor_Gallai>.

15 Como Vera T. Sós, Rózsa Péter fue alumna de Lipót Féjer. Trabajó fundamentalmente en funciones recursivas. Es muy conocida por el libro *Jugando con el Infinito: exploraciones y excursiones matemáticas*, publicado en 1943 y traducido posteriormente a varios idiomas. Se trata de una reflexión sobre temas relacionados con la geometría, la lógica y la teoría de números dirigida a un público general. Esta bella cita, muy parecida a la de Vera T. Sós que abre este escrito, es precisamente de este inspirador libro: «Me encantan las matemáticas no solo por sus aplicaciones técnicas, sino sobre todo porque son hermosas»,

<<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Peter.html>>.

16 Al ser un matemático menos conocido que el resto de los colaboradores de Vera T. Sós (y ser su marido), damos algunos datos sobre Pál Turán, que trabajó fundamentalmente en teoría de números. Durante cuarenta y seis años, Turán colaboró con su compatriota Paul Erdős, llegando a publicar veintiocho trabajos conjuntos. Como Vera T. Sós, fue alumno de Lipót Féjer.

Varios conceptos y desigualdades llevan el nombre de este matemático. Por ejemplo, el *teorema de Turán* <https://en.wikipedia.org/wiki/Tur%C3%A1n%27s_theorem> establece que el llamado *grafo de Turán* <https://en.wikipedia.org/wiki/Tur%C3%A1n_graph> es el que tiene el mayor número de aristas entre todos los grafos que no contienen subgrafos completos.

En 1934, Turán utilizó la denominada *criba de Turán* <https://en.wikipedia.org/wiki/Tur%C3%A1n_sieve> —una técnica para estimar el tamaño de ciertos conjuntos de números enteros positivos— para dar una nueva y sencilla demostración de un teorema enunciado en 1917 por Godfrey Harold Hardy y Srinivāsa Ramanujan. Este teorema trataba sobre el orden normal <https://en.wikipedia.org/wiki/Normal_order_of_an_arithmetic_function> del número de divisores primos de un número entero positivo. La *desigualdad de Turán-Kubilius* <https://en.wikipedia.org/wiki/Tur%C3%A1n%E2%80%93Kubilius_inequality> generaliza el anterior resultado.

Se llaman *desigualdades de Turán* <https://en.wikipedia.org/wiki/Tur%C3%A1n%27s_inequalities> a una familia de desigualdades sobre polinomios de Legendre <https://es.wikipedia.org/wiki/Polinomios_de_Legendre> que Turán encontró en 1950. También son conocidas la *desigualdad de Erdős-Turán* <https://en.wikipedia.org/wiki/Erd%C5%91s%E2%80%93Tur%C3%A1n_inequality> en teoría de la medida <https://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_la_medida> y las *conjeturas de Erdős-Turán* sobre progresiones aritméticas <https://en.wikipedia.org/wiki/Erd%C5%91s_conjecture_on_arithmetic_progressions> y sobre bases aditivas <https://en.wikipedia.org/wiki/Erd%C5%91s%E2%80%93Tur%C3%A1n_conjecture_on_additive_bases>.

Gran parte del trabajo de Turán en teoría de números abordó la hipótesis de Riemann <https://es.wikipedia.org/wiki/Hip%C3%B3tesis_de_Riemann>. De hecho, Erdős comentaba (1980) que «Turán era un “no creyente”, de hecho, un “pagano”: no creía en la verdad de la hipótesis de Riemann».

17 Vera T. Sós en la base de datos en línea *Mathematics Genealogy Project*: <<https://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=35152>>. Este repositorio contiene información sobre las fechas de defensa de tesis doctorales, la institución de defensa de esas monografías, las o los supervisores doctorales y las o los estudiantes de doctorados de más de cien mil profesionales de las matemáticas de todo el mundo.

18 <https://en.wikipedia.org/wiki/Zarankiewicz_problem#Upper_bounds>.

19 Zarankiewicz problem, Wikipedia <https://en.wikipedia.org/wiki/Zarankiewicz_problem>.

20 Un grafo bipartito es aquel en el que puede realizarse una partición (en dos conjuntos) de sus vértices, de tal manera que las aristas solo pueden conectar vértices de la primera partición con vértices de la segunda <https://es.wikipedia.org/wiki/Grafo_bipartito>.

21 Un grafo bipartito completo es un grafo bipartito en el que todos los vértices de la primera partición están conectados con todos los vértices de la segunda partición y viceversa <https://es.wikipedia.org/wiki/Grafo_bipartito_completo>.

22 El teorema de la amistad, Wikipedia <https://es.wikipedia.org/wiki/Grafo_de_la_amistad#Teorema_de_la_amistad>.

23 Un grafo plano es aquel que puede dibujarse en el plano sin que ninguna arista se cruce <https://es.wikipedia.org/wiki/Grafo_plano>.

24 Un ciclo es un grafo que consiste en un camino cerrado en el que no se repite ningún vértice a excepción del primero que aparece dos veces como principio y final del camino. Un ciclo de n vértices se denota C_n . Observar que, en un ciclo, el número de vértices y el de aristas coincide <https://es.wikipedia.org/wiki/Grafo_ciclo>.

25 <https://en.wikipedia.org/wiki/Three-gap_theorem>.

26 <<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Steinhaus.html>>.

27 <<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Swierczkowski.html>>.

28 *Una palabra de Sturmian* (su nombre se debe al matemático francés Jacques Charles François Sturm), es una clase de sucesión de caracteres que puede generarse a través de un juego de billar inglés en una mesa cuadrada. La bola golpeada topará sucesivamente con los bordes verticales y horizontales (etiquetados como 0 y 1) y generará una sucesión de letras. Esta sucesión es una *palabra de Sturmian* <https://en.wikipedia.org/wiki/Sturmian_word>.

29 <https://en.wikipedia.org/wiki/Andr%C3%A1s_Hajnal>.

30 <<https://mta.hu/english>>.

31 <https://es.wikipedia.org/wiki/Esteban_Sz%C3%A9chenyi>.