CRÓNICA DE UNA CLASE
NO ANUNCIADA

L'INSiTU: un proyecto metodológico abierto

Miquel Albertí Palmer

SUMA+ núm. 95
pp. 73-86
Artículo solicitado por *Suma* en julio de 2020 y aceptado en septiembre de 2020

En esta sección he presentado episodios de clase no diseñados de antemano, pero esto no significa que no tuviesen un objetivo de aprendizaje concreto. Podría decirse que se desarrollaron de modo improvisado, aunque no tanto como pueda parecer de entrada. En el jazz, la improvisación se inspira en unos referentes, ya sea la melodía del tema, su armonía, el ritmo o la improvisación de otro músico. Como en el jazz, la improvisación de esas clases no anunciadas no fue tan caprichosa como una lectura superficial quizá pueda dar a entender y creo llegado el momento de exponer cuáles fueron sus referentes. Un par de ellos se han hecho evidentes a lo largo de la sección: el diálogo filosófico y la práctica situada. Con ese par se imbricaron los restantes para conformar el proyecto que voy a presentar para cerrar esta sección: el proyecto L'INSiTU.

Quizá no tenga demasiado sentido dar a conocer un proyecto que ya no existe. Sin embargo, lo considero tan valioso desde un punto de vista constructivista del aprendizaje que merece la pena presentarlo por si a alguien pudiese servirle de inspiración.

Antecedentes

Los orígenes matemáticos del proyecto se remontan tanto en el tiempo que ni yo mismo, en el momento en que se puso en marcha, era consciente de ello. Más tarde reconocí en ellos las raíces dialógicas de mi concepción de las matemáticas y de su aprendizaje.

DIÁLOGOS DE PLATÓN, GALILEO Y LAKATOS

Hace casi cuarenta años, terminando ya mis estudios de matemáticas en la Facultad de Ciencias de la UAB, el profesor Albert Dou (1915-2009) nos encargó un trabajo de historia de la matemática. El mío versó sobre la concepción de las matemáticas de Platón. Imagino que me movió a hacerlo el hecho de que

entonces mi visión de las matemáticas fuese eminentemente platónica. Así que leí a Platón, leí también a otros que hablaban de él y fue en sus diálogos donde encontré las bases de su pensamiento matemático.

Mi fuente principal fue *Plato's mathematics*, de Anders Wedberg (1977). Metido de lleno en el trabajo solicité al profesor Dou una cita para resolver una serie de dudas y poder comentar con él algunas ideas. Nos vimos en su despacho y estuve dialogando con él sobre las ideas matemáticas de Platón cerca de un par de horas.

El 5 de diciembre de 1995 adquirí en la librería Documenta de Barcelona la edición de Antonio Beltrán Marí del *Diálogo sobre los dos máximos sistemas ptolemaico y copernicano* de Galileo Galilei. Lo leí a la Fermat, anotando comentarios propios en los amplios márgenes de esa edición en los que el editor destaca los conceptos e ideas más relevantes del texto.

El diálogo se desarrolla a tres bandas, con Salviati, Sagredo y Simplicio desempeñando los papeles de filósofo sabio, filósofo crítico y filósofo peripatético, respectivamente. La obra confronta las concepciones geocéntrica y heliocéntrica del universo, ambas tomadas como igualmente legítimas desde la perspectiva filosófica. A lo largo del texto aparecen cuestiones matemáticas que son dilucidadas con diálogos notables. Por ejemplo, sobre lo que es una demostración matemática errónea, sobre el hecho de que una esfera toque un plano en un único punto o sobre la indemostrabilidad de que la línea recta es la más breve entre dos puntos. Además, se dan anticipos de los sistemas de coordenadas, la concepción infinitesimal de la velocidad y la del área como suma infinita de infinitas líneas (figura 1). Con todo, Galileo no se salva de caer en algunas contradicciones.

La tesis doctoral del matemático húngaro Imre Lakatos fue *Pruebas y refutaciones: la lógica del descubrimiento matemático*. Alianza Editorial la publicó en 1978, pero yo no adquirí un ejemplar de la tercera reimpresión hasta marzo de 1995, nueve meses antes del diálogo de Galileo. Lakatos desarrolla su tesis doctoral mediante una clase, pero no magistral ni expositiva basada en la transmisión, sino dialogada. En esa clase imaginaria Lakatos muestra el modo en el que se desarrollan las matemáticas. Maestro y alumnos plantean conjeturas y definiciones que se van refutando, confirmando o adaptando según observaciones, casos particulares o contraejemplos. La incitación primaria es la fórmula de Euler-Descartes relativa a las caras, vértices y aristas de los poliedros. Lakatos concluye el libro con reflexiones sobre educación matemática, algunas de las cuales subrayé:

> El estilo deductivista esconde la lucha y oculta la aventura. Toda la historia se desvanece, las sucesivas formulaciones tentativas del teorema a lo largo del procedimiento probatorio se condenan al olvido, mientras que el resultado final se exalta al estado de infalibilidad sagrada. (Lakatos, 1995, p. 166)

Lakatos, de acuerdo con Polya (1988), destaca el papel que juega el estilo heurístico y lo confronta con el autoritarismo deductivista:

> […] donde los desarrollos más interesantes provienen de la exploración de las regiones fronterizas de los conceptos, de su extensión y de la diferenciación de

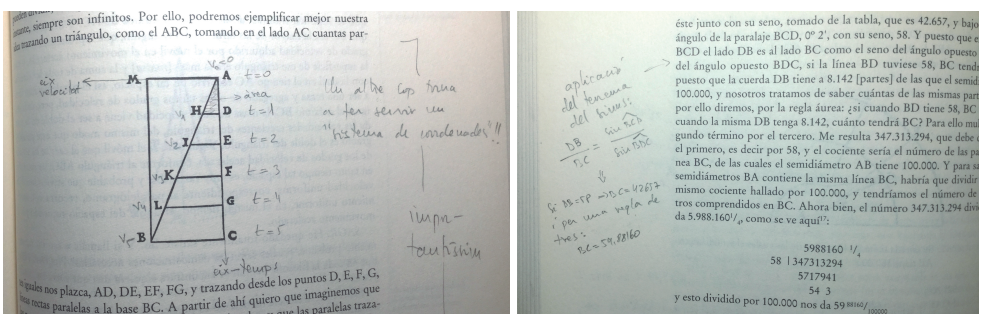

Figura 1. Anotaciones al margen en las páginas 199 (izquierda) y 258 (derecha) del libro de Galileo

> conceptos anteriormente indiferenciados. […] No hay teoría que no haya pasado por tal período de desarrollo. Además, dicho período resulta el más interesante desde el punto de vista histórico y debiera ser el más importante desde el punto de vista de la enseñanza. (Lakatos, op. Cit., p. 163)

También deja claro que el diálogo puede y debe desempeñar un papel crucial en el proceso educativo de las matemáticas:

> […] la introducción del estilo heurístico exigiría escribir de nuevo los libros de texto y los haría tan largos que nunca se podrían leer hasta el final. También los artículos se alargarían mucho. La respuesta a este argumento pedestre es: intentémoslo. (Lakatos, op. Cit., p. 167)

Veinte años después en esas me encontraba: ¡intentándolo! Tratando de enseñar a aprender a través del diálogo en clases no regidas por libros de texto ni por contenidos a transmitir, sino haciendo de los contenidos algo secundario como es propio de una educación por competencias. Era primavera de 2016 cuando nació el proyecto L'INSiTU. Pero los expuestos hasta ahora no fueron sus únicos antecedentes.

LA PRÁCTICA SITUADA

El diálogo filosófico se basa en el razonamiento y pese a que este puede contemplar aspectos que, desde una perspectiva matemática se declararían como prácticos, dicha praxis acontece en el ámbito mental y abstracto. Lo mismo ocurría con las pruebas y refutaciones de Lakatos. Pero pese a que los tres diálogos eran de ficción, inventados, muestran cómo se desarrolla el conocimiento matemático, sobre todo, los diálogos de Lakatos.

Años después, la Dra. Núria Gorgorió i Solà, directora de mi tesis doctoral en la UAB sobre las matemáticas de los artesanos toraja de Sulawesi (Indonesia) me recomendó leer *Cognition in Practice* , de Jean Lave (1988). Lave postula que hay una parte del aprendizaje y de la creatividad que se dan en la práctica real y tangible, que esa autora llamó «situada» y en la que la mente está al servicio de la acción. Ahí es donde y cuando la práctica resulta esencial e ineludible.

El de la práctica situada fue un aspecto fundamental para ver qué ideas matemáticas ponían en juego los artesanos toraja en la ornamentación arquitectónica. También lo fue en la concreción de definición de círculo que mis alumnos de 1.º de la ESO desarrollaron a través de un diálogo filosófico cuando yo no me refería a ese recurso de aprendizaje con dicha terminología. Sirva de ejemplo que la definición y concepción de círculo no se hicieron claras hasta que alguien no hizo intervenir al compás (Albertí, 2016b).

GRUPO COMATVA

En 2013 tuve noticias de que la inspección educativa de los *Serveis Territorials* de Sabadell coordinaba unos seminarios de competencia matemática de forma periódica. Esas sesiones de trabajo tenían por objetivo presentar, compartir y discutir sobre propuestas de diferentes centros planteadas para trabajar la competencia matemática. En el *Institut Vallès* de Sabadell decidimos poner en marcha un grupo de trabajo para potenciar la competencia matemática del alumnado. Partiendo de la idea de que los profesionales de matemáticas ya sabíamos qué hacer, nos preguntamos en qué podían contribuir las otras materias al desarrollo de las CBAM.

Formamos un grupo muy diverso, llamado COMATVA (*COMpetència MATemàtica Institut VAllès*) con profesorado de diversas materias cuya primera labor fue insólita en aquella época: leer de forma compartida las doce competencias del ámbito matemático, fuésemos o no profesores de la materia, con el fin de pensar de qué modo las materias no matemáticas podrían contribuir al desarrollo de algunas de las doce competencias de este ámbito.

La primera conclusión a la que llegamos fue que las dificultades en la interpretación de enunciados no había que atribuirlas únicamente a las dificultades de comprensión lectora, sino a dificultades de comprensión lógica. Pero, ¿acaso solo en matemáticas se razona con lógica? Consideramos que el razonamiento lógico no era cosa exclusiva de las matemáticas, pero que fuera de ellas quizá no se le prestaba o se le había prestado suficiente atención. Teniendo en cuenta que sin razonamiento no hay matemáticas, nos dimos cuenta

de que tomando un poco más en consideración el razonamiento lógico en otras materias, todas contribuirían al desarrollo de la competencia matemática.

También observamos que a menudo los enunciados matemáticos, pese a ser lingüísticamente correctos, no resultaban lo bastante claros, sobre todo, porque solían llevar implícitas algunas consideraciones dadas por sentadas que parte del alumnado desconocía (y miembros del grupo COMATVA también). A partir de ese momento, el profesorado de matemáticas debería cuidar la redacción de sus actividades de aprendizaje.

La figura 2 muestra un par de actividades entre Matemáticas y Catalán planteadas al alumnado. Primero se planteaban en clase de Catalán. Consistían en redactar una descripción de la imagen de forma abierta, sin orientaciones de tipo matemático. Después, en matemáticas, se trabajaba la misma cuestión a partir de las descripciones ya realizadas en Catalán.

Con relación a la serie figurativa de cerillas, el texto descriptivo (figura 2) apenas introduce cantidades, pero sí relaciones espaciales (vertical, horizontal, paralelismo). Por una parte, la descripción es eficaz porque termina con una conclusión, el patrón de formación de la serie: cada figura se crea añadiendo a la precedente una cerilla horizontal y dos verticales. Por otra, la descripción gana en significado y pierde ambigüedad, ya que los términos matemáticos son y se aplican a aspectos menos subjetivos (Albertí, 2016a).

En la descripción de la tableta de chocolate se señala que su tamaño es de 10×5 piezas sin especificar el total. Es una expresión rica por llevar implícita una configuración espacial de 10 columnas y 5 filas. Se indica también el peso de la tableta y su porcentaje de cacao, pero va más allá al observar que los 3/5 de la tableta reposan sobre el papel de aluminio y los 2/5 restantes sobre la cubierta de este. ¿Cómo llegó a esa conclusión? Averiguarlo es tarea para la clase de matemáticas y precisa de diálogo filosófico. El filo del papel de aluminio traza la diagonal de la sexta columna contando por la izquierda, dividiéndola por la mitad. Hay, por tanto, 5,5 columnas encima del aluminio y 4,5 sobre el papel de embalar. Expresándolo con fracciones: 5,5/10 = 55/100 = 11/20 y 4,5/10 = 45/100 = 9/20. Yo podría haber dicho esto y escribirlo en la pizarra en un minuto, pero según la metodología INSiTU, incité un diálogo para que el alumnado fuese sacándolo a la luz. Le dedicamos casi una hora, pero el tiempo era nuestro. El tiempo era para lo que importaba, para hacer matemáticas. Así pudimos revisar los razonamientos de la autora y saber que había dirigido su mirada al punto de corte del papel de aluminio con la parte superior de la tableta: seis columnas a la izquierda y cuatro a la derecha. Por tanto, 6/10 = 3/5 y 4/10 = 2/5.

PROYECTO FILOSOFÍA 3/18

El grupo COMATVA estuvo activo tres cursos académicos. En 2016 confluyó con el *Projecte de filosofia 3/18*, ya en marcha desde hacía un par de años, para

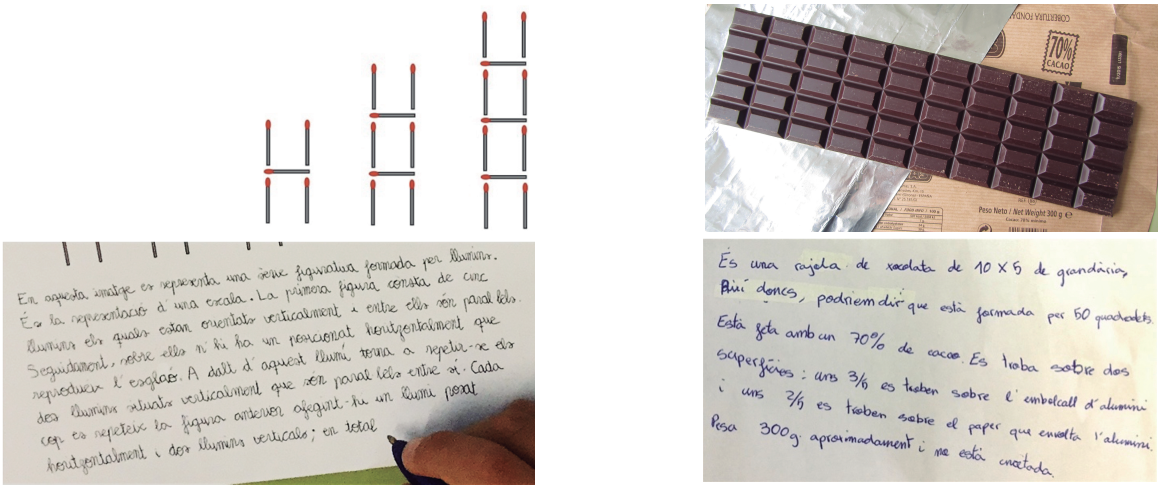

Figura 2. Actividades de Catalán para trabajar la descripción (Albertí, 2016a)

crear el proyecto L'INSiTU. Este proyecto filosófico pretende reforzar las habilidades de pensamiento del alumnado considerando la filosofía como materia fundamental del currículum. Su aplicación puede extenderse desde los 3 a los 18 años. El objetivo último es enseñar a pensar y sus raíces se encuentran en la obra de Mathew Lipman (2000): *La filosofía en la escuela*. El proyecto ha sido impulsado en Cataluña por el Grup IREF de innovación e investigación para la enseñanza de la filosofía y asume la traducción, adaptación, divulgación y formación del profesorado que desee implementar programas de este tipo en el currículum.

Este proyecto pretende hacer emerger las conocidas como habilidades de pensamiento, que se clasifican en cuatro categorías (tabla 1) y son comunes a todos los ámbitos. De hecho, la caracterización de las diversas competencias en cada materia podría hacerse según las habilidades de pensamiento más específicas o afines a la materia que deben ponerse en juego para su desarrollo.

No hay duda del papel subliminal que desempeña la filosofía como bisagra del resto de materias, pues además de vertebrar el desarrollo competencial, enseña a pensar dentro de cada ámbito.

DIÁLOGO FILOSÓFICO

El concepto de diálogo filosófico no debe confundirse con el de diálogo. Que sea filosófico no significa que deba versar sobre cuestiones de este ámbito, sino que difiere de otros modos de entablar relaciones verbales. Su objetivo es llegar a una conclusión mediante el razonamiento basado en hechos o verdades lo más objetivas posibles. La tabla 2 muestra semejanzas y diferencias entre algunas formas corrientes de relación verbal.

¿Hacia dónde nos lleva el diálogo filosófico? El diálogo filosófico, entre muchas otras virtudes, contribuye a la toma de conciencia del propio aprendizaje. Es aprendiendo a pensar por sí mismo que el alumnado dota de significado a su pensamiento. En este sentido hemos comprobado cómo, a través del diálogo entendido como metodología de aula, se adquieren los criterios necesarios para distinguir los pensamientos bien construidos de los carentes de consistencia.

El diálogo filosófico, no obstante, solo puede entenderse si la clase se transforma en una comunidad de investigación o aprendizaje. Es en ella y a través de ella donde los alumnos pueden explorar la conciencia propia y las distintas formas de pensamiento ajenas a las

Habilidades de pensamiento			
Investigación	*Conceptualización y análisis*	*Razonamiento*	*Comunicación y traducción*
Adivinar	Formular conceptos precisos	Buscar y dar razones	Explicar: narración y descripción
Averiguar	Poner ejemplos y contraejemplos	Realizar inferencias	Interpretar
Formular hipótesis	Buscar semejanzas y diferencias	Razonamiento condicional	Improvisar
Observación	Comparar	Razonamiento analógico	Traducción de oral a mímica y al revés
Buscar alternativas	Definir	Relaciones de causa y efecto	Traducción de oral a plástica y al revés
Anticipar consecuencias	Agrupar y clasificar	Relaciones de parte y totalidad	Traducción de oral a lenguaje
Selección de posibilidades	Seriar	Relaciones de fines y medios	
Imaginar: idear, inventar, crear		Establecer criterios	

Tabla 1. Clasificación de las habilidades de pensamiento

propias. En una comunidad de aprendizaje se aborda una pluralidad de ideas desde diferentes perspectivas.

Se inicia así un viaje pedagógico que, de hecho, supone la adquisición por parte del grupo de una actitud que implica la escucha activa de todos sus integrantes, profesor/a incluido/a, potenciando asimismo valores tan importantes como el respeto y la tolerancia. El esfuerzo por traducir las ideas propias al lenguaje oral implica la necesidad de buscar las palabras más acertadas y la expresión mejor estructurada para favorecer la comprensión.

Estos tres pilares del aprendizaje (pensamiento propio, respeto y tolerancia) forman la visión de carácter ético que resulta imprescindible en el aprendizaje colectivo y grupal.

Sobre cómo llevar esta metodología de aula a la práctica y qué actuaciones debe realizar el profesorado se elaboraron unas pautas de orientación al profesorado que serán expuestas más adelante.

El proyecto L'INSiTU

Algunos integrantes del grupo de trabajo COMATVA y del *Projecte de filosofia 3/18* quisimos poner en marcha un proyecto en 1.º de la ESO que fuese más allá de la creación de actividades de enseñanza y aprendizaje más o menos bonitas, chulas o interesantes y más allá también de un proyecto temático en el desarrollo del cual las sesiones de clase pudieran ser tan magistrales o corrientes como las que se venían desarrollando hasta ese momento. Pretendíamos ir a la médula del aprendizaje constructivista y esto significaba cambiar el paradigma de sesión de clase. Queríamos incitar al alumnado a participar en diálogos filosóficos de los que extraer sus propias conclusiones bajo la guía del profesorado. Queríamos que el alumnado fuese consciente de que su proceso de aprendizaje no se reducía a obedecer directrices del profesor, sino que podía implicar también a sus compañeros de clase. En tal proceso, en aquellos casos en que fuese necesario, habría que acompañar los diálogos de práctica situada, la cual, podría dar lugar a nuevos diálogos. Todo comenzaría con una pregunta inicial abierta que implicase directamente a la persona.

Dado que se pretendía incitar *in situ*, realizar práctica *in situ*, que el proyecto se desarrollaría en el *Institut Vallès*, que el término *institut* contiene las letras del pronombre personal tu, y que en catalán «incito» suele pronunciarse «insitu», decidimos llamarlo proyecto L'INSiTU (figura 3).

Figura 3. Logo del proyecto L'INSiTU, de Àngels González Fernández y Josep Moreno Fernández

L'INSiTU, base dialógica				
	Objetivo	*Características*	*Resultado (¿quién gana?)*	*Recurso de EIA*
Diálogo filosófico	Búsqueda de la verdad	Escucha activa Razonamiento objetivo (lógico)	Conocimiento (todos)	Sí
Conversación	No lo hay	Subjetividad Pasar el rato Espontaneidad Colaboración	Abierto (nadie)	No
Debate	Convencer	Competición Enfrentamiento	Triunfo (Uno)	No

Tabla 2. Características del diálogo filosófico

Aunque no resultase contradictorio con el trabajo por proyectos, no se trataba de esto, sino que la manera de hacer clase y de aprender constituían el proyecto. El papel del profesor en el aula venía determinado por la gestión que hacía de los procesos de pensamiento de su alumnado a través del eje: pregunta, diálogo filosófico, conclusiones. Dado que la pregunta inicial estaba directamente relacionada con la realidad y entorno del alumnado este construía el marco conceptual afín con la realidad en la que vivía. Desde cada una de las materias implicadas en el proyecto se establecían unos referentes plausibles por medio de los cuales podía responderse la cuestión inicial.

Para el profesor INSiTU esto planteaba una paradoja: ¿cómo podía alguien no educado de esta manera pretender que otros aprendan así? En el ámbito matemático, la respuesta a esta pregunta es muy sencilla: ¡porque las matemáticas se han hecho así! Cuando uno se enfrenta a un problema nuevo utiliza todos los recursos a su alcance, lo que implica equivocarse, buscar orientaciones bibliográficas, compartir con otros, pedirles ayuda, entablar diálogos críticos, corregir errores… Es un juego en el que, de entrada, vale todo, pero cuyo resultado debe ser validado mediante el razonamiento lógico. Así se han hecho siempre las matemáticas y así se pretendía que las viviese el alumnado.

Los contenidos de cada materia, esenciales desde una perspectiva clásica del aprendizaje, pasaron a ser secundarios: ya no eran causa, sino consecuencia. No había que estudiar las fracciones por ser un tema matemático importante, sino porque su estudio era necesario para otro fin más importante todavía. No había libro de texto ni dosier. El dosier debería ir componiéndose tras los diálogos. Ningún libro de texto desarrolla sus contenidos en base a preguntas de carácter abierto ni puede tener en cuenta la diversidad de respuestas que pueden darse en una clase. El trabajo fundamental era el que se llevaba a cabo en el aula. Sí había pequeños dosieres de actividades matemáticas a realizar, pero se planteaban según las necesidades. El proyecto era totalmente afín con el currículum de una educación por competencias, aunque de modo flexible: era el currículum el que se adaptaba al proyecto y no al revés. Las tres cuestiones para desarrollar el curso escolar fueron: ¿quién soy?, ¿dónde vivo? y ¿cómo me expreso? La figura 4 muestra la estructura de la mayoría de sesiones de clase de cada materia.

Las conclusiones de los diálogos y la guía de un mismo profesor no tenían por qué ser idénticas en diferentes grupos de la misma materia. Cuando el profesor guiaba no lo hacía con el objetivo de alcanzar una conclusión ya conocida por él de antemano ni de que en cada una de sus clases esta fuese la misma, sino que guiaba los diálogos con espíritu abierto, constructivo y respetuoso a la vez. Las personas son diferentes y no tienen por qué concebir un mismo fenómeno de la misma forma.

Semejantes prácticas docentes proporcionan significado al aprendizaje potenciando la creatividad y la autonomía. No se hacen matemáticas o catalán única y exclusivamente durante las sesiones de Matemáticas o de Catalán, sino que las interrelaciones entre diversos ámbitos se evidencian de modo natural conformando un conocimiento cohesionado, no compartimentado. Un planteamiento en el cual el protagonismo es del alumnado.

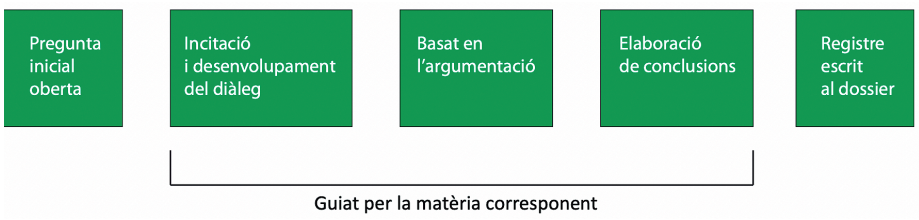

Figura 4. Guía para las sesiones de clase INSiTU

ESTADÍSTICA INCONSCIENTEMENTE

La estadística, por ejemplo, no se trató del modo tradicional exponiendo primero los conceptos básicos, unos ejemplos y unos ejercicios para practicar. Tampoco mediante el estudio de un fenómeno social concreto por causa de su relevancia. Dentro del proyecto L'INSiTU la estadística apareció naturalmente como respuesta a la pregunta «¿Quién soy yo?». Los diálogos que incitaban las respuestas del alumnado acababan concluyendo que en una clase de 1.º de la ESO lo que más importa es saber qué me gusta y qué no, qué hago y qué no hago, dónde vivo o dónde hice la primaria, cuánto mido, de qué color son mis ojos o mi cabello (figura 5). La edad es relevante, pero no en 1.º de la ESO, pues todos tienen la misma. Eso fue lo que provocó la necesidad de preguntar (realizar encuestas), obtener respuestas (resultados), organizarlos (tablas de datos), contarlos (frecuencias absolutas), llegar a conclusiones relativas a las partes de la clase (frecuencias relativas), y comunicarlos de formas diversas (fracciones, porcentajes, gráficos) hasta el punto de elaborar un individuo abstracto e imaginario representativo de la clase (medias aritméticas). Sabiendo cómo son los demás ayuda a hacerme una idea de cómo soy yo y de cómo es mi grupo.

Se hizo estadística sin conocer los nombres técnicos de lo que se hacía. El profesor no intervenía, a no ser que fuese requerido o si la desorganización era excesiva. Los nombres técnicos se pusieron al final del proceso. Llevó tiempo, pero el tiempo era para lo que importaba y al dar tiempo a lo importante, nos apropiábamos del tiempo. Los diálogos incitados por la pregunta llevaron a la conclusión de que había que realizar un estudio. Las conclusiones del estudio fueron saber cómo era cada miembro de la clase con relación al resto y qué aspectos caracterizaban o compartían diferentes grupos de clase del mismo nivel educativo.

ZANCADA ZANJADA

Uno de los referentes principales para el desarrollo de la respuesta a la pregunta de quién soy yo era el cuerpo. Y un aspecto corporal que nos define es el modo en que caminamos. Es cuestión fundamental estudiar matemáticamente el modo natural del ser humano para desplazarse. Para incitar el estudio del caminar se planteó una pregunta: «¿cuál es mi zancada?». En Albertí (2018) pueden encontrarse diversas respuestas del alumnado e incluso cuestiones relacionadas que van más allá de lo que es la zancada, como la frecuencia de paso y la curva que describe la cabeza de una persona cuando camina. Pero lo más extraordinario fue un fenómeno didáctico que se produjo en una clase y que hizo darme cuenta de lo mucho que me quedaba por reflexionar como profesor. A la hora de definir la longitud de zancada nos encontramos con cuatro posibilidades plausibles (figura 6) que incitaron un diálogo sobre cuál de ellas era la más apropiada. La cuestión quedó clara con una intervención:

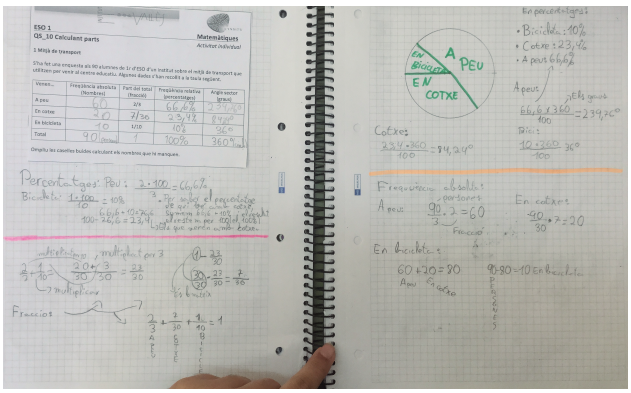

Figura 5. Estadística sobre el modo de desplazamiento

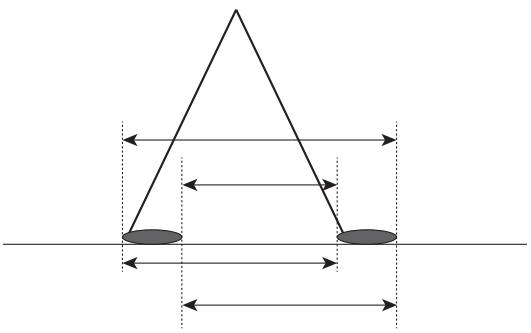

Figura 6. Cuatro definiciones plausibles de longitud de zancada

—Ell@s: De talón a talón o de punta a punta, no hay problema. Pero si tomamos de talón a punta estamos contando un pie de más; y de punta a talón, un pie de menos.

—Profesor: ¿Un pie de más o de menos? ¿Qué quieres decir?

—Ell@s: Lo que ha avanzado la persona. De talón a punta estamos contando como que ha avanzado un pie más de lo real, y de punta a talón un pie de menos. De punta a punta o de talón a talón, es lo que avanza realmente.

—Profesor: Y hacerlo así, ¿por qué es más práctico?

—Ell@s: Para saber cuánto hemos caminado lo fácil es multiplicar todos los pasos por la zancada. Si la tomamos de punta a punta o de talón a talón, funcionará bien.

Todas las posibilidades son plausibles e incluso correctas, pero solo las que incluyen exactamente un pie resultarán prácticas en dos sentidos. El primero, que mide el avance del paso; y el segundo, que para conocer el avance al caminar bastará con multiplicar la longitud de zancada por el número de pasos efectuados.

Como profesor tenía pensado llegar a definir así la zancada, pero no me había parado a pensar en que la longitud de zancada no «es» esta, sino que «hacemos que sea» esta. La definimos así, y lo hacemos por una cuestión práctica (y situada). Cuando trabajamos con fenómenos del mundo real y tangible las cosas no «son» matemáticas por sí mismas, sino que proyectamos matemáticas sobre ellas o nos inspiramos en ellas para crear ideas matemáticas. En este caso, la causa es la comodidad de cálculo. La distancia caminada más clara es aquella equivalente a la longitud avanzada. Si mi zancada es de 0,8 metros y camino x pasos, habré recorrido $0{,}8 \cdot x$ metros. Y la definición de zancada queda zanjada. Lo relevante del caso fue que toda la clase fue consciente de por qué convenía adoptar esta definición y no otra.

EVALUACIÓN

Se establecieron unos criterios de evaluación compartidos para las materias del proyecto (tabla 3), los cuales debían completarse con los específicos de cada una de ellas.

Para trabajar el razonamiento en todas las materias, en cada una de ellas se propondrían «Quelis», acróstico de *Qui és l'intrús*, que es como Calvo y Obrador (2016) tradujeron al catalán las actividades de su versión original inglesa *Which one doesn't belong* (figura 7).

La identificación del intruso con relación a los otros tres implica hacer explícito el campo matemático sobre el que se va a declarar el intruso, identificarlo explicando por qué lo es y redactarlo por escrito. Además, el campo matemático debía corresponderse con el nivel educativo en el que se hallaba el alumno. Digamos, por ejemplo, que no es muy de 1.º de la

Criterios de evaluación compartidos por las materias INSiTU		
Expresión	Oral	Dicción clara y fluida
		Discurso ordenado y coherente
		Tono y volumen adecuados
	Escrita	Caligrafía inteligible
		Presentación cuidada
		Corrección lingüística
Gestión	Recursos	Cumplimiento de tareas
		Dosier de apuntes y material
		Puntualidad
	Aprendizaje	Participar, trabajar y colaborar
		Flexibilidad: capacidad de mejorar opiniones propias a partir de ideas ajenas
		Respeto por el entorno
Argumentación	Quelis	Responder las planteadas en cada materia INSiTU

Tabla 3. Criterios de evaluación compartidos del proyecto L'INSiTU

ESO declarar como intruso «One» en la figura 7 porque es un círculo y el resto son cuadrados. Pero sí lo sería si se le declara intruso porque el área (o perímetro) de la figura que lo circunda es distinta e inferior a las otras tres que circundan las otras palabras.

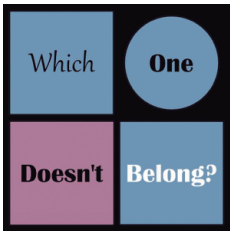

Figura 7. WODB

ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

La ubicación del alumnado en el aula no sería la corriente hasta entonces. Se formarían grupos de entre cuatro y seis mesas adosadas. El alumnado se vería las caras, algo muy importante para los procesos de diálogo. El profesor no se sentaba ya dirigiendo el grupo como un director de orquesta, sino que a veces incluso se sentaba con ellos. En tal escenario, la pizarra adoptaba la mayoría de veces un papel de soporte para registro de ideas y conclusiones, una ventana al cerebro de la clase.

El mayor impacto en el centro fue la desaparición del grupo de refuerzo que componían los alumnos de atención a la diversidad. Pero ello permitió componer grupos clase con menor ratio, pasando de tres grupos de 30-31 alumnos a cuatro grupos de 23-24. La atención a la diversidad se haría dentro del grupo principal. Esto significaba atender a personas con dificultades durante el tiempo de clase: una tarea compleja para un solo profesor.

Pero los diálogos ofrecían oportunidades. Las personas con dificultades eran reticentes a intervenir, por lo que el profesorado INSiTU debía velar porque fuesen entrando en los diálogos. Además, hay un aspecto del diálogo que merece destacarse. Sus conclusiones pertenecen a todos los que han intervenido en él, hayan sido o no acertadas. A menudo las intervenciones poco acertadas inspiran ideas, casos imprevistos, contraejemplos o cambios de perspectiva que vale la pena tener presentes. El departamento de psicopedagogía alentó a quienes desarrollábamos el proyecto a que debíamos fomentar la intervención de todos, independientemente de sus capacidades.

Para poder atender individualmente las dificultades de esas personas en matemáticas se hacían sesiones de trabajo individual en la biblioteca. En ese espacio mayor el alumnado se sentaba solo y tenía que trabajar toda la hora de forma individual, con sus apuntes e instrumentos de escritura y calculadora. El profesor iba atendiendo a quienes tenían alguna dificultad y revisaba los dosieres. Ahí encontraba que quienes tenían mayores dificultades peores apuntes habían recopilado. Los registros escritos eran escasos, desordenados, escritos con expresiones lingüísticamente incoherentes o ilógicas, presentaban errores ortográficos y falta de continuidad (apuntes de la misma materia de días consecutivos escritos a páginas de distancia), etc. Puesto que estos son aspectos básicos, disponía de unos diez minutos para dedicar a cada uno de estos alumnos una atención personalizada para orientarle en su mejora, ya fuese esta del tipo mencionado o de carácter propiamente matemático.

PAPEL DE LAS FAMILIAS

Sin libro de texto y trabajando en el aula, los deberes eran muy ocasionales. Las familias podían ayudar a sus hijos preguntándoles qué habían hecho en clase. Si la respuesta no era clara, cabía averiguar los motivos. Ahí intervenía el profesor. En el caso de matemáticas, se colgó en la web del centro un resumen de las cuestiones técnicas trabajadas, al principio trimestralmente; después, casi semana a semana. Eso incluía fotografías del trabajo en clase y de lo registrado en la pizarra. Se pretendía que las familias se hiciesen una idea del desarrollo de las sesiones y de que el alumnado tuviese un referente para el estudio y, en el caso de que la tuviese, referentes para ayudas particulares. Ahora bien, dichas ayudas no deberían anticipar trabajo de aula, pues ello condicionaría los diálogos y pondría a algunos en ventaja. En caso de que un alumno dispusiese de ayuda particular en casa

quien le prestase ese servicio debería ponerse en contacto con el profesor para saber qué trabajar y de qué manera.

PLAN DE APLICACIÓN

El proyecto se puso en marcha el curso 2016-2017 en cinco materias de 1.º de la ESO: Pensar sobre el pensar, Matemáticas, Expresión visual y plástica, Catalán y Castellano. El curso siguiente se le dio continuidad en 2.º de la ESO en las materias de Pensar sobre el pensar, Matemáticas y Ciencias Sociales. Esto implicó cambios organizativos substanciales a nivel de centro, ya que no queríamos que el alumnado de diversidad fuese separado de su grupo de clase para conformar un grupo especial, lo que tuvo también implicaciones en algunas dedicaciones del Claustro.

En 2.º de la ESO el alumnado fue distribuido en dos grupos de velocidad estándar y otros dos de alta velocidad con el fin de atender mejor su diversidad. Esa fue la idea original. Sin embargo, la realidad se impuso y hubo que hacer algunos ajustes.

Desarrollo curricular

Cada materia desarrolló un árbol curricular de cómo se preveía que podría dar respuesta a la pregunta inicial. Para ello se establecieron unos referentes de materia a partir de los cuales se iría desgranando la respuesta (figura 8).

Las actividades de aprendizaje de materia se crearían con relación a esos referentes. Los referentes principales de la cuestión «¿quién soy yo?» fueron la persona y el cuerpo, y conducen a diferentes ámbitos de conocimiento y de contenidos. La figura 9 muestra un árbol de matemáticas. Sus gráficos y figuras fueron incorporados tras el desarrollo y constituyen creaciones de clase.

Para ayudar al profesorado se redactó una guía de orientación al diálogo filosófico (tabla 4) con la idea de que le sirviese para gestionar los pensamientos de su alumnado según la metodología INSiTU.

A lo largo de esta sección el lector ha tenido la oportunidad de ver cómo se han desarrollado diálogos fi-

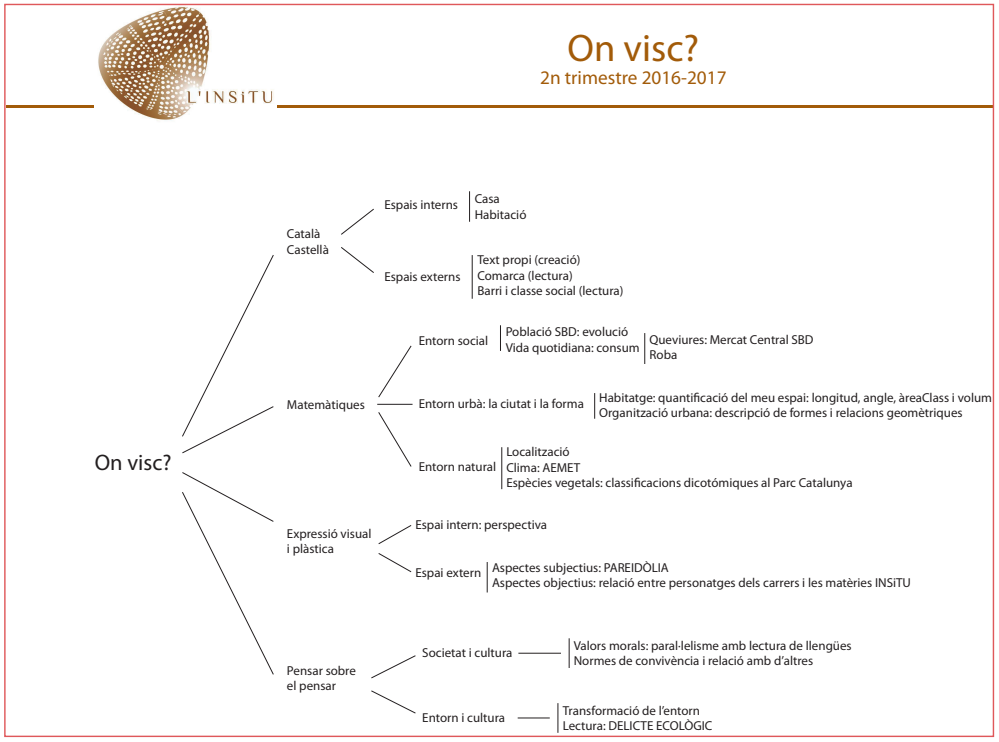

Figura 8. Referentes de cada materia para «¿Dónde vivo?», 1.º de la ESO

losóficos en clase de matemáticas. E incluso habrá apreciado cómo el papel del profesor no siempre ha logrado someterse a las pautas de orientación que él mismo había diseñado.

EL TIEMPO ERA NUESTRO

Ya se imaginará el lector que poner esto en funcionamiento implica apoderarse del tiempo para estirarlo o comprimirlo a voluntad y necesidad del desarrollo del aprendizaje. Llevar a cabo L'INSiTU significó dar a los procesos el tiempo necesario. No nos gobernábamos por plazos concretos de realización. Habíamos previsto que la cuestión «¿Quién soy yo?» se extendiese a lo largo de un trimestre, pero fue necesario todo un cuatrimestre. Los flecos riquísimos que se generaban en clase impedían cerrarla. Este espíritu se fraguó en el eslogan que nos ha caracterizado: «el tiempo es nuestro».

Nuestras clases eran abiertas, lo que significaba que quien quisiera podía asistir a ellas. Unos cuantos colegas lo hicieron y aportaron propuestas críticas para la mejora. También tuvimos oyentes ajenos a nuestro centro y padres de alumnos.

Figura 10. L'INSiTU: ¡pasión por las matemáticas!

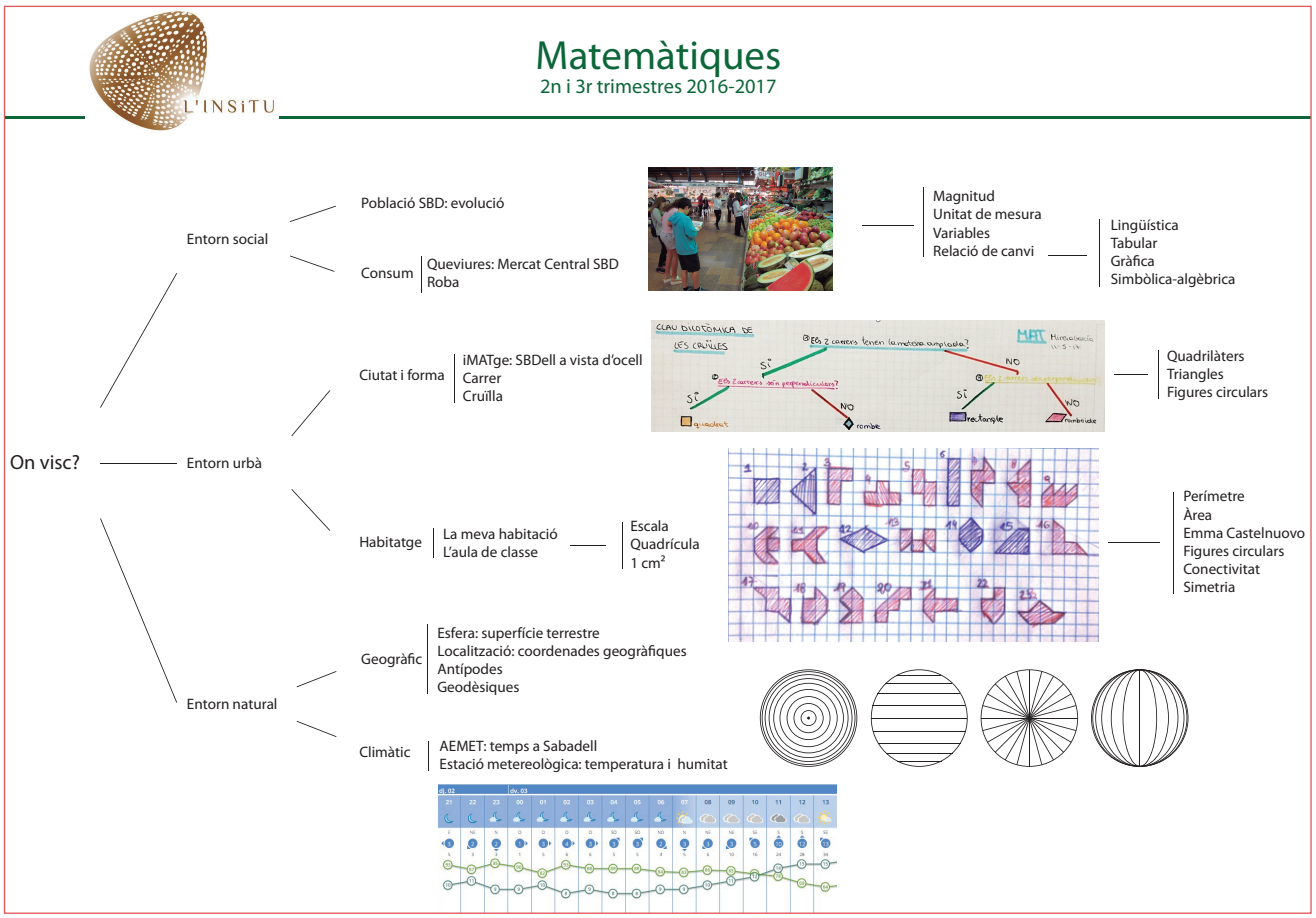

Figura 9. Árbol de desarrollo curricular de matemáticas para «¿Dónde vivo?», 1.º de la ESO

Epílogo

Este fue el último proyecto verdaderamente significativo de mi labor profesional. Con él me hice mejor profesor. Poder crecer cada vez más pese a la edad es una de las grandes virtudes de nuestra profesión. No solo se puede ser mejor profesor a los sesenta que a los treinta años, sino que vale la pena trabajar para serlo. Sin embargo, esto es imposible sin los demás, tanto nuestros compañeros de trabajo como el alumnado.

El proyecto L'INSiTU terminó su vida en junio de 2019 tras aplicarse durante tres cursos académicos consecutivos en parte del currículo de 1.º y de 2.º de la ESO. Podría haber continuado regenerándose en un nuevo proyecto como hicieron sus antecesores (*Comatva* y *Filosofia3/18*), pero el entorno había cambiado demasiado. En junio de 2019, algunos nos propusimos comenzar el curso 19-20 manteniendo el espíritu del proyecto en nuestras clases. Sin embargo, pronto nos dimos cuenta de que resultaba imposible aplicarlo de forma aislada los unos de los otros. El espacio y el tiempo ya no eran nuestros porque no los compartíamos, lo que hizo imposible dialogar filosóficamente sobre el núcleo de nuestra labor: ¿qué hacemos en el aula? El lago fue desecándose a través de riachuelos de individualidad que no desembocaron en un océano, sino en un desierto.

Con en el punto final de este párrafo no solo se cierran este artículo y la sección de la que forma parte. Se cierra también una labor profesional que ya solo tiene pasado. Sin saber quiénes sois, apreciados lectores, he compartido con vosotros aspectos de mis clases que, mientras el tiempo fue mío, consideré que merecían la pena. Mis amigos me dicen que es ahora, una vez acabada mi vida profesional, que tengo mucho tiempo. Espero que sea verdad, porque tengo la impresión de que el tiempo dejó de pertenecerme y es él ahora quien me tiene a mí. Vosotros que podéis, tenedlo. Si lo queréis, es vuestro. Vividlo.

Orientaciones para gestionar el diálogo filosófico	
Intervenciones del alumnado	*Intervenciones del educador INSiTU*
A: —Me ha dado esto.	Diga A o no cómo lo ha hecho, el educador guarda silencio esperando la reacción del resto. Si ningún otro alumno interviene, pregunta a la clase: —¿No tenéis nada que decir a lo que acaba de decir A?
B: —A mí me ha dado otra cosa.	El educador permanece en silencio esperando la reacción de los compañeros de A y B. Si nadie interviene, pregunta a la clase: —¿Creéis que la réplica de B es acorde con la apertura de un diálogo? Si nadie interviene, pregunta a la clase: —¿Creéis que B ha replicado la aportación de A? El educador debe incitar un diálogo sobre la aportación de A en el que el propio A pueda intervenir.
Algún alumno abre el diálogo repondiendo la cuestión del educador	El objetivo del diálogo será averiguar si las argumentacioens que puede ofrecer A son correctas o no. Si no lo son, deberán revisarse. El objetivo del educador no es descartar la aportación de A si es incorrecta, sino buscar, mediante el diálogo, cómo se ha construido y, si es incorrecta, cómo puede reconvertirse en correcta. El educador guía sin emitir juicios de valor y solo interviene cuando el diálogo no avanza. Procura abrir la participación de toda la clase, especialmente de las personas que no participan.
El diálogo conduce a la solución de la actividad	Una vez la argumentación dialogada se da por buena (lo hace el alumnado), vale la pena observar que si el educador la diese por incorrecta, su alumnado debería rebelarse en su contra. Una vez validada la resolución y escrita en la pizarra, el alumnado no solo la copia, sino que registra también las conexiones de causa y consecuencia que han conducido hasta ella. En la materia Pensar sobre el pensar se analizarán las habilidades de pensamiento utilizadas en este proceso.

Tabla 4. Orientaciones para el profesor acerca del diálogo filosófico

Referencias bibliográficas

Albertí, M. (2018), *Las matemáticas de la vida cotidiana*, Editorial Catarata, Madrid.

— (2016a), «Mates a Català: bo per a les competències comunicativa, lingüística i matemàtica», *Actes C²EM*, Congrès Català d'educació matemàtica, Barcelona.

— (2016b), «Què és més rodó?», *Noubiaix, 38*, 43-66, FEEMCAT.

Albertí, M., y M. Hernández (2018), «L'INSiTU, un projecte metodològic obert», Simposi d'aprenentatge globalitzat i per projectes, ICE de la UAB, Bellaterra.

Calvo, C., y D. Obrador (2016), «De WOBD fins a QUELI: reflexionar, deduir i defensar arguments a l'aula de matemàtiques», *Actes C²EM*, Congrès Català d'educació matemàtica, Barcelona.

Galilei, G. (1994), *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo ptolemaico y copernicano*, Edición de Antonio Beltrán Marí, Alianza editorial, Madrid.

Ifrah, G. (1987), *Las cifras. Historia de una gran invención*, Alianza editorial, Madrid.

Lakatos, I. (1994), *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático*, Alianza editorial, Madrid.

Lave, J. (1988), *Cognition in Practice. Mind, Mathematics and Practice in Everydat Life*, Cambridge University Press, Cambridge.

Lipman, M. (2005), *Filosofía en la escuela: la práctica de pensar en las aulas*, Editorial Graó, Barcelona.

—(2017), *La descoberta de l'Aristòtil Mas*, EUMO Editorial, Universitat de Girona, Grup IREF, Girona.

Polya, G. (1988), *How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method*, reedición del original de 1945, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Wedberg, A. (1977), *Plato's Pilosophy of Mathematics*, Greenwood Press, Westport, Connecticut.

Agradecimientos

Un sincero y profundo agradecimiento a mis compañeros del Institut Vallès que se implicaron en el proyecto hasta hacerlo suyo.

Un agradecimiento especial a Montserrat Hernández Vela, impulsora del *Projecte de filosofia 3/18*, por incitarme a valorar el diálogo filosófico como recurso de aprendizaje y por compartir conmigo la coordinación del proyecto L'INSiTU.

Gracias también a las promociones de la ESO de los cursos 16-17, 17-18 y 18-19 del Institut Vallès con las que pudimos llevar a cabo el proyecto. Sin su implicación, ni el proyecto ni esta sección habrían sido posibles.

Miquel Albertí Palmer
Institut Vallès, Sabadell (Barcelona)
<alberti.miquel@gmail.com>