

Calculadora, inclusión y equidad

MARÍA TERESA NAVARRO MONCHO
AGUSTÍN CARRILLO DE ALBORNOZ TORRES

La mayor parte de los «problemas» se les presentan a los alumnos con objeto de hacerles calcular, con lo cual perdemos el propósito original de los cálculos, que presumiblemente fue el de hacernos capaces de resolver aquellos problemas que merecía la pena resolver. (Fielker, 1985)

La prohibición de determinadas calculadoras en las pruebas de acceso a la Universidad

83
suma⁺
92

Cada año nos enfrentamos a nuevas restricciones en el uso de la calculadora en las pruebas de acceso a la Universidad. En el curso 2017-2018 las universidades de la Comunidad de Madrid restringieron las calculadoras que se podían utilizar en el examen de Matemáticas (figura 1).

En el curso 2018-2019 las universidades del País Vasco restringieron las calculadoras permitidas, a pesar de que apenas un par de meses antes de las pruebas se había celebrado, en Castro Urdiales, un seminario sobre la evaluación de bachillerato para el acceso a la Universidad (EBAU) en las asignaturas de matemáticas, organizado por el Comité Español de Matemáticas (CEMat) en el que se apoyó el informe elaborado por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) sobre la utilización de las calculadoras en las pruebas de evaluación para el acceso a la Universidad. En las conclusiones de este seminario se reivindicó el uso de cualquier tipo y modelo de calculadora en las EBAU:

Sobre las EBAU y el uso de las calculadoras se reivindicó su uso al hilo de los tiempos, solicitando

Sí a las calculadoras

que se admita el uso de cualquier tipo y modelo, para que los estudiantes se centren en el razonamiento y justificación de los procesos. A tal fin, las pruebas deben dejar claro que es esto lo que hay que valorar en las respuestas de los estudiantes y no el simple hecho de dar la solución correcta.

Si la normativa vigente contempla el uso de las tecnologías, cuesta entender la resistencia de algunas autonomías, a aceptar la calculadora en las pruebas.

Finalmente, se reiteró una vez más la importancia de que el diseño de las pruebas y sus matrices de especificaciones favorezcan el cambio en el modelo de enseñanza, de tal manera que se prime la formación matemática, significativa y competencial de los estudiantes, frente a la formación instrumental, reglas sin razones y procedimientos sin razonamientos.

La novedad para las pruebas de acceso a la Universidad del año 2020 la encontramos en Cataluña. Hasta el año 2019 estaba permitida cual-

quier calculadora siempre que no pudiese almacenar datos o transmitir o recibir información. Para las pruebas de 2020 solamente estarán permitidas las calculadoras científicas. ¿Esta nueva restricción estará basada en el argumento de la equidad?

	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso 2017-2018 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
	INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las características siguientes: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, almacenamiento de datos alfanuméricos, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales o resolución de ecuaciones. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada. CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos. TIEMPO: 90 minutos.

Figura 1. Calculadoras permitidas en la Comunidad de Madrid

	UNIBERTSITATERA SARTZEKO EBALUAZIOA 2018ko EKAINA MATEMATIKA II	EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD JUNIO 2018 MATEMÁTICAS II
	Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu. Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.	

Azterketa 5 ariketaz osatuta dago.
 Ariketa bakoitza 0 eta 2 puntu artean baloratuko da.
 Programagarriak ez diren kalkulagailuak erabili daitezke.

Este examen tiene dos opciones.
No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

El examen consta de cinco ejercicios.
 Cada ejercicio será valorado entre 0 y 2 puntos.
 Solamente se podrán usar calculadoras no programables.

Figura 2. Calculadoras permitidas en el País Vasco en 2018

	UNIBERTSITATERA SARTZEKO EBALUAZIOA 2019ko EKAINA MATEMATIKA II	EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD JUNIO 2019 MATEMÁTICAS II
Azterketa honek bi aukera ditu. Haietako bati erantzun behar diozu. Ez ahaztu azterketako orrialde bakoitzean kodea jartzea.		

Azterketa 5 ariketaz osatuta dago.
 Ariketa bakoitza 0 eta 2 puntu artean baloratuko da.
 Kalkulagailuak erabili daitezke baina ezaugarri hauek dituztenak ez:
 pantaila grafikoa, datuak igortzeko aukera, programatzeko aukera, ekuazioak ebazteko aukera, matrize-eragiketarako egiteko aukera, determinanteen kalkulua egiteko aukera, deribatuetan eta integralak egiteko aukera, datu alfanumerikoak gordetzeko aukera.

Este examen tiene dos opciones.
No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

El examen consta de cinco ejercicios.
 Cada ejercicio será valorado entre 0 y 2 puntos.
 No se podrán usar calculadoras que tengan alguna de las siguientes prestaciones:
 pantalla gráfica, posibilidad de transmitir datos, programable, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, derivadas e integrales, almacenamiento de datos alfanuméricos.

Figura 3. Calculadoras permitidas en el País Vasco en 2019.

Proves d'accés a la universitat

2019

Matemàtiques

Sèrie 1

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Figura 4. Calculadoras permitidas en Cataluña en 2019

ÚS DE LA CALCULADORA (NOVETAT PAU 2020)

Es modifica el redactat sobre les calculadores que es poden dur a les PAU. El nou és el següent:

Pots portar calculadora però no s'autoritzarà l'ús d'aquelles que puguin portar informació emmagatzemada o puguin transmetre-la, que siguin gràfiques o que puguin fer càlculs simbòlics.

Figura 5. Calculadoras permitidas en Cataluña en 2020.

¿En qué están basadas todas estas restricciones?

No conocemos con certeza los motivos que llevan a los responsables de las pruebas EBAU a adoptar las restricciones de las calculadoras ya que no suelen atender las peticiones de la FESPM para tratar el tema con profundidad. Sin embargo, en las reuniones de coordinación que organiza cada universidad los argumentos que se utilizan para justificar el modelo actual de examen y las calculadoras permitidas se basan fundamentalmente en una formación instrumental y en la equidad. No aceptamos de ninguna manera estos argumentos.

La afirmación de que el alumnado que no dispone de una calculadora gráfica estaría en desventaja parte del supuesto de que los centros educativos no facilitarían las calculadoras a los alumnos y las alumnas que no disponen de ella para el examen. La equidad, en este caso, es un argumento que se esgrime para prohibir un recurso didáctico que tiene la capacidad de fomentar entre el alumnado uno de los mayores retos de la educación: aprender a pensar para ser ciudadanos críticos, menos manipulables y libres.

Circunstancias, como el entorno socioeconómico y cultural, la accesibilidad o la inclusión del alumnado que tiene alguna necesidad específica de apoyo educativo (NEAE) o dificultad específica de aprendizaje (DEA), que no siempre se consideran y se atienden en los exámenes públicos, atentan contra la equidad en exámenes como las pruebas de acceso a la Universidad.

Hay familias que por su posición económica y social se pueden permitir elegir el centro donde estudiarán sus hijos e hijas, público, concertado o privado. Familias que pueden comprar sin dificultad los libros de texto para cada curso, los libros de lectura de cualquiera de las lenguas que cursen sus hijos e hijas, o los materiales auxiliares como diccionarios, reglas, compás y un largo etcétera. Familias que pueden hacer frente a unas clases particulares si sus hijos o hijas las requieren; costear actividades extraescolares o salidas cu-

rriculares. Pero, lamentablemente, hay alumnos y alumnas que competirán por una plaza en la universidad con unos recursos más bien escasos. ¿Quién vela entonces por la igualdad de oportunidades?

Es evidente que no todas las familias pueden costear el precio de una calculadora, sin embargo existen diferentes formas de garantizar que todo el alumnado que se presenta a un examen público disponga de una calculadora gráfica, bien sea desde el centro de procedencia o desde las instituciones que lo elabora y evalúa.

En cuanto al modelo de examen, consideramos que es un sinsentido que la prueba se limite a verificar el conocimiento y la comprensión memorística de los conceptos y la adquisición de habilidades de cálculo. Pues no es el modelo más idóneo para evaluar el razonamiento y la madurez. Además, no permite que el alumnado con DEA demuestre que, a pesar de sus dificultades, ha alcanzado los objetivos que se requieren para acceder a la Universidad.

En las conclusiones del seminario sobre la evaluación de bachillerato para el acceso a la universidad (EBAU) en las asignaturas de matemáticas, se recoge que:

Es necesario avanzar hacia unas pruebas que sirvan realmente para alcanzar los objetivos de pensamiento crítico, razonamiento y madurez que se requiere para el acceso a los distintos grados universitarios.

Se está de acuerdo en cambiar a un nuevo modelo de prueba que evalúe más por competencias, y la clave para ello es la resolución de problemas, evitando ejercicios tipo, de modo que el trabajo de los profesores en segundo de Bachillerato no se centre en preparar y adiestrar para un examen.

Es pertinente añadir que una evaluación por competencias exige un modelo de enseñanza de las matemáticas, basado en la resolución de problemas, el razonamiento, la comunicación, la representación y las conexiones. Modelo que contribuye a alcanzar el cuarto objetivo de la Agenda 2030 sobre el Desarrollo Sostenible que aprobó la ONU en 2015:

existen diferentes formas de garantizar que todo el alumnado que se presenta a un examen público disponga de una calculadora gráfica

La calculadora gráfica en las pruebas

Exigir el uso de la calculadora gráfica en las pruebas de acceso a la Universidad no es un capricho, es el fruto de una larga y profunda reflexión sobre los derechos de nuestro alumnado. Recibir una educación matemática de calidad, al igual que sus compañeros y compañeras de los países europeos de nuestro entorno, es un derecho. Una educación matemática, que no se reduzca a adiestrar en habilidades de cálculo como ocurre en la mayoría de las pruebas que se llevan a cabo en nuestro país. Una educación que mejore la comprensión de los conceptos. En este aspecto, cabe destacar que los objetivos del uso de la tecnología son la mejora de la comprensión conceptual a través de la exploración de otros métodos de resolución de problemas, la mejora de la capacidad de razonar y de modelizar.

Países tan diversos culturalmente como Portugal, Italia, Francia, Suecia, Finlandia o Noruega, o el Bachillerato Internacional hace años que han entendido que hay contenidos matemáticos que se pierden si no se utilizan las herramientas tecnológicas que tenemos a nuestro alcance. Pero también se pierden diferentes formas de tratar los contenidos de siempre que los hacen más accesibles a todo el alumnado. Por todo ello, exigen a su alumnado el uso de la calculadora gráfica en sus respectivas pruebas de acceso a la Universidad. Estamos convencidos de que la competencia matemática del alumnado de estos países o del Bachillerato Internacional no sufre ninguna merma respecto a la competencia matemática de nuestro alumnado, más bien al contrario. Estamos seguros que nadie en este país se atrevería a poner en duda que sus conocimientos matemáticos no son los adecuados para iniciar unos estudios de grado con garantía de éxito. Sin embargo, según el tipo de bachillerato que se curse en España, las condiciones de

las calculadoras sirven como ayuda para avanzar en la comprensión del estudiante

las pruebas son diferentes, a pesar del distrito único de acceso a la Universidad. Mientras que el alumnado del Bachillerato Internacional goza de una enseñanza privilegiada similar a los países de nuestro entorno, el resto del alumnado se ve abocado a un aprendizaje instrumental que de poco o nada le servirá en sus estudios universitarios o en su vida cotidiana.

Tradición frente a tecnología

El tipo de calculadora que se puede utilizar en las pruebas externas es la punta del iceberg de un grave problema que sufre la enseñanza de las matemáticas en nuestro país.

El informe Cockcroft recomendó en 1982 el uso de calculadoras en todas las etapas educativas. El informe Thomas apoyó en 1985 esta recomendación. En el informe de la FESPM se recoge la postura de las instituciones internacionales más influyentes sobre la educación matemática.

El Consejo Nacional de profesores de Matemáticas (NCTM), entidad equivalente a la FESPM en Estados Unidos, aboga por la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de alta calidad para todos los estudiantes.

Sobre el uso de calculadoras en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, afirma que su utilización no contribuye con ningún resultado negativo para el desarrollo de habilidades o para la competencia procesal, sino que mejora la comprensión de los conceptos matemáticos y la orientación del estudiante hacia las matemáticas. El NCTM defiende el uso de cualquier tipo de calculadora, desde aquellas que únicamente tienen las cuatro funciones básicas asociadas a las operaciones aritméticas, hasta las científicas, las gráficas y las que podríamos denominar como avanzadas tipo CAS o software de geometría dinámica. Concretamente destacan que, ya desde los primeros cursos de la enseñanza las calculadoras sirven como ayuda para avanzar en la comprensión del estudiante sin reemplazar la necesidad

de otros métodos de cálculo. Señalan que el uso de la calculadora puede promover el pensamiento y el razonamiento de orden superior necesarios para la resolución de problemas en nuestra sociedad basados en la información y la tecnología. Su utilización puede ayudar también a aumentar la comprensión y fluidez con operaciones aritméticas, algoritmos y relaciones numéricas, a mejorar la motivación de los estudiantes y a reconocer y extender patrones, relaciones numéricas, algebraicas y geométricas.

La Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI) es una organización mundial dedicada a la investigación y al desarrollo en educación matemática en todos los niveles. El ICMI no se posiciona sobre el uso de las calculadoras desde su web como lo hace el NCTM, pero numerosas publicaciones y contribuciones presentadas en el Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME) avalado y organizado por esta comisión, defienden el uso de este recurso en cualquier etapa educativa de forma similar a como lo hace el NCTM.

Subrayan que las calculadoras son herramientas maravillosas que ayudan a justificar que la educación matemática sea desafiante, no rutinaria y que ayuda a todos los estudiantes a que participen de las matemáticas.

A pesar de ello, la actitud de gran parte del profesorado de primaria y secundaria es la de rechazar cualquier dispositivo que permita realizar cálculos aritméticos, representaciones gráficas, derivadas, integrales, cálculos estadísticos y de determinantes... Esta posición es además reforzada por las instituciones que elaboran las pruebas externas.

La tradición de la aritmética y el álgebra escrita en primaria, secundaria y bachillerato está tan profundamente enraizada que impide que parte del profesorado acepte que el uso de la calculadora mejora el aprendizaje las matemáticas.

Los currículos de primaria, secundaria y bachillerato no ayudan cambiar esta tradición. En los preámbulos de las diferentes etapas se reconoce la importancia de la resolución de problemas, las investigaciones, los proyectos, el uso de la calculadora en primaria y de la gráfica en secundaria y bachillerato. Sin embargo, en la concreción de

los contenidos y estándares de aprendizaje evaluables la tradición del algoritmo reaparece con contundencia. El profesorado encuentra así la justificación para limitar, restringir o prohibir el uso de la calculadora. De manera que se desentiende de las evidencias de mejora fruto de la investigación didáctica. Hace más de medio siglo que Emma Castelnuovo (1963) justificaba el uso de la calculadoras desde edades tempranas:

¿Tiene importancia hoy día, dada la enorme difusión de las máquinas calculadoras, ejercitar a los niños que apenas cursan la escuela elemental, haciéndolos ejecutar largas operaciones con números enteros y decimales cuando estas operaciones pueden efectuarse en pocos segundos con una máquina que está al servicio del más pequeño negocio o de la más modesta oficina?

Y, ¿no sería mejor dedicar un poco de tiempo al cálculo mental y habituar a los muchachos a juzgar «a ojo» el valor del resultado, lo cual es importantísimo aun con el uso de las calculadoras?

Unos años más tarde, David Fielker afirmaba que «las calculadoras pueden utilizarse de varias maneras **sensatas** para contribuir al aprendizaje de las matemáticas» (1986: 13).

Distingue cuatro maneras sensatas:

Es sensato tener calculadoras disponibles para hacer cálculos siempre que sea necesario (1986: 13).

Los problemas reales se hacen posibles (1986: 14).

Las calculadoras proporcionan métodos variados para resolver problemas (1986: 14).

Las calculadoras estimulan la actividad matemática (1986: 15).

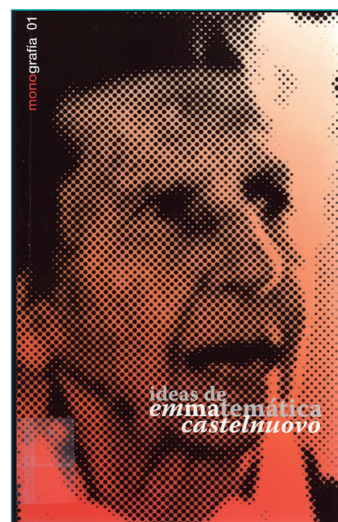


Figura 6. Monográfico de SUMA de Emma Castelnuovo.

De estas maneras sensatas se pueden extraer algunas reflexiones muy interesantes. En nuestro día a día si necesitamos realizar un cálculo y no lo podemos hacer de cabeza, hacemos una estimación. Si necesitamos el resultado exacto no dudamos en acudir a la calculadora del móvil. En las aulas, lamentablemente, se realizan muchos cálculos simplemente para adquirir práctica. En demasiadas ocasiones los problemas que se plantean son solo una excusa para seguir practicando. Esto contribuye a una enseñanza instrumental, que impide a quien no hace bien los «inútiles» algoritmos que se exigen, la posibilidad de progresar en su competencia matemática. El uso de la calculadora no reduce la necesidad de comprender las matemáticas. Saber cómo se suma y saber cuándo hay que sumar, implican distintos aspectos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Por otra parte, la calculadora hace los cálculos, y los problemas reales o realistas se hacen posibles. El alumnado decide las medidas o los datos que necesita, cómo obtenerlos, con cuánta exactitud los necesita y qué va a hacer con ellos. Pero aquí no acaba la tarea, queda validar la solución:

- ¿resuelve el problema?
- ¿es correcta la solución?
- ¿hace surgir otros problemas?
- ...

La calculadora no solamente hace los cálculos, una de sus mejores características es la rapidez que permite utilizar métodos sistemáticos para verificar o rechazar conjeturas. Ahora bien, el trabajo no termina con la verificación o rechazo pues no es suficiente que el alumnado observe qué pasa sin intentar explicar por qué pasa. Es pertinente recordar que hacer hipótesis es uno de los rasgos de la actividad matemática en la que el alumnado explora los problemas con más oportunidades para tomar decisiones, para identificar los problemas..., en definitiva, para trabajar como matemáticos y matemáticas.

Priorizar en la enseñanza, bajo la influencia del tipo de pruebas externas, la habilidad de realizar determinados cálculos algorítmicos sin cometer errores en lugar de impulsar una enseñanza basada en la capacidad de razonar, decidir qué

operaciones hay que realizar y en qué orden para resolver una problema tiene como primera consecuencia la prohibición del uso de la calculadora.

Anomalías educativas en las pruebas de acceso a la Universidad

Con este ansia de prohibir surge en los exámenes de matemáticas en las EBAU lo que podríamos tildar de «anomalía educativa».

Disponer de una calculadora gráfica o algunos modelos de calculadora científica en las pruebas de acceso a la Universidad provoca que determinada información que se incluye en dichas pruebas sea una «anomalía».

Para resolver el ejercicio 4 de la prueba de Matemáticas II de la Comunidad de Madrid (figura 7), si no se permite el uso de las calculadoras adecuadas, es necesario como hace más de 40 años, incluir una tabla de la distribución normal (figura 8).

	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso 2018-2019 MATERIA: MATEMÁTICAS II	
INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN		
Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.		
Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.		
CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.		
TIEMPO: 90 minutos.		
OPCIÓN A		
Ejercicio 1. Calificación máxima: 2.5 puntos.		
Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} kx + (k+1)y + z = 0, \\ (k-1)x + ky - z = 0, \\ (k-1)x - y = -(k+1), \end{cases}$ se pide:		
a) (2 puntos) Discutir el sistema según los valores del parámetro real k . b) (0.5 puntos) Resolver el sistema para $k = -1$.		
Ejercicio 2. Calificación máxima: 2.5 puntos.		
a) (1.25 puntos) Sean f y g dos funciones derivables de las que se conocen los siguientes datos: $f(1) = 1$, $f'(1) = 2$, $g(1) = 3$, $g'(1) = 4$.		
Dada $h(x) = f((x+1)^2)$, use la regla de la cadena para calcular $h'(0)$. Dada $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, calcule $k'(1)$.		
b) (1.25 puntos) Calcule la integral $\int (\sec x)^4 (\cos x)^3 dx$. (Se puede usar el cambio de variables $t = \sec x$.)		
Ejercicio 3. Calificación máxima: 2.5 puntos.		
Dados los puntos $A(1, 1, 1)$, $B(1, 3, -3)$ y $C(-3, -1, 1)$, se pide:		
a) (1 punto) Determinar la ecuación del plano que contiene a los tres puntos.		
b) (0.5 puntos) Obtener un punto D (distinto de A , B y C) tal que los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ y $\overrightarrow{AD}$ sean linealmente dependientes.		
c) (1 punto) Encontrar un punto P del eje OX , de modo que el volumen del tetraedro de vértices A , B , C y P sea igual a 1.		
Ejercicio 4. Calificación máxima: 2.5 puntos.		
Una empresa ha llevado a cabo un proceso de selección de personal.		
a) (1.25 puntos) Se sabe que el 40% del total de aspirantes han sido seleccionados en el proceso. Si entre los aspirantes había un grupo de 8 amigos, calcule la probabilidad de que al menos 2 de ellos hayan sido seleccionados.		
b) (1.25 puntos) Las puntuaciones obtenidas por los aspirantes en el proceso de selección siguen una distribución normal, X , de media 5.6 y desviación típica σ . Sabiendo que la probabilidad de obtener una puntuación $X \leq 8.2$ es 0.67, calcule σ .		

Imagen 7. Prueba de Matemáticas II de la Comunidad de Madrid. Curso 2018-2019

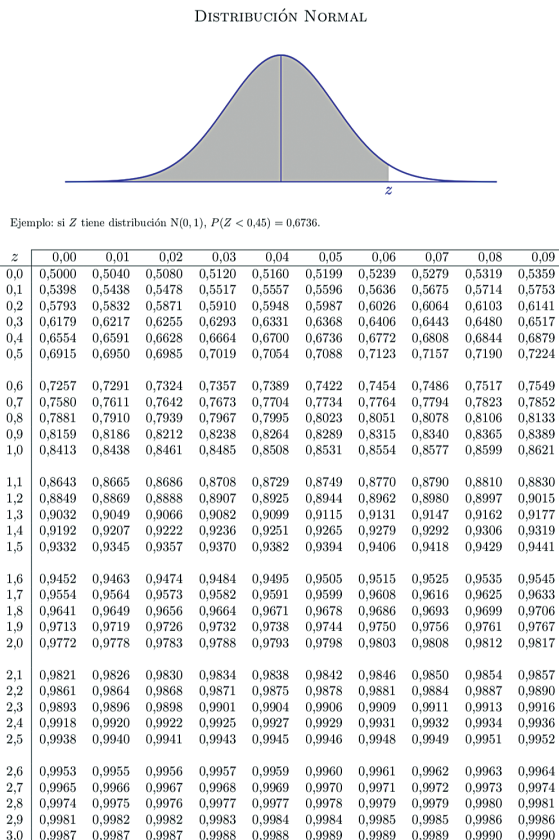


Figura 8. Tabla de la distribución normal de la prueba de la Comunidad de Madrid. Curso 2018-2019

¿Localizar un número en una tabla demuestra mayor competencia matemática que decidir qué operaciones y en qué orden se tienen que realizar para resolver la cuestión planteada y efectuar los cálculos pertinentes con una calculadora?

Es bastante frecuente que uno de los ejercicios de las pruebas de acceso a la Universidad pida el cálculo de un determinante y la matriz inversa de una matriz cuadrada de orden 3, como en la prueba de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II de la Comunidad Valenciana que se muestra en la figura 9.

Dos cuestiones nos asaltan de inmediato ante este tipo de ejercicio:

- Pregunta: ¿Cuál es el objetivo de calcular el determinante?
- Respuesta: Es claro, el cálculo de la matriz inversa.

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
UNIVERSITY OF VALÈNCIA

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

CONVOCATÒRIA: JULIOL 2018

Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATORIA: JULIO 2018

Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

BAREMO DEL EXAMEN:
 Se elegirán solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.
 Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.
 Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Problema 1. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \text{ y el vector } c = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \text{ se pide:}$$

a) Calcula el determinante de la matriz A y calcula A^{-1} . (2 + 4 puntos)

b) Determina el vector x que verifica $Ax = B^t c$, donde B^t representa la matriz traspuesta de B . (4 puntos)

Problema 2. Los ingresos y costes anuales, en miles de euros, de una fábrica de mochilas vienen dados, respectivamente, por las funciones

$$I(x) = 4x - 9, \quad C(x) = 0,01x^2 + 3x$$

donde la variable x expresa en euros el precio de venta de una mochila. Se pide:

a) Calcula la función de beneficios. (1 punto)

b) ¿Cuál ha de ser el precio de venta x para que el beneficio sea máximo? (1 punto)

c) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? (1 punto)

c) Para la función de beneficios, determina los puntos de corte con los ejes y las zonas de crecimiento y decrecimiento. Representa gráficamente dicha función. (5 puntos)

d) Razona para qué precios de venta (valores de x) la empresa tendría pérdidas. (2 puntos)

Problema 3. Un dado normal tiene sus caras numeradas del número 1 al 6. Otro dado está trucado y tiene cuatro caras numeradas con el 5 y las otras dos caras numeradas con el 6. Se elige un dado al azar y se realizan dos tiradas con el dado elegido. Se pide:

a) Calcula la probabilidad de sacar un 6 en la primera tirada y un 5 en la segunda. (3 puntos)

b) Calcula la probabilidad de que la suma de los resultados obtenidos entre las dos tiradas sea 11. (3 puntos)

c) Si al realizar las dos tiradas con el dado elegido al azar se obtiene un 6 en la primera tirada y un 5 en la segunda, ¿cuál es la probabilidad de haber elegido el dado trucado? (4 puntos)

Figura 9. Prueba de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II de la Comunidad Valenciana. Julio 2018

Entonces seguimos formulando preguntas:

- Pregunta: ¿Cuál es el objetivo de obtener la matriz inversa?
- Respuesta: Evidente, ¿no? Resolver la ecuación matricial.
- Pregunta: ¿Cuál es el objetivo de resolver la ecuación matricial?
- Respuesta: Practicar.

Y entonces llegamos a la desolación: se ha perdido el propósito original de los cálculos.

Evidenciado el objetivo del ejercicio, analizamos cómo exige la prueba que se justifiquen los resultados numéricos: «los resultados numéricos deberán estar siempre debidamente justificados».

No es necesario explicar la cantidad de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones que hay que realizar en este ejercicio. ¿Todas y cada una de

ellas se tienen que justificar? ¿Por escrito? ¿Se penaliza también el cálculo mental en las pruebas de acceso a la Universidad?

Llegamos de nuevo a la más profunda desolación.

Por todo ello creemos, exigimos, que los responsables de elaborar las pruebas de acceso a la Universidad inicien una reflexión profunda sobre el modelo de examen y las calculadoras permitidas. Reflexión que debería tener en cuenta el currículo oficial al menos, a nuestro parecer, en dos aspectos importantes: la competencia matemática y el uso de la tecnología apropiada para evaluarla correctamente.

Los responsables deberían tener en cuenta que todo nuestro alumnado tiene derecho a recibir una enseñanza de las matemáticas de alta calidad. Las pruebas de acceso a la Universidad deberían contribuir a ello, en lugar de conformarse con un aprendizaje instrumental de las matemáticas.

Referencias bibliográficas

- CASTELNUOVO, E. (1970), *Didáctica de la Matemática moderna*, Trillas, México.
- CEMAT (2019), *Conclusiones del seminario sobre la evaluación de bachillerato para el acceso a la universidad (EBAU) en las asignaturas de matemáticas*.
<<http://matematicas.uclm.es/cemat/wp-content/uploads/Conclusiones-Jornadas-EBAU-en-Matemáticas-2019.pdf>>.
- FESPM (2018), *Informe sobre la utilización de las calculadoras en las pruebas de evaluación para el acceso a la Universidad*.
<<https://fespm.es/index.php/2018/12/06/el-uso-de-calculadoras-en-las-pruebas-de-acceso/>>
- FIELKER, D. S. (1986). *Usando las calculadoras con niños de diez años. Implicaciones sobre el curriculum de matemáticas en la enseñanza primaria*, Generalitat Valenciana, Valencia.
- ONU (2015), *Agenda 2030 sobre el Desarrollo Sostenible. Objetivo 4. Educación de calidad*.
<<https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/education/>>.

MARÍA TERESA NAVARRO MONCHO
CEFIRE – Específico Ámbito Científico, Tecnológico y Matemático, Valencia
<Teresa.Navarro-Moncho@uv.es>

AGUSTÍN CARRILLO DE ALBORNOZ TORRES
Secretario General de la FESPM
<agustincarrillo@fespm.es>