

# Las matemáticas integran

Santi Vilches Latorre  
Maite Gorriz Farré

**SUMA** núm. 95  
pp. 9-16

Artículo encargado por *Suma* en noviembre de 2019 recibido en enero de 2020 y aceptado en marzo de 2020

Solamente aprenderemos matemáticas si aprendemos a usarlas en contextos reales y que ayuden a desarrollar una visión crítica a los ciudadanos. Para lograrlo proponemos que las distintas disciplinas encuentren intersecciones curriculares a partir de situaciones cotidianas sin necesidad de poner unas al servicio de las otras. Para integrar las matemáticas en los proyectos necesitamos tener la capacidad de compartir el aprendizaje en un entorno inclusivo, diseñando actividades creativas, e integrando la evaluación en el proceso de aprendizaje.

**Palabras clave:** Proyecto, Proyectos escolares, Interdisciplinar, STEM, STEAM, Matemáticas, Contexto, Creatividad, Evaluación formativa.

El pasado mes de octubre del 2019 se celebró en Castro Urdiales el seminario federal *Trabajo por proyectos en el aula de matemáticas*. El objetivo fundamental de dicho seminario era revelar la utilidad del trabajo por proyectos para la mejora de la educación matemática, En este contexto aportamos nuestra experiencia docente en la presentación *Las matemáticas integran*. Este título muestra claramente nuestra visión metodológica en la que la matemática debería ser el motor que lidere, si no todos, gran cantidad de pro-

## **Integrating the Mathematics into learning projects**

// We will only learn Mathematics if we learn to use them in real contexts and that help to develop a critical vision of citizens. To achieve this, we propose that the different disciplines find curricular intersections from everyday situations without the need to put one at the service of the others. To integrate mathematics into learning projects we need to have the ability to share learning in an inclusive environment, designing creative activities, and integrating evaluation into the learning process.

**Keywords:** Project, school projects, Interdisciplinary, STEM, STEAM, Mathematics, Context, Creativity, Formative assesment.

yectos interdisciplinarios siendo el ensamblaje que permita integrar al resto de disciplinas.

Para introducir la presentación y ponernos en situación mostramos un proyecto realizado en la escuela Juan XXIII de Les Borges Blanques (Lleida). En este proyecto la maestra empieza la clase pidiendo a las niñas y niños que digan qué han desayunado y que lo escriban, con buena letra, en el encerado. A partir de las aportaciones de los estudiantes se desarrollan diferentes acti-

vidades integrando todas las materias. Por ejemplo, se clasifican los alimentos en una *rueda de los alimentos*, se reflexiona sobre los buenos hábitos alimenticios, se hacen listas de la compra con sus correspondientes multiplicaciones y divisiones, etcétera. El proyecto es tan completo que incluso se incluye la realización de figuras de papiroflexia, tan de moda hoy en día.

El proyecto que estamos describiendo y que parece fruto de una propuesta innovadora acorde con las últimas tendencias pedagógicas, es en realidad un proyecto que se efectuó en los años 60 del pasado siglo. Disponemos de un documento gráfico y de la narración de una de las niñas, Roser, que ahora tiene más de 60 años. Las imágenes, tomadas por el maestro Antonio Vilches, corresponden a una sesión pública realizada en 1966 en la que una maestra y un grupo de alumnas mostraban el proyecto a profesores con la presencia del inspector. Hemos elaborado un pequeño documental de 10 minutos que pueden visionar en el siguiente enlace: <<https://ja.cat/AltgJ>>.

Los proyectos interdisciplinares no representan en sí mismos una innovación metodológica ultramoderna, de hecho ya fueron fundamentados a mediados del siglo pasado por W. Kilpatrick y J. Dewey. ¿Reaparecen ahora en un proceso cíclico? ¿En realidad son distintas maneras de nombrar una misma idea (buenas prácticas, práctica reflexiva...)? Y en definitiva, ¿es una metodología que contribuye realmente a mejorar el aprendizaje de las matemáticas?



Figura 1. Sesión de formación: Aprendizaje alrededor de un centro de interés (1966)

Una conclusión fácil (por no decir facilona) podría ser que los proyectos se abandonaron en la enseñanza de las matemáticas porque no favorecían su aprendizaje y por tanto podríamos pensar que resulta preferible desarrollar la enseñanza de las matemáticas manteniéndolas al margen de cualquier conexión interdisciplinar. Esta hipótesis, de hecho, se mantiene en no pocos centros escolares. En un instituto de Barcelona, por ejemplo, se ha realizando un proyecto en el que los alumnos deben rediseñar envases de refrescos de  $330 \text{ cm}^3$ . Los profesores de matemáticas de dicho centro piensan que participar en el proyecto no les permite desarrollar plenamente su currículum y no participan en él. Los profesores de Visual y Plástica, Física y de Tecnología se encuentran ante el escollo de tener que resolver un problema matemático: calcular los volúmenes de los recipientes e irónicamente, en este caso, las matemáticas no son las que resuelven el problema sino que es el propio problema. La estrategia fácil es esquivar el problema matemático facilitando a los alumnos unos bloques de plastilina de  $330 \text{ cm}^3$  con los que pueden modelar unos recipientes de una capacidad preestablecida sin la necesidad de calcular sus volúmenes.

En nuestra opinión este instituto ha perdido una oportunidad de oro para lograr que los alumnos perciban las matemáticas como un instrumento útil en el desarrollo de su actividad cotidiana. Estos chavales probablemente no recuerden en el futuro las fórmulas de los volúmenes que estudiaron en clase de ma-

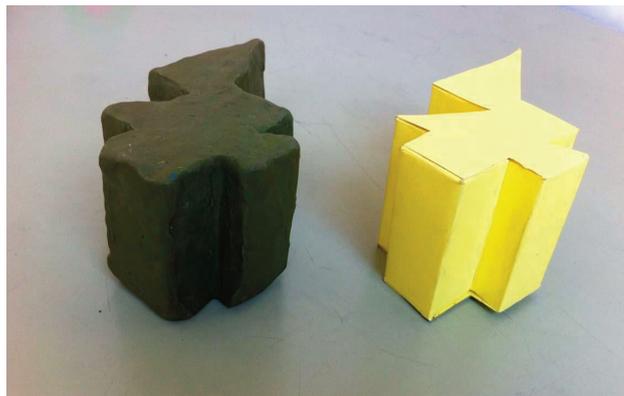


Figura 2. Diseño de un envase de refresco de  $330 \text{ cm}^3$  sin ningún cálculo matemático

temáticas pero posiblemente sí que habrán aprendido que las matemáticas son el problema a evitar y harán todo lo posible para ignorarlas y prescindir de ellas en su propia vida.

La enseñanza de las matemáticas desvinculadas de la realidad genera ciudadanos anuméricos que no son conscientes ni siquiera de las matemáticas que manejan en sus quehaceres cotidianos. Tenemos múltiples ejemplos de este hecho, mencionaremos una anécdota que lo ilustra. Hace cierto tiempo estuvimos analizando con alumnado de secundaria la eficiencia ecológica del tetrabrik. Llevaron a clase un tetrabrik limpio y lo desplegamos. Observamos que se trata de un objeto altamente contaminante formado por cuatro capas: plástico, aluminio, cartón y pintura. Por lo tanto resultaría más que conveniente intentar reconstruirlo minimizando la superficie empleada pero manteniendo su capacidad de 1 litro. En la figura 3 podemos ver el despliegue del tetrabrik.

La superficie depende de tres variables  $a$ ,  $b$  y  $h$ . Como tenemos una restricción (el volumen es de  $1000 \text{ cm}^3$ ), se puede calcular la superficie a partir de dos variables aislando y sustituyendo una de ellas en la expresión de la superficie. Por ejemplo, si despejamos la altura en  $a \cdot b \cdot h = 1000$  obtenemos que  $h = 1000 / a \cdot b$  que, sustituyendo en  $S = (2a + 2b) \cdot (h + b)$  conseguimos reducir la dependencia de la superficie a dos de las variables:

$$S = (2a + 2b) \left( \frac{1000}{ab} + b \right).$$

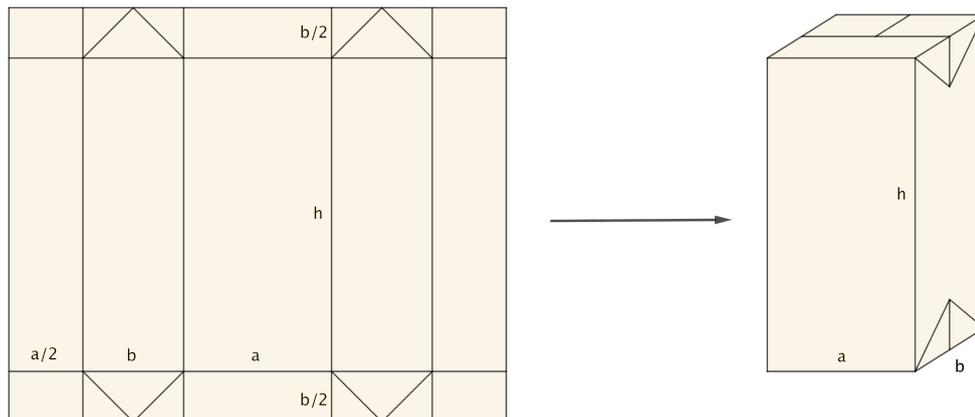


Figura 3. Despliegue de un tetrabrik

Este tipo de problemas no aparece en los libros de texto porque sus autores inventan problemas a partir de los contenidos en vez de buscar contenidos que resuelvan los problemas de nuestro entorno. En este caso, además, como la función es de dos variables se considera irresoluble a un nivel preuniversitario. Sin embargo, si priorizamos un aprendizaje competencial en vez de una adquisición de contenidos y fijamos el objetivo de aprendizaje en la resolución del problema por encima de saber o no un contenido determinado, el tetrabrik se convierte en un elemento de un enorme potencial. Para que ello sea posible hemos de ser capaces de incorporar en nuestra actividad docente el aprendizaje colaborativo, el uso de las tecnologías y sobre todo, hemos de confiar en la capacidad creativa de nuestros estudiantes y estar preparados para soluciones inesperadas.

Los alumnos de secundaria no saben derivar y para más inri la función es de dos variables, pero pueden repartirse las variables. Si tenemos 25 alumnos y cada uno de ellos toma un valor distinto de, por ejemplo, el valor  $b$ , cada uno de ellos puede representar gráficamente la función de la superficie con su valor de  $b$  y ofrecer a sus compañeros un valor de  $a$  candidato a mínimo. La superficie mínima se obtendrá eligiendo al mínimo de los mínimos. Este sistema de resolver problemas de manera colaborativa resulta enormemente gratificante para los estudiantes ya que la solución no solo es real sino colectiva y el análisis del error individual se convierte en una pieza clave del éxito colectivo.





Figura 5. Tetrabrik óptimo inexistente (izquierda) comparado con los que se comercializan

Este texto nos resulta enormemente revelador. Estamos ante un ciudadano que confía tanto en sus conocimientos matemáticos que se atreve a cuestionar la profesionalidad de un profesor de matemáticas pero, al mismo tiempo demuestra un desconocimiento total y absoluto de las matemáticas que rigen la configuración del objeto único y principal que comercializa la empresa que dirige. Es decir, el conocimiento matemático que tiene (que a tenor de la confianza que muestra no es poco) está total y absolutamente desvinculado de su actividad profesional principal y por lo tanto no lo utiliza para nada.

Dentro de unos años, cuando los alumnos que tenemos ahora en las escuelas tomen las decisiones en la sociedad, nos gustaría, por ejemplo, ir a un supermercado y encontrar una marca de leche que envase su producto en un recipiente lo más respetuoso posible con el medio ambiente. Este es un reto que resulta irrenunciable para nosotros. Para alcanzar ese objetivo nos debemos preguntar qué modelo de enseñanza de las matemáticas lo permitirá, ¿el que mantiene las matemáticas al margen de los proyectos, o el que los lidera desde las matemáticas e integra a las otras asignaturas?

Para nosotros la respuesta está muy clara. La sociedad actual nos plantea unos retos nuevos en los que la creatividad, el medio ambiente, la cooperación y el conocimiento sistémico serán la base del crecimiento sostenible, y la respuesta a esos retos no pueden alcanzarse con una enseñanza de las matemáticas endogámica y desvinculada de la realidad.

Si admitimos la necesidad de integrar las matemáticas en los proyectos, la dificultad con la que nos encontramos los docentes radica en cómo hacerlo. En muchos centros escolares primero se decide el centro de interés de un proyecto de un modo arbitrario y luego las distintas materias se adaptan. Ese es un modelo en el que los profesores de matemáticas sufrimos ya que tenemos enormes dificultades para integrar nuestro currículum en los proyectos y muchas veces se confunden los objetivos de aprendizaje con el producto final. Por ejemplo, en Cataluña ha tenido mucho éxito un proyecto escolar que intenta reflexionar sobre la presencia de gaviotas en poblaciones alejadas de la costa. Algunas de estas gaviotas comen restos del almuerzo de los alumnos en el patio llenándolo de excrementos, con el consiguiente peligro para la salud. Los alumnos estudian y analizan el problema, y toman decisiones. ¿Cuál puede ser el aprendizaje de las matemáticas en este proyecto? La respuesta no es sencilla y siempre queda supeditada a la decisión previa y arbitraria del centro de interés. En este ejemplo concreto sus autores intelectuales han salido airosos de este problema incorporando observación, toma de datos y gráficos estadísticos de distintos indicadores logrando un proyecto de una calidad incuestionable, pero la pregunta que nos hacemos es ¿cómo podemos integrar el currículum de matemáticas en este tipo de proyectos más allá de la estadística, la proporcionalidad o las cuentas con los gastos (presupuestos)?

Los profesores de matemáticas solemos mantenernos al margen y esperar a que los profesores de otras materias elijan el centro de interés (usualmente los de Ciencias Naturales, Sociales y Tecnología) y luego nos angustiamos al ver que no somos capaces de incorporar nuestro currículum integrando adecuadamente las matemáticas en los proyectos interdisciplinares escogidos.

Nosotros proponemos invertir el proceso y liderar los proyectos desde las matemáticas. Se trata de pensar qué proyectos podemos desarrollar integrando nuestro currículum en vez de pensar qué parte del currículum podemos integrar en un proyecto predefinido.

Sin salirnos del hilo conductor de los envases comerciales, a continuación mostraremos un ejemplo que modeliza una mejor integración de todas las asignaturas en el proyecto.

Todo empezaría con una reunión de profesores de un mismo equipo docente, en el que cada profesor explica cuáles son los contenidos curriculares de su materia que debería trabajar con los alumnos, al mismo tiempo se pueden esbozar ideas de centros de interés que permitirían incorporar adecuadamente dichos contenidos. En el ejemplo de los envases nosotros planteamos la necesidad de trabajar los contenidos del cálculo de volúmenes y mostramos interés en elegir un centro de interés en el que fuera necesario el diseño de algún tipo de recipiente o contenedor. El profesorado de Tecnología mostró interés en trabajar los materiales, por su parte en Ciencias Naturales debían estudiar la composición de los alimentos, su contenido calórico y los hábitos alimenticios saludables, los profesores de Lengua trabajaban los lenguajes específicos, finalmente los profesores de Visual y Plástica podían encajar el diseño de etiquetas. La intersección curricular entre todos esos contenidos puede converger perfectamente en el diseño, construcción, etiquetaje y publicidad de un envase para un alimento.

En este modelo de proyecto el envase es un elemento común a compartir entre todas las materias pero al mismo tiempo permite cierta independencia a la hora de programar y trabajar con los alumnos, no son necesarios bloques horarios de proyectos y permite dar un mensaje de coherencia a los estudiantes. No obstante, la coherencia no solo se sustenta en un objeto común, obliga además, a acordar aspectos tan fundamentales como la organización de los alumnos en el aula (en grupos cooperativos), a mostrar estructuras de objetivos de aprendizaje y criterios de evaluación similares y, finalmente, a establecer mecanismos de evaluación comunes en los que la autorregulación del aprendizaje sea el objetivo fundamental. Para que cada alumno pueda regular su propio aprendizaje debe conocer los objetivos y entender los criterios de evaluación con el fin de planificar su aprendizaje e ir modificando sus estrategias para alcanzar un aprendizaje óptimo.

Por lo que respecta a las metodologías en grupos cooperativos no debemos confundirlas con el trabajo en grupo. Compartir el aprendizaje no implica aprender por otra persona, cada estudiante debe aprender por sí mismo con lo que es preferible que el trabajo a realizar sea individual, el que debe ser colectivo es el éxito. En el proyecto *Diseña tu envase* cada alumno crea su propio envase esforzándose para un aprendizaje propio, personal e intransferible, ahora bien, eso no implica que no pueda compartir ese aprendizaje con sus compañeros velando por un éxito colectivo. La distribución que proponemos es un grupo de cuatro alumnos que configuran una *empresa* con un nexo común: preparar una campaña para lanzar una nueva línea de cuatro productos alimenticios. Un logo, una idea, un tipo de producto, un eslogan... Los alumnos deben ayudarse entre ellos para lograr el éxito colectivo pero para ello no es necesario compartir el mismo objeto (envase) sino compartir el mismo objetivo que no es más que el aprendizaje. Este modelo de aprendizaje individual es el que facilita un buen tratamiento a la diversidad en grupos heterogéneos en un entorno inclusivo.

En la figura 6 podemos ver distintas propuestas hechas por nuestros alumnos.

Un enorme hándicap con el que nos encontramos en el trabajo por proyectos, y que contribuye a su



Figura 6. Envases realizados por distintos alumnos

fracaso, es el modelo de evaluación que utilizamos. Le pedimos a un alumno que dé rienda suelta a su creatividad para diseñar un producto (en el ejemplo un envase) pero luego juzgamos su aprendizaje observando cómo es capaz de resolver un examen repleto de ejercicios en los que se valora la únicamente capacidad de utilizar fórmulas matemáticas sin un contexto real. Este modelo promueve las frustraciones y nos induce al fracaso. El problema está en que pensamos que el fracaso es del sistema en vez de darnos cuenta de que el fracaso estriba en la incoherencia entre una metodología de trabajo competencial y un sistema de evaluación de contenidos memorísticos.

En una metodología por proyectos es conveniente integrar la evaluación en el propio proceso de aprendizaje, fijar previamente los objetivos, pactar con los alumnos los criterios de evaluación y establecer unos mecanismos que permitan la autorregulación y la mejora constante del aprendizaje.

El protagonismo siempre ha de ser del estudiante. El alumno propone, aprende y regula. El profesor conduce y ayuda.

## Conclusiones

Debemos mejorar la alfabetización matemática de la sociedad desde un punto de vista funcional. Es mejor saber hacer que saber. Las matemáticas en sí mismas nos conducen a una sociedad de ciudadanos anómicos. Solamente aprenderemos matemáticas si aprendemos a usarlas en contextos reales y que ayuden a desarrollar una visión crítica de los ciudadanos. Para lograrlo proponemos que las distintas disciplinas encuentren intersecciones curriculares a partir de situaciones cotidianas sin necesidad de poner una al servicio de otras. Concretamente, destacamos los siguientes aspectos a tener en cuenta para diseñar un proyecto:

- El currículum de cada asignatura como punto de partida.
- Un contexto real y cercano al alumno que permita el aprendizaje interdisciplinar.

- Las matemáticas pueden y deben liderar los proyectos.
- La necesidad de actividades creativas que permitan a todos los alumnos un aprendizaje máximo.
- Apostar por una escuela verdaderamente inclusiva.
- Evitar diseñar proyectos elitistas en los que solamente algunos alumnos tenga acceso.
- Adaptar los contenidos y las estrategias a la resolución de los problemas.
- Integrar adecuadamente todas las tecnologías en general, y los teléfonos móviles en particular, como una herramienta imprescindible para un desarrollo social e intelectual del futuro inmediato.
- Unas metodologías que requieran compartir los aprendizajes.
- La coordinación entre el profesorado.
- Incorporar la evaluación en el aprendizaje, una evaluación dirigida no a juzgar sino a regular el aprendizaje de cada estudiante, de un modo individual y diferenciado.

## Referencias bibliográficas

- CHEVALLARD, Y. (2015), «Teaching Mathematics in Tomorrow's Society: A Case for an Oncoming Counter paradigm», en Cho S. J. (eds) *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*, 173-187, Springer, Cham, recuperado de <[https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-12688-3\\_13](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-12688-3_13)>.
- DOIG, B., y W. JOBLING (2019), «Inter-disciplinary Mathematics: Old Wine in New Bottles?», en Doig, B., J. Williams, D. Swanson, R. Borromeo y P. Drake (eds), *Interdisciplinary Mathematics Education*, 185-208, Springer, Cham, recuperado de <[https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-11066-6\\_15](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-11066-6_15)>.
- GORRIZ, M., y S. VILCHES (2019), «Maths Adds up», en Doig, B., J. Williams, D. Swanson, R. Borromeo y P. Drake (eds), *Interdisciplinary Mathematics Education*, 185-208, Springer, Cham, recuperado de <[https://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-11066-6\\_12](https://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-11066-6_12)>.

HAYWARD, J. (2016), *An analysis of secondary integrated STEM lesson plans: Common characteristics, learning expectations and the impact from the teacher's definition of I-STEM*, Theses and Dissertations, Univ. of Arkansas, recuperado de <<https://scholarworks.uark.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=3343&context=etd>>.

SANMARTÍ, N. (2010), *Avaluar per Aprendre. L'avaluació per millorar els aprenentatges de l'alumnat en el marc del currículum per competencies*, Barcelona, Departament d'Educació., recuperado de <[http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/primaria/orientacions/avaluar\\_per\\_aprendre.pdf](http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/primaria/orientacions/avaluar_per_aprendre.pdf)>.

---

### Santi Vilches Latorre

Institut Vilamajor  
<[svilches@xtec.cat](mailto:svilches@xtec.cat)>

### Maite Gorriz Farré

Inspecció de educació en ST Catalunya Central  
<[mgorriz@xtec.cat](mailto:mgorriz@xtec.cat)>