suma+ 92
Secciones
Noviembre 2019
pp. 61-66

¿Con qué juega la gente del MMACA?

MMACA

Del MMACA al aula

Antes de reanudar los múltiples proyectos que desafían al MMACA desde un horizonte cercano, todavía distraídos y perezosos por las vacaciones, reacios a renunciar al cubo y la pala, amablemente os pedimos que nos dejéis seguir jugando.

Por supuesto, nada nos gusta más que invitaros a jugar con nosotros.

Como siempre, os proponemos materiales que podéis construir fácilmente en casa, pero no os dejéis engañar por su aparente sencillez, algunos de los retos que os proponemos a continuación son para verdaderos profesionales, obstinados y pacientes, capaces de regresar y regresar y regresar a un desafío, tan a menudo como sea necesario. Como vosotros/as.

Son materiales nuevos, recién estrenados, para los que aún seguimos buscando soluciones alternativas, demostraciones y estrategias ganadoras, de esas que satisfacen al matemático, que busca la racionalidad, pero que en ocasiones matan al niño que quiere seguir jugando.

Así pues, estáis a tiempo: que cada uno/a escoja qué vertiente quiere satisfacer.

Una última cosa: no busquéis desde el principio un uso didáctico a estas propuestas.

Lo hay, pero todo a su tiempo. Sabemos que cuando leáis este artículo el verano será un recuerdo lejano. Entonces, ¿qué mejor manera de reencontrar

Artículo solicitado por *Suma* en julio de 2019 y aceptado en septiembre de 2019

esas sensaciones de rica inutilidad? Volved al armario, buscad sombrilla y tumbona, preparaos un mojito y liberad al niño/a que lleváis adentro 367 días al año. Delante de la chimenea, si es el caso.

¿Preparados? ¿Listas? ¡Ya!

Los semáforos

Es una variante compleja del tres en rayas, inventada por el diseñador de juegos Alan Parr en 1998[1] y que nosotros hemos conocido a través de nuestros amigos portugueses de Ludus.

En el MMACA jugamos con un tablero de 3×4 y pequeños vasos de plástico verdes, amarillos y rojos[2].

El ganador es el que pone tres vasos contiguos del mismo color en una raya (horizontal, vertical o diagonal).

El primer jugador sitúa un vaso verde en cualquier casilla libre del tablero. El segundo puede situar otro vaso verde en otra casilla libre o poner un vaso amarillo sobre el verde que ha puesto su oponente. Sobre el vaso amarillo, solo se puede poner un vaso rojo, que no cambiará de color hasta el final de la partida.

Como pasa con todos los juegos de este tipo, es más fácil (¡y más divertido!) de jugar que de explicar.

Figura 1. El prototipo del juego de los semáforos en la versión del MMACA

Resumen de las reglas

— Dos jugadores que juegan por turnos.
— Solo los vasos verdes entran en las casillas libres del tablero.
— Los vasos verdes pueden transformarse en amarillos.
— Los vasos amarillos pueden transformarse en rojos, que ya no van a cambiar de color.
— Gana el que consigue poner tres vasos del mismo color en raya.

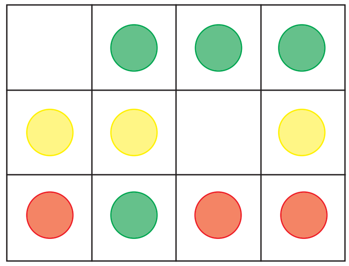

Figura 2. Las piezas verdes están en posición ganadora; las piezas amarillas o rojas no, porque las piezas no son contiguas

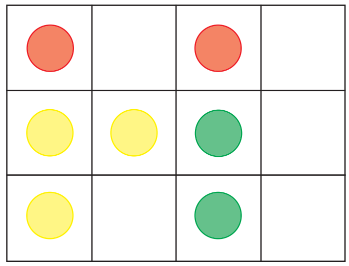

Figura 3. ¿Cómo seguirías para ganar?

Hay una versión más sencilla de este mismo juego, que se realiza en un tablero de 3×3. Esta versión del juego (mismo tablero que el tradicional «Tres en raya») se ha estudiado matemáticamente y se ha descubierto una estrategia ganadora; pero para el tablero que os presentamos, el 3×4, todavía no se conoce una estrategia ganadora. Nosotros, por ahora, no la estamos buscando: el niño sigue ganando al matemático.

El hecho de añadir una línea al tablero de juego, hace que el número de variantes crezca muchísimo, así como el número de posiciones. En todo caso, es un juego en el que nunca se producirán tablas y siempre habrá un ganador, lo que lo convierte en un candidato ideal para organizar, por ejemplo, campeonatos.

En definitiva un juego muy recomendable para todas las edades: las reglas son simples, pero las posiciones a las que dan lugar durante la partida son mucho más complejas de lo que se intuye.

La evolución de la estrategia es muy interesante, incluso para niños bastante pequeños, así que el incremento de la duración del juego que observamos entre jugadores con más experiencia, queda compensado con creces.

El *tangram egipcio*[3]

En el artículo de esta sección que apareció en el número 89 de *Suma* (2018: 40-41), se hablaba del puzle de cinco triángulos, reflexionando sobre algunas de sus propiedades (figura 4).

Es posible que alguien lo haya asociado con el famoso *puzle de la cruz* de Henry Dudeney, especialmente ha observado la estrecha relación de ambos con los triángulos de proporciones 1:2:√5 (figura 5).

En tal caso, le resultará aún más interesante la elaboración hecha por nuestro compañero Carlos Luna para construir su *tangram egipcio* (figura 6).

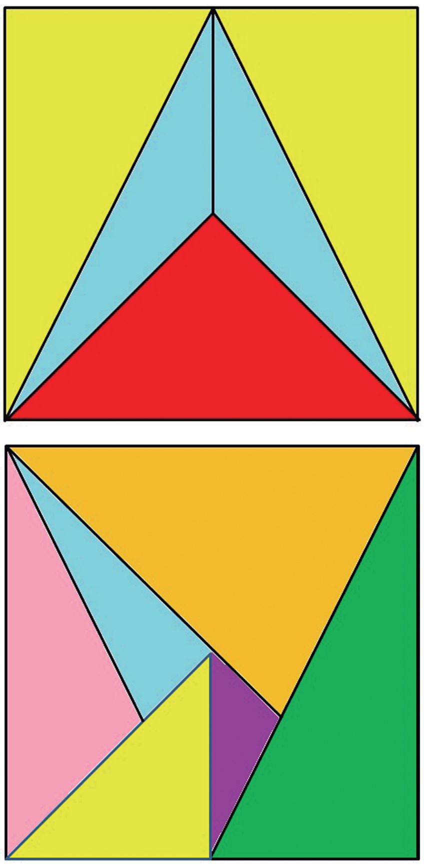

Figura 4. El puzle de los 5 triángulos y una subdivisión en piezas con áreas que son múltiplos de la del triángulo más pequeño (A)

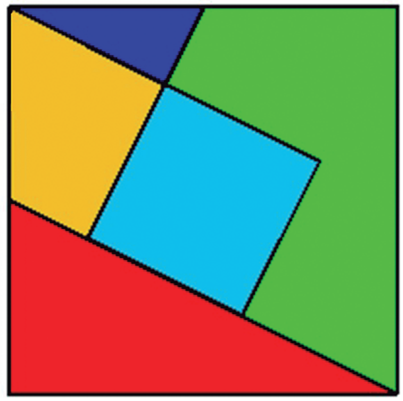

Figura 5. El *puzle de la cruz* de Henry Dudeney

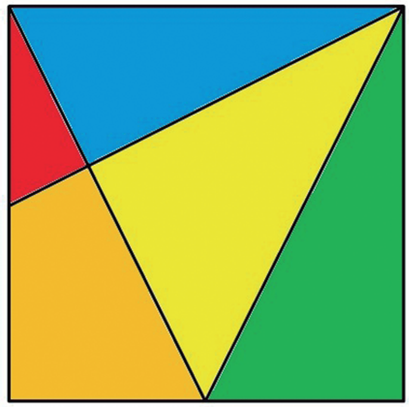

Figura 6. El *tangram egipcio* de Carlos Luna

Como en muchos puzles de este tipo (entre los que destaca el tangram chino, que el maestro Coque Pazos nos hizo redescubrir), uno de los aspectos matemáticos más interesantes es la relación entre las áreas de las piezas que lo componen.

En el puzle de Dudeney, todas las piezas son equicompuestas, o sea que se pueden descomponer en una suma de triángulos iguales al más pequeño.

En el *tangram egipcio* hay una pieza que se escapa de esta propiedad: el triángulo mayor, el amarillo, cuyas proporciones son 3:4:5, como el cordel que en el antiguo Egipto usaba la más famosa terna pitagórica para trazar ángulos rectos. Y así queda resuelto el misterio del nombre de este tangram.

Entre los retos que proponemos para este tangram está el de encontrar todos los triángulos que se pueden construir usando un número variable de piezas. En la figura 7 mostramos los 6 triángulos que son semejantes y dejamos como ejercicio encontrar 4 triángulos más cuyas proporciones son diferentes a $1:2:\sqrt{5}$.

También os retamos a encontrar diferentes figuras interesantes usando las cinco piezas de este tangram. Entre nuestras favoritas están las que aparecen en la figura 8.

Otra oportunidad que nos brinda este material y que, como profesores, nos va a resultar muy útil, es que nos permite una actividad previa más sencilla, trabajando con menos piezas (concretamente, las cuatro piezas triangulares) que aun así nos permite crear varias figuras dignas de estudio (figura 9).

Y si queremos simplificar aún más la actividad siempre podemos quedarnos con el que probablemente sea el tangram más sencillo de todos: un cuadrado dividido en dos piezas que genera 5 polígonos convexos. Ideal para empezar o con alumnos muy, muy pequeños.

Volvamos a nuestro *tangram egipcio*, pensando ahora en los mayores (figura 6).

Un ejercicio con una fuerte componente competencial es calcular el área de las piezas en función del área del cuadrado. Hay trabajo tanto para los que tiran de fórmulas y teoremas como para los que navegan en el mundo del pensamiento divergente.

También los ángulos de las distintas piezas tienen su interés por ser conmensurables, como en muchos buenos puzles matemáticos[4].

Figura 7. La serie de triángulos rectángulos semejantes de áreas: 1, 4, 5, 9, 16 y 20

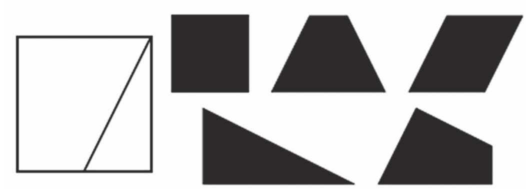

Figura 10. Polígonos convexos construidos usando solo las 2 piezas

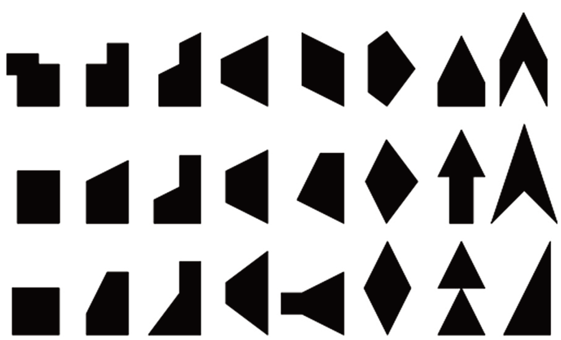

Figura 8. ¿Habrá más?

Figura 9. Polígonos convexos construidos usando solo los 4 triángulos

Simetrías escurridizas

Los siguientes retos son mucho más duros, pero, como decía el gran matemático John Belushi: «When the going gets tough, the tough get going»[5].

Todo empezó el día que Enric Brasó se presentó en el MMACA con este engañosamente sencillo puzle de dos piezas que, como podéis ver, son fáciles de construir sobre una trama isométrica (figura 11).

Siguiendo una política que hemos asumido, la de intentar modificar y adaptar los materiales de otros creadores que nos gustan, Enric había traído también su versión del asunto (figura 12).

En ambos casos el reto es el mismo: combinar las dos formas sin solaparlas para obtener una figura con un eje de simetría. Suena fácil ¿verdad?

Vamos a poner al final del artículo unas ligeras pistas, tan ligeras que algunos la pueden interpretar como provocaciones. Sois libres de ignorarlas[6].

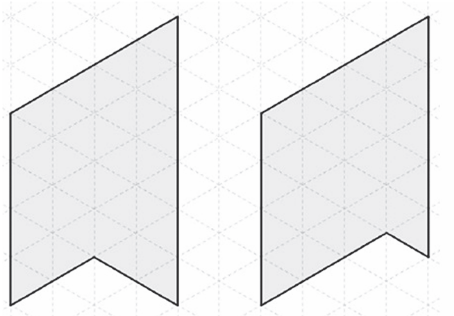

Figura 11. *Symmetrik* de Vesa Timonen

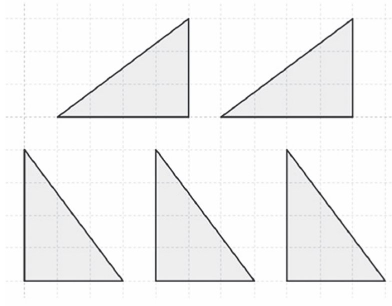

Figura 13. 3-4-5 Symmety Puzzle de Donald Bell

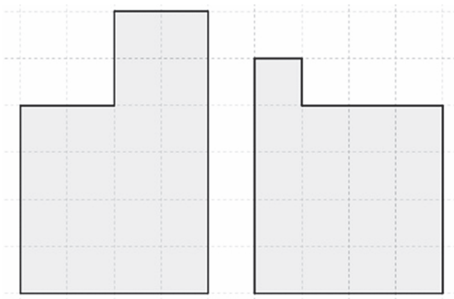

Figura 12. *Square Symmetrik* de Enric Brasó

Figura 14. 3-4-5 *Symmety Puzzle* en su versió MMACA

Si le contamos a nuestra pareja el tiempo que les dedicamos a estos juegos nos echa de casa, porque entre lo que jugamos y lo que discutimos, se van las horas como chuches en el patio de un colegio. Aun así, siempre hay alguien que quiere más, se dedica a investigar y a la siguiente reunión aparece Carlos con una lista de retos que van de lo devastador a lo imposible.

Por si compartís nuestros gustos, aquí va una pequeña selección que nuestra conciencia nos permite difundir sin comprobar todavía más la salud del cuerpo y de la mente de nuestras víctimas. En todos los casos el reto sigue siendo construir una figura con un eje de simetría usando todas las piezas y sin que estas se solapen. El último ejemplo (SYM-353) ofrece 4 soluciones diferentes mientras que los demás tienen solución única.

Disfutadlos, pero cuidado: como pasa con los trucos de magia, no nos está permitido revelar ni a los amigos más queridos, fieles, callados o sexis, las soluciones (figura 13).

El nombre lo indica: los lados de los triángulos son otra vez la terna pitagórica egipcia.

En la versión en madera que hizo Enric —y que hemos llevado a alguna feria— se evidencia esta relación, convencidos de que es una pista, que permite una aproximación aritmética al reto.

El nombre del puzle también da una pista (figuras 14 y 15).

El hecho de que se pueda construir el puzle usando multilinks tiene sus aspectos positivos, ya que nos permite fácilmente tener varios ejemplares de este material[7].

Si se hacen las piezas con cubitos del mismo color, será más fácil reconocer la simetría de la forma final. El reducido número de piezas ayuda a encontrar por lo menos las dos composiciones más sencillas, basadas en los encajes más evidentes.

Hace unos años, se publicó, antes en Francia y después en Italia, un librito de un filósofo[8], que, como en un manifiesto, evidenciaba cómo, para salvar a la humanidad[9] resultaba imprescindible lo que se considera inútil. Era una reivindicación desde el ámbito universitario de la necesidad de estudiar las disciplinas humanistas, matizando la centralidad utilitarista que se reserva a las STEM, y en especial a la tecnología.

Esta aparente o relevante —cada uno decide— dialéctica existe también dentro de toda disciplina, con aspectos cómicos, como en Big Bang Theory, o más substanciales.

Trabajando en el campo de la divulgación matemática (el museo es antes que nada un medio de comunicación[10]), pero con raíces profundas y atención continua puestas en el ámbito educativo, nos gusta pasear como acróbatas sobre la cuerda tensada entre lo lúdico y lo inspirador.

Por esto os invitamos a disfrutar de esta pausa profesional que nos hemos brindado.

Si conseguimos disfrutar de lo que hacemos, nuestro alumnado tendrá más oportunidades de conseguirlo también.

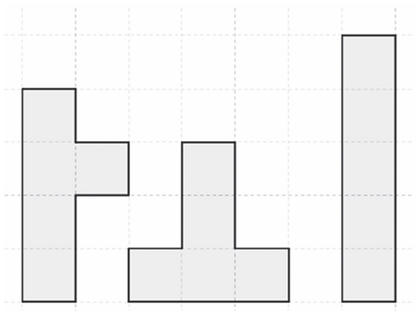

Figura 15. *Crab Puzzle* de Vladimir Krausnoukhov

Otra gran matemática, Mary Poppins, hasta lo cantaba en el aula: «Con un poco de azúcar…»

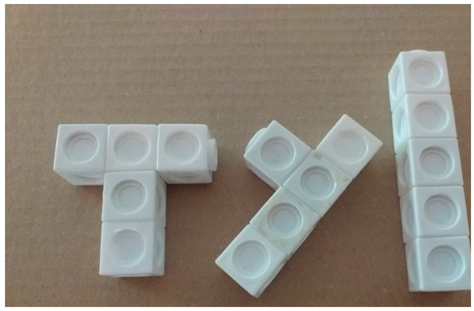

Figura 16. *Crab Puzzle* hecho con multilinks

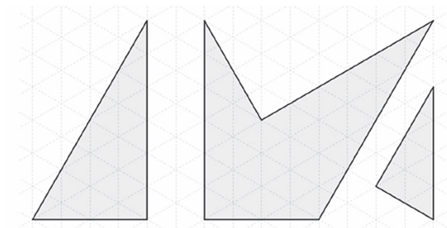

Figura 17. SYM-353 de Jerry Loo & Stanislav Knot. Con estas piezas se pueden formar 4 figuras diferentes con simetría especular

MMACA
Museu de Matemàtiques de Catalunya, Cornellá de Llobregat (Barcelona)
<contacte@mmaca.cat>

1 En algún caso, su creación se fecha en 1985.

2 Se puede jugar con fichas de plástico, sobreponiendo las fichas amarillas encima de las verdes y las rojas encima de las amarillas, o substituyendo adecuadamente las fichas de distinto color. La verdad es que el sistema de los vasos de color resulta mucho más eficaz, inmediato y motivador.

3 Cuando se publique este artículo, ya habrá salido en *Nou Biaix* el artículo de Carlos que desarrolla mucho más los curiosos aspectos matemáticos de esta construcción, tan simple como rica.

4 El análisis completo estará en el artículo de *Nou Biaix* ya citado.

5 ¡Cuando el juego se hace duro, los duros empiezan a jugar!

6 Pistas: Symmetriks, buscad los elementos comunes; Crab, el número de cubos totales es impar, así que el eje de simetría....; 3, 4 y 5, el número de piezas es impar, así que el eje de simetría....; Sym 353, como decíamos, aprovechad los encajes más evidentes.

7 Además, encontrar una utilidad a los pentaminos nos permite dejar de preguntarnos por qué existen los mosquitos.

8 Nuccio Ordine —*L'utilità dell'inutile*— Bompiani (2014). Traducido al español y editado por Acantilado:

<https://www.casadellibro.com/libros-ebooks/nuccio-ordine/130581?utm_source=google&utm_medium=cpc&utm_campaign=5733>.

Sobre el autor: <https://es.wikipedia.org/wiki/Nuccio_Ordine>.

9 <https://www.repubblica.it/cultura/2014/03/24/news/nuccio_ordine_perch_l_inutile_salver_l_umanit-81736334/?refresh_ce>.

10 Guillermo Fernández, *El museo transformador* (2019) <https://www.amazon.es/museo-ciencia-transformador-relevancia-contempor%C3%A1neo/dp/8409076527>.