

CRÓNICA DE UNA CLASE  
NO ANUNCIADA

# Despanoramización de una foto panorámica

Miquel Albertí Palmer

**SUMA** núm. 93  
pp. 77-82

Artículo solicitado por *Suma* en diciembre de 2019 y aceptado en febrero de 2020

A mediados de junio pasado los alumnos de la ESO ya estaban evaluados y la gran mayoría aprobados. Todos tenían que asistir a clase los diez últimos días del curso. De matemáticas, quedaban cinco sesiones. Dos en una semana y tres en la siguiente. De estas tres últimas, dos ya estaban ocupadas con salidas; la primera, cultural; y la última, lúdica. Quedaban, por tanto, tres sesiones por realizar. El recurso más utilizado para días así por la mayoría de mis colegas es el cine, lo que significa, la mayoría de las veces, pasar películas sin un objetivo didáctico concreto, solamente con el fin de rellenar horas de estancia en el centro educativo. Con ello se evita que el alumnado proteste al entretenerse viendo una película.

## Clase 1/3

Yo también aproveché la primera de mis tres sesiones para pasarles una película: *Nature by numbers*, de

Cristóbal Vila. No llega ni a los diez minutos, pero las reflexiones que de ella pueden derivarse podrían ocupar horas y horas de clase. El objetivo de la proyección se entrevé en cómo se desarrolló la sesión de clase previa a aquella en la que les anuncié que iban a ver una película matemática, concretamente sobre geometría natural. Comencé esa clase previa planteándoles un acertijo:

—Profesor: Voy a escribir un número en la pizarra. Quizá alguien pueda decirme cuál cree que será el siguiente que escribiré.

Escribí un cero:

0

Todos acertaron que el número siguiente era el uno:

0, 1

Pero muchos se sorprendieron de no adivinar el tercero. Pensaban que iba a ser el dos, una intuición plausible, pero no; en lugar de un dos, escribí otro uno:

0, 1, 1

Algunos balbuceos se oyeron antes de que alguien formulase una hipótesis para el cuarto. ¿Otro uno?, dijeron algunos. No, les dije, y escribí un dos:

0, 1, 1, 2

Algunos propusieron continuarla con otro dos, pero tampoco les hice caso y escribí un tres:

0, 1, 1, 2, 3

Entonces alguien que había reconocido una pauta subyacente gritó: «cinco, el siguiente es el cinco!». En efecto, el siguiente era el cinco. Y así, sumando los dos números precedentes fueron completándose los sucesivos términos de la serie:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89...

Entonces pregunté:

- Profesor: ¿Cómo podríamos indicar a alguien que escribiese esta serie sin decírsela número a número?
- Ell@s: Que sume los dos anteriores.
- Profesor: ¿Con eso bastaría?
- Ell@s: No, tiene que saber por dónde empezar.
- Ell@s: Sí, necesita el primero, el 0.
- Ell@s: Y el 1, también hace falta el primer 1, ¿no?
- Profesor: Entonces, ¿cuáles serían las instrucciones?
- Ell@s: Coge el 0 y el 1, y luego vas sumando.
- Ell@s: Sí, y cada suma te da el siguiente.

Les informé de que esta serie de números se conoce con el nombre de sucesión de Fibonacci, matemático italiano del siglo XIII (Leonardo de Pisa) y que está presente en muchos seres vivos vegetales, pues los dos tipos de espirales (uno, en el sentido de las agujas del reloj; y el otro, en sentido contrario) de las piñas de los pinos, de las piñas frutales y de las cortezas de las palmeras son números de Fibonacci (5 y 8, 8 y 13).

También las espirales de las pepitas de los girasoles (21 y 34) se corresponden con números de esta serie.

Fue tras este preámbulo que les invité a ver la película de Cristóbal Vila. *Nature by numbers* comienza precisamente con la construcción de la serie de Fibonacci y se desarrolla mostrando que dicha sucesión determina la forma y estructura de seres vivos. La sucesión da lugar al número de oro y a un ángulo ( $137,5^\circ$ ) cuyo valor se determina por sección áurea de un giro completo de  $360^\circ$ . Pero no profundicé en dichas cuestiones por considerarlas excesivas para alumnos de primer curso de la ESO. Lo dejé para el futuro.

Desde luego les llamó la atención que los elementos naturales de la película estuviesen basados en números de Fibonacci y de que una parte de la naturaleza pareciese construida según su patrón. En la película no aparecen piñas de pino ni palmeras, por lo que se las presenté a modo de ilustración de otros seres vivos cuyas cantidades de espirales en cada sentido de giro (a izquierda y derecha) se corresponden con números de la sucesión de Fibonacci; 8 y 13, en este caso (figura 1).

Como sobró tiempo, también les pasé *Inspirations*. Con todo, llené una sesión de las tres que tenía con

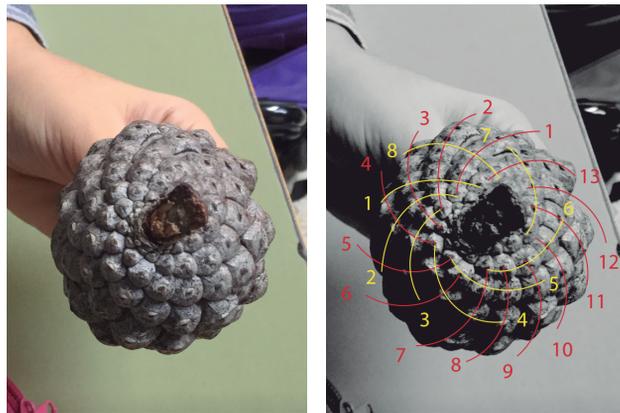


Figura 1. Piña con 13 espirales hacia la derecha (sentido de giro de las agujas del reloj) y 8 espirales hacia la izquierda, respectivamente

cada uno de los cuatro grupos de primero de la ESO. En otros grupos pasé también otra realización de Cristóbal Vila: *Isphahan*. Me quedaban solo dos clases.

## Clase 2/3

En la siguiente sesión les propuse contestar por escrito dos cuestiones abiertas a modo de valoración del curso. La primera: ¿qué os han parecido las clases de las materias vinculadas al proyecto L'INSiTU que hemos desarrollado varios profesores a través de varias materias? Y la segunda: ¿qué mejoraríais de las clases de matemáticas?

Sus respuestas fueron más favorables de lo que me temía. Realicé un estudio estadístico maravilloso de ellas que pensaba incluir al margen de esta página, pero desafortunadamente el espacio es demasiado estrecho para insertarlo.

## Clase 3/3

### ÚLTIMO DIÁLOGO FILOSÓFICO DEL CURSO

Solo me quedaba una clase por colmar. Y fue en esa última hora lectiva del curso, sin tiempo ni espacio para más, que se fraguó una clase no anunciada realmente extraordinaria. Y lo fue porque aprendimos todos, yo incluido, gracias a su buena disposición y entusiasmo. Al final de este texto expondré algunas ideas acerca de qué puede motivar a estudiantes de primero de la ESO a hacer matemáticas justo en la última sesión del curso y habiendo sido evaluados una semana antes.

La última sesión empezó con una pregunta de respuesta evidente que derivó en diálogo filosófico:

- Profesor: ¿Tenéis móvil con cámara fotográfica?
- Ell@s: ¡Sí!
- Profesor: Y tenéis una aplicación para realizar fotos panorámicas, ¿no?
- Ell@s: Sí. Hemos hecho algunas.
- Profesor: ¿Qué tienen de especial esas fotos?
- Ell@s: Es muy ancha.
- Ell@s: Se ve de lado a lado.

- Profesor: ¿Pero se ve bien la foto hecha como panorámica?
- Ell@s: Se ve como deformado.
- Profesor: ¿Y por qué se ve así?
- Ell@s: Porque la haces girando, dando la vuelta.
- Ell@s: La haces así (junta sus manos delante de la cara como si tuviese un móvil y gira su torso de izquierda a derecha).
- Profesor: ¿Pero qué justifica que las cosas se vean deformadas en la foto?
- Ell@s: Por la manera en que lo haces.
- Ell@s: Porque hay cosas que están más lejos.
- Profesor: ¿Qué quieres decir con que están más lejos?
- Ell@s: Las cosas de los lados.
- Profesor: Imaginad que hacemos una fotografía panorámica a unas cuantas personas puestas en fila (figura 2).
- Ell@s: Se verá torcido.
- Ell@s: Los del medio se verán más grandes.
- Ell@s: Sí, los del medio se verán como si estuviesen más cerca; los otros, más lejos (figura 3).
- Profesor: Y si quisiéramos que se viesan todos bien, ¿cómo habría que ponerlos?
- Ell@s: Los de en medio, más lejos.
- Profesor: ¿Pero cómo?
- Ell@s: En triángulo.
- Profesor: ¿Así? (figura 4)



Figura 2. Cinco personas o cosas alineadas ante una cámara fotográfica



Figura 3. Así se ven en una foto panorámica



Figura 4. Un modo de compensar las aparentes diferencias de tamaño

- Ell@s: Sí.
- Ell@s: No exactamente.
- Profesor: ¿Qué quieres decir? ¿Al revés, quizá?
- Ell@s: No. Que si hacemos la fotografía girando, deberían estar...
- Ell@s: Dando la vuelta. Si hacemos la foto girando, han de formar un círculo. Bueno, medio círculo.
- Profesor: ¿Así? (figura 5).
- Ell@s: ¡Exacto!
- Profesor: ¿Y qué se consigue poniendo así a la gente?
- Ell@s: Que las distancias sean las mismas.
- Profesor: ¿Distancias a qué?
- Ell@s: Al que hace la foto (figura 6).
- Profesor: ¿Y si lo comprobamos *in situ* en el patio? ¡Venga! ¡Coged los móviles!

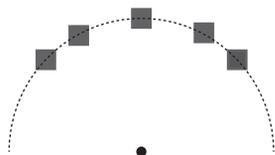


Figura 5. Hay que disponer las personas en semicírculo

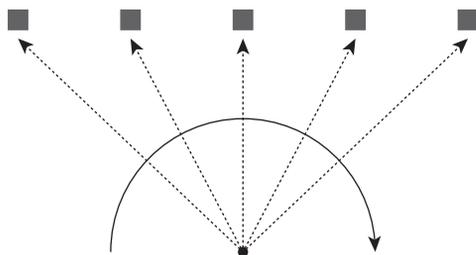


Figura 6. La compensación correcta debe respetar las equidistancias al foco de la cámara

### ÚLTIMA PRÁCTICA SITUADA: DESPANORAMIZARSE

De camino al patio, paré en conserjería para pedir un cordel con el que asegurar las equidistancias a la cámara. Tomando una longitud determinada, aunque no medida, de unos seis o siete metros, diez alumnos se dispusieron equidistantes de mi posición formando un semicírculo. Otros alumnos y yo mismo hicimos fotos panorámicas. El resultado fue el previsto: las personas aparecían en las pantallas perfectamente alineadas (figura 7).

Después realizamos otra foto panorámica, pero situando las mismas personas en línea recta. En pantalla aparecieron distorsionadas, formando lo que en cursos superiores o bachillerato se llamaría una hipérbola (figura 8).

Al regresar al aula, les comenté lo que, de haber tenido más tiempo, deberían haber concluido por ellos mismos:

—Profesor: Sin realizar cálculo alguno, mediante diálogo filosófico y práctica situada comprendemos mejor cómo funciona una fotografía panorámica.

### EL ROL DEL PROFESOR, ¿FUE EL IDÓNEO SEGÚN LA METODOLOGÍA INSITU?

Si bien condujo y guio el diálogo de forma adecuada, fue el profesor y no el alumnado quien hizo los dibujos y esquemas geométricos en la pizarra del aula.



Figura 7. Foto panorámica (alterada con filtro artístico) de diez personas dispuestas en semicírculo

Aunque lo hiciese obedeciendo las indicaciones de aquellos, según la metodología INSiTU, debería haber dado más tiempo al alumnado para que reflexionase y expresase por escrito o de forma visual las distribuciones plausibles de las personas. También tendría que haber dejado al alumnado la invención de un método para disponerse en semicírculo en el patio del instituto. Valga decir en defensa del profesor que en esa última clase se acababa el tiempo que hasta entonces había sido suyo.

### ¿ACTIVIDAD O EXPERIENCIA?

La sesión no fue solamente una actividad de enseñanza y aprendizaje matemático. Fue mucho más allá. El objetivo no era únicamente aprender una cuestión matemática, pues trascendía esa perspectiva en un sentido vital. Todos sabían qué era un círculo, pero no lo habían vivido. Muy probablemente, nunca se habían dispuesto describiendo tal figura. Más que actividad, fue experiencia de múltiples objetivos.

El objetivo matemático de comprender y utilizar el círculo para comprender una aplicación informática era secundario, una excusa para alcanzar otro mucho más relevante y ambicioso como era comprender la realidad de nuestro entorno vital, social, cultural y tecnológico. El círculo matemático vino a colación como necesidad. Y se fraguó en el más elemental de sus modos de expresión como es la equidistancia a un punto determinado.

Gracias a la aplicación «cámara» se comprendió esa figura geométrica ideal con mayor profundidad. Gracias a esa figura geométrica se comprendió qué es una foto panorámica con mayor profundidad. Una vez terminado el proceso (incitación, diálogo filosófico, práctica situada y conclusiones) el aprendizaje (no solo matemático) convirtió la experiencia en una vivencia matemática. Después de vivirla no éramos los mismos que antes de vivirla.

### ¿DE QUÉ SIRVIÓ EL DIÁLOGO FILOSÓFICO?

Además de reflexionar y llegar a conclusiones sobre cómo funciona una aplicación informática, el diálogo incitó la práctica situada. Sin él, no habríamos sabido qué era lo que queríamos poner en práctica. En este caso el diálogo fue causa de la práctica. En otras ocasiones, sucede precisamente lo contrario. Pero antes que la práctica, el diálogo germinó en un elemento geométrico: el círculo fue su conclusión.

### ¿DE QUÉ SIRVIÓ LA PRÁCTICA SITUADA?

Su función primordial fue la de validar o refutar las conclusiones del diálogo filosófico. El diálogo filosófico y la práctica son las dos caras de una misma moneda. La pregunta de para qué sirvió la práctica solo tiene sentido una vez esta se ha llevado a cabo. Ello daría lugar a una nueva serie de preguntas acerca del papel educativo de la práctica situada que no se van a plantear aquí, pero que deberían ser contestadas mediante nuevos diálogos filosóficos, aunque esta vez entre profesionales de la educación (matemática o no).



Figura 8. Foto panorámica (alterada con filtro artístico) de diez personas alineadas

### ¿Y SI LA PRÁCTICA HUBIESE CONTRADICHO LAS CONCLUSIONES DEL DIÁLOGO?

Una de dos: o habríamos pensado que los razonamientos y argumentos presentaban algún error o que la aplicación de foto panorámica de los móviles y tabletas incluye algún efecto pasado por alto en la interpretación geométrica de la realidad en la que se había basado el diálogo. Téngase en cuenta que el dispositivo de cámara de un móvil o tableta no es exactamente igual que el de una cámara réflex. Esta funciona con un espejito. En cambio, las fotos realizadas con cámaras de móviles y tabletas carecen de espejos, la «cámara», aunque tenga objetivo visual, es una aplicación informática.

### ¿QUÉ CAMBIOS ESPACIALES PROVOCA UNA FOTO PANORÁMICA?

Aparentemente, una fotografía panorámica convierte rectas en hipérbolas, centros circulares en focos hipérbolicos, familias de rectas paralelas pasan a ser familias de hipérbolas comunes a dos asíntotas, los límites del cemento del campo de balonmano no se ven exactamente paralelos porque la cámara abarca un poco más de  $180^\circ$  (figura 8). La cuestión podría tratarse en bachillerato.

### ¿POR QUÉ HACER MATEMÁTICAS EN LA ÚLTIMA CLASE DEL CURSO?

Porque se hizo de forma natural. Porque lo que primaba no eran las matemáticas, sino vivir una situación nueva y de comprender mejor algo con lo que se habían familiarizado y utilizado hasta entonces sin pensar en cómo funcionaba: la realización de fotografías panorámicas.

La clase fue vital, todos vivimos y aprendimos durante la sesión. Incluso yo como profesor. Un rato antes de comenzar la sesión no sabía qué hacer. Yo también tengo móvil y he realizado fotografías panorámicas con su cámara, pero jamás se me había ocurrido pensar o, menos todavía, poner en práctica eso que llamé «despanoramización». En aquella sesión, alumnado y profesor, fuimos un grupo de personas que desea investigar, conocer, vivir. Todos compartimos a la vez esa vivencia matemática.

Además, y sin pretenderlo, hallamos un modo matemático de realizar orlas de grupos de personas: «despanoramizándose».

Ese final de curso decidí que a partir de entonces la despanoramización sería una clase anunciada.

---

**Miquel Albertí Palmer**

Institut Vallès (Sabadell)  
alberti.miquel@gmail.com