

Actividades dirigidas con Desmos

Lola Morales Ruiz

SUMA núm. 95
pp. 117-124

Artículo solicitado por *Suma* en julio de 2020 y aceptado en septiembre de 2020

Los programas de geometría dinámica y de representación gráfica son ya herramientas conocidas y aprovechadas en mayor o menor grado en el aula. Una de ellas es Desmos, un software gratuito lanzado en 2011 que ha ido evolucionando desde su origen como calculadora gráfica centrada en la representación de funciones hasta la actualidad.

En la calculadora gráfica se pueden representar todo tipo de funciones, inecuaciones, curvas en polares o paramétricas, tablas y listas de puntos, distribuciones de probabilidad, calcular ajustes de mínimos cuadrados, usar deslizadores o añadir diversas restricciones. Se pueden añadir puntos móviles que estén ligados a las funciones o a ciertas características que necesitemos, así como editar colores, tipos de líneas o etiquetas de cada objeto. La interfaz es bastante sencilla y tiene un diseño muy cuidado y limpio que se proyecta en una pantalla grande de forma óptima. Además de la calculadora, Desmos cuenta con una herramienta de geo-

metría dinámica básica pero suficiente para la mayoría de conceptos de Primaria, Secundaria y Bachillerato. Se ha añadido una calculadora científica y una de matrices y es de esperar que se vaya ampliando y mejorando con el paso del tiempo.

Detrás de Desmos está Dan Meyer, profesor de matemáticas conocido por sus interesantes propuestas de problemas en 3 actos. Sin embargo, una de las ca-



Figura 1

racterísticas por las que destaca Desmos es por la sección «Desmos Teacher», una colección de actividades guiadas dirigidas al alumnado y basada en construcciones hechas con el propio software de Desmos. Pueden encontrarse en la pantalla principal de Desmos, justo debajo de la calculadora gráfica.

Qué son las actividades dirigidas de Desmos

Se trata de actividades ordenadas en pantallas por las que transita el alumno y donde el profesor puede mostrar información, proponer construcciones, plantear preguntas y comentarios, dar feedback personalizado y analizar a posteriori o durante la actividad las respuestas de todo el grupo o de una parte de este.

En su página web, <<https://teacher.desmos.com/>>, veremos en el centro una serie de actividades destacadas y, a la izquierda, una columna con cierta clasificación por áreas junto con una sección personal donde poder encontrar las actividades construidas desde cero, las editadas y las guardadas. Además, hay un buscador en la parte superior, pero desde Google pueden encontrarse muchísimas más actividades que no están recogidas en el propio buscador de la web. Todas las actividades que vemos en la web son utilizables por cualquiera y prácticamente todas son editables por cualquier usuario. La mayor parte de las actividades que encontramos están en inglés, aunque muchas de ellas han sido traducidas y podemos editarlas para traducir lo que queramos.

Veamos como ejemplo una actividad muy sencilla que aparece en una colección ya traducida llamada «Álgebra 2». Se trata de una actividad sobre factorización de polinomios titulada «Desafíos de ecuaciones polinómicas». Al abrir la actividad nos encontramos un pequeño resumen, un apartado con el que crear un código de clase y una vista previa de la actividad donde podremos ver todas las pantallas que la componen. Si la actividad ya nos parece adecuada o la hemos editado y ya está conforme queremos presentarla a los alumnos, basta con crear un código de clase y pasarles el enlace o

bien pasarles el código y que lo escriban en la página principal de Desmos. El alumno podrá entrar con su propia cuenta de Desmos (se puede crear en ese momento) o directamente sin crear ninguna cuenta. La ventaja de entrar con su cuenta es la posibilidad de acceder a posteriori a la misma actividad, ver sus respuestas y, sobre todo, poder leer el feedback individual que le haya aportado el profesor. Si entra sin cuenta se recomienda que escriba su nombre real (posteriormente se podrán anonimizar los nombres si deseamos proyectar las respuestas) y, en el caso del ejemplo citado, verá una pantalla como la de la figura 2.

A lo largo de las 11 pantallas que componen la actividad, los alumnos relacionarán las raíces del polinomio con los puntos de corte con el eje de abscisas, crearán polinomios que pasen por ciertos puntos, analizarán el número de puntos de corte en función del tipo de soluciones y del grado del polinomio y tendrán que escribir ciertas reflexiones sobre las respuestas dadas.

Además de las actividades dirigidas, en Desmos Teacher también encontramos el *Polígrafo*, una especie de «¿Quién es quién?» que se juega por parejas y donde uno de los jugadores tiene que elegir una carta entre las 16 cartas temáticas que ha propuesto el profesor y el otro hará una serie de preguntas de sí/no hasta dar con la carta elegida por el primero. Después intercambiarán el turno. Al igual que con las actividades dirigidas, hay muchísimos polígrafos ya hechos que podemos utilizar, pero crear uno desde cero es realmente intuitivo y rápido (figura 3).

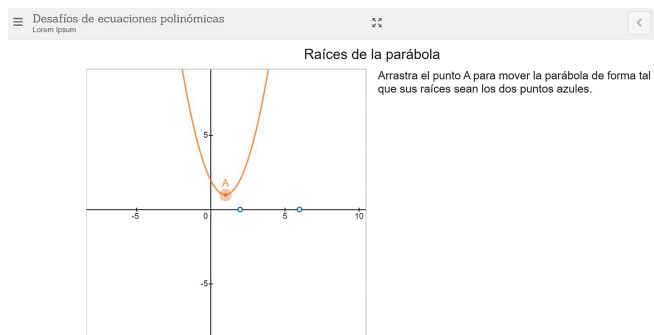


Figura 2. Ejemplo de pantalla de una actividad sencilla

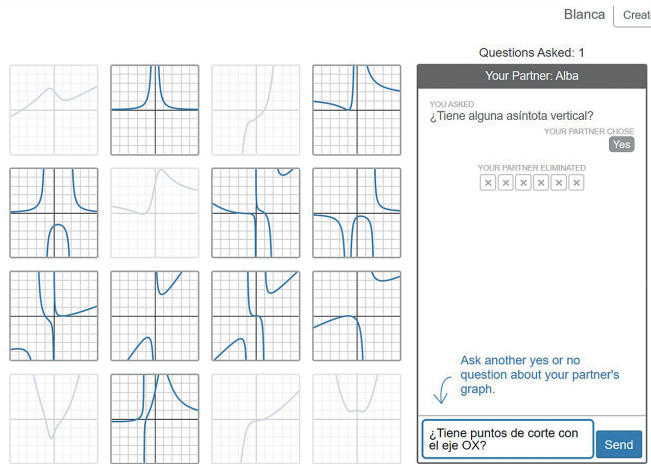


Figura 3. Funcionamiento de un polígrafo

Cómo crear actividades dirigidas

Para crear una actividad podemos hacerlo desde un proyecto nuevo o desde una ya creada y modificarla, en cuyo caso basta con pinchar en «Copiar y editar» y directamente podremos empezar a editarla. Si queremos modificar el ejemplo de la actividad sobre factorización que veíamos antes, nos encontraremos con un tablero como el de la figura 4 (la apariencia de esta página puede variar conforme actualizan nuevas funciones disponibles).

En la parte superior aparecen todas las pantallas que conforman la actividad, que pueden borrarse o duplicarse si queremos. A la izquierda encontramos el menú de herramientas disponibles. Si creamos la actividad desde cero, encontraremos lo mismo pero solo con una primera pantalla en blanco. Tanto en un caso como en otro podemos copiar cualquier panta-

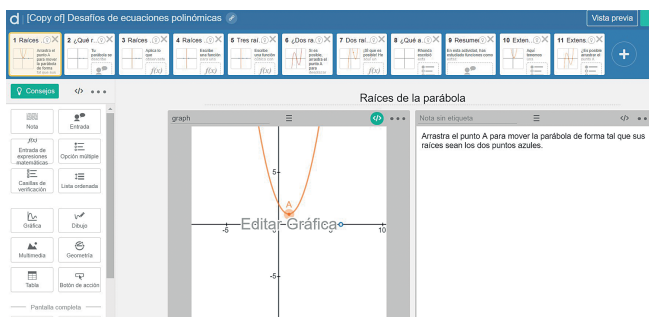


Figura 4. Tablero de creación de actividades

lla de cualquier otra actividad (Ctrl+C) y pegarla en la nuestra (Ctrl+V). Esto también se puede hacer desde la vista previa de cualquier actividad, pinchando en el icono que aparece en la parte superior (figura 5). Esto agiliza enormemente la creación de actividades por parte del profesor.

Por cuestiones de usabilidad, solo se pueden utilizar un número limitado de herramientas en cada pantalla pero pueden incluirse tantas pantallas como deseemos. En ellas podremos escribir una nota (acepta lenguaje matemático), solicitar una respuesta matemática o de texto a los alumnos (en ambos casos se puede optar por que los siguientes alumnos puedan leer lo contestado por sus compañeros o no), proponer listas que tienen que ser ordenadas, preguntas de opción múltiple o casillas de verificación que admiten incluir gráficas de Desmos o imágenes y donde se puede requerir que los alumnos justifiquen las respuestas.

Dentro de la parte de herramientas puramente matemáticas encontramos la posibilidad de agregar una gráfica de Desmos en blanco o ya creada (basta con pegar el enlace), donde podemos optar por que se vea solo la gráfica o también la construcción analítica, podemos proponer un esbozo hecho con el ratón o el móvil y que puede llevar o no fondo o incluso utilizar una gráfica de Desmos para trabajar sobre ella; además, se pueden incluir imágenes o vídeos, una ventana de geometría dinámica, una tabla que puede conectarse con cualquier gráfica o un botón para que se realice una acción. En todas ellas se puede utilizar lenguaje de programación (*Computer Layer*) para interrelacionar pantallas y ventanas, mostrar o no ciertos datos en

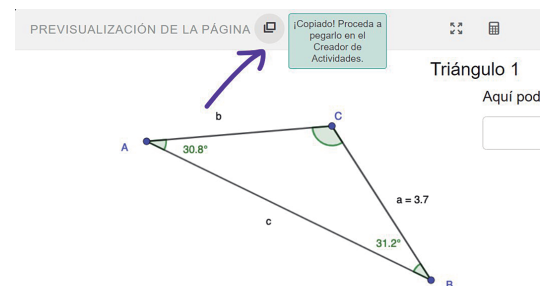


Figura 5. Icono para copiar cualquier pantalla

función de las respuestas de los alumnos y decenas de utilidades más que pueden encontrarse en <https://teacher.desmos.com/computation-layer/documentation>.

Por último, podemos destacar dos herramientas que se han de utilizar a pantalla completa: las cartas y las canicas. La dinámica de las cartas es muy sencilla: se trata de crear cuantas cartas queramos y los alumnos tienen que agruparlas según les propongamos. Las cartas pueden incluir gráficas, tablas, texto, imágenes... Las posibilidades aquí son enormes. Podemos ver en las siguientes imágenes un par de ejemplos (figuras 6 y 7).

La otra actividad es la llamada «Canicas» (o Marbleslides): se trata de cazar una serie de estrellas a raíz de unas canicas que caen y que se mueven sobre la función que deseamos. El alumno tendrá que escribir o modificar la ecuación de la función correspondiente para cazar todas las estrellas (figura 8).

Al diseñar la actividad podemos elegir la posición desde la que caen las canicas, la de las estrellas y el tipo de funciones o restricciones que queremos que se usen.

Una vez trabajada una actividad podemos también proponer a los alumnos crear sus propios retos relacionados con la actividad creada que lanzarán des-

STUDENT SCREEN PREVIEW

Match each set of cards that show the same Rate of Change! (Hint: There should be 4 cards in each set!)

The screenshot shows a Desmos activity interface with the following cards:

- Table 1:

x	y
1	12
2	8
3	4
4	0
5	-4
6	-8
- Equation: $y = -2x - 2$
- Equation: $y = 3x + 6$
- Graph: A right triangle with a vertical side of 8 and a horizontal side of 2.
- Equation: $y = \frac{1}{4}x - 1$
- Table 2:

x	y
1	3
2	1
3	-1
4	-3
5	-5
6	-7
- Table 3:

x	y
1	5
2	5.25
3	5.5
4	5.75
5	6
6	6.25
- Graph: A right triangle with a vertical side of 6 and a horizontal side of 2.
- Equation: $y = -4x + 2$
- Table 4:

x	y
1	-2
2	1
3	4
4	7
5	10
6	13
- Graph: A right triangle with a vertical side of 2 and a horizontal side of 8.
- Graph: A right triangle with a vertical side of 6 and a horizontal side of 2.

Figura 6. Cartas sobre rectas y pendientes

Siempre, a veces o nunca

The screenshot shows a Desmos activity interface with the following cards:

- Statement: "Al elevar al cuadrado un número irracional, nos da otro número irracional."
- Statement: "Los números racionales tienen infinitos decimales."
- Statement: "Los números racionales se pueden escribir de la forma $\frac{a}{b}$ donde a y b son enteros y $b \neq 0$."
- Statement: "La raíz de un número natural es irracional."
- Statement: "Los enteros son números negativos."
- Statement: "Los números racionales son números irracionales."
- Statement: "Al elevar al cuadrado un número racional, nos da otro número racional."
- Statement: "Los enteros son irracionales."
- Statement: "Los racionales son números enteros."
- Statement: "Los números irracionales son números reales."
- Statement: "Los naturales son números enteros."
- Statement: "Al elevar al cuadrado un número racional, nos da un número irracional."
- Statement: " π es un número racional."
- Statement: " π es un número irracional."
- Statement: "Los enteros son números naturales."

Response options: **NUNCA**, **SIEMPRE**, **A VECES**

Figura 7. Cartas sobre números reales

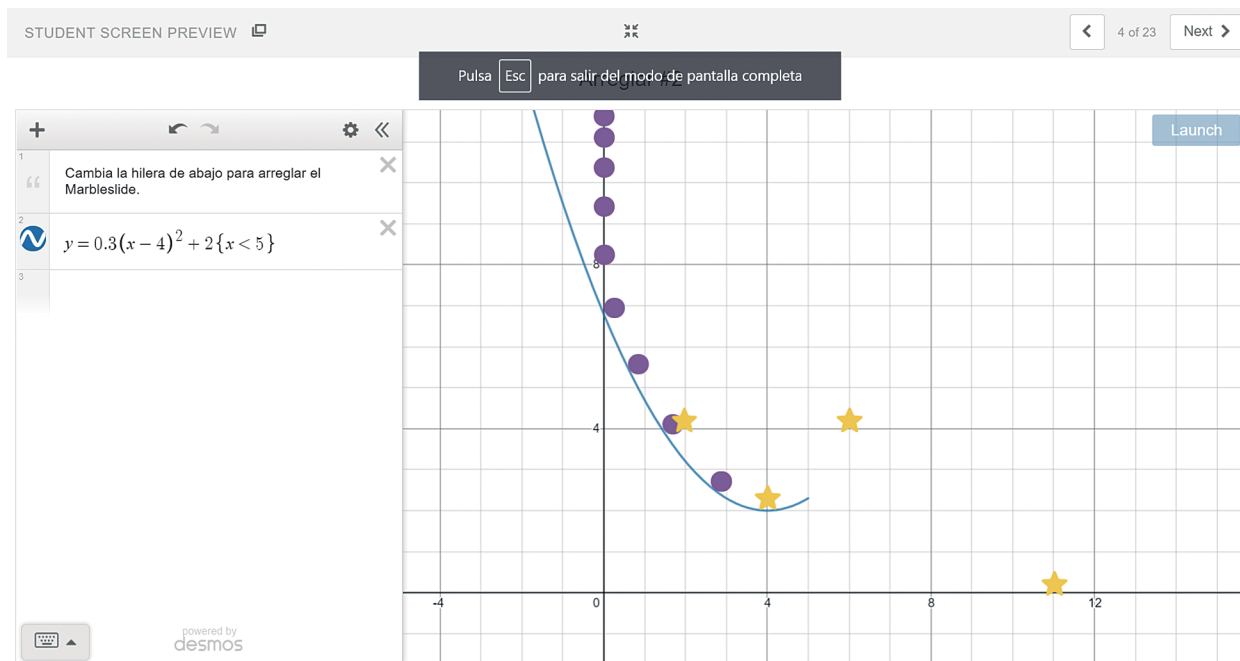


Figura 8. Ejemplo de actividad con canicas

pués a sus compañeros. Conforme los alumnos van creando estos retos, tendrán también que responder a los retos de los demás y podrán ver un resumen de todas las respuestas planteadas. Podemos ver un ejemplo de estos retos al final de la actividad llamada «Es-lalon de parábola», donde los alumnos tendrán que escribir la ecuación de una parábola que pase entre ciertos puntos y, al final, ellos mismos podrán crear sus propios desafíos, en este caso elegir los puntos por los que tiene que pasar la parábola, para darle cierto cariz social a la actividad.

En todos los casos el profesor que crea una pantalla puede añadir anotaciones y posibles respuestas a las preguntas que se plantean que solo pueden ser leídas por otros profesores que utilicen esa pantalla, así como pistas o comentarios para los alumnos.

Como novedad, en verano de 2020 se incluyó que el profesor pueda crear clases en la pantalla principal y desde ahí ir asignando actividades a cada grupo, de modo que los alumnos solo necesitarán un enlace en el que les irán apareciendo todas las actividades que se les haya asignado. Además, se ha incluido la posibilidad

de agregar a un co-profesor que también pueda ver las respuestas de los alumnos y el desarrollo de la actividad.

La variedad de actividades ya creadas es inmensa. De hecho, este es quizá el principal reto que tenemos por delante si queremos utilizar las actividades de Desmos Teacher: son tantas las actividades que a veces se hace difícil elegir una colección útil que poder ir ampliando según nuestras necesidades. Aún así, las posibilidades son prácticamente infinitas y abarcan cualquier temática que imaginemos, con lo que carecería de sentido tratar de hacer una selección.

Experiencia en clase: la mediatriz y el circuncentro

Veamos a continuación cómo funcionó una actividad concreta de elaboración propia sobre la mediatriz y el circuncentro con un grupo de 1.º de ESO durante el periodo de confinamiento del curso 2019-2020. A estas actividades dirigidas se les saca mucho más partido en una clase presencial, ya que se puede parar la actividad, comentar las dudas que surjan o aclarar

conceptos, pero también pueden ser una buena idea en una enseñanza a distancia, ya sea de forma síncrona o no. En este caso, se presentó la actividad al principio de una videoconferencia. Los 26 alumnos que se conectaron la trabajaron por su cuenta durante 45 minutos y al final se puso en común, de nuevo por videoconferencia.

El tablero que ve el profesor será similar al de la figura 9. Los alumnos se anonimizaron para proyectar el trabajo grupal. Desde esta pantalla el profesor puede ver en todo momento por qué actividad va cada alumno, puede parar la clase o limitar el número de pantallas que se realizan o ver las respuestas incorrectas en caso de haber planteado una pregunta tipo test o si ha programado la respuesta que debería ser la correcta en una de las pantallas. Además, en el panel superior puede hacer capturas de pantalla que utilizar después en la puesta en común, ver las respuestas de forma individual o grupal o ver las preguntas desde el punto de vista del alumno.

La actividad, llamada «¿Quién está más cerca?», pretendía que los alumnos entendieran la mediatriz de un segmento como el lugar geométrico de los puntos que equidistan de los extremos del segmento y no solo como la perpendicular que pasa por su punto medio, que es a lo que están habituados en la asignatura de Dibujo. A partir de esto se trabajó el concepto de circuncentro de un triángulo y la existencia o no de circuncentros en otros polígonos.

Tras la propuesta de la primera pantalla de dibujar cuatro puntos que estén a la misma distancia de dos personas en un plano, algunas de las respuestas se pueden ver en la figura 10.

En las siguientes pantallas los alumnos identificaban estos puntos como una recta perpendicular que pasa por el punto medio, con lo que a continuación se les propuso la construcción utilizando las herramientas de geometría dinámica que proporciona Desmos y que es recomendable haber presentado antes para que no supongan una traba a la hora de realizar la actividad. Cuando se les pidió cierta reflexión sobre la construcción o que definieran lo que estaban realizando, varios de ellos trataron de formalizar en exceso la respuesta (con diferente éxito), un par de alumnos respondieron copiando de algún sitio externo y otros salieron del paso con alguna respuesta rápida; sin embargo, la mayoría de ellos presentó dificultades a la hora de usar un lenguaje mínimamente riguroso desde el punto de vista matemático. No era el objetivo de la actividad, pero se utilizaron algunas respuestas para comentar errores y aciertos conceptuales y mejorar el lenguaje matemático utilizado.

Al pasar a las distancias de tres personas en un plano, es decir, las distancias con respecto a los vértices de un triángulo, prácticamente todos los alumnos supieron construir las mediatrices de los lados, identificar el circuncentro y reconocer que es el punto que está a la misma distancia de los tres vértices; a pesar de

	1 Dos ami...	2 ¿Más ce...	3 ¿Más ce...	4 Mueve l...	5 Mediatriz?	6 Esboza l...	7 Construi...	8 Construi...	9 ¿Qué es...	10 Entonc...	11 Tres...
Wen-Tsun Wu	•	X	•	•	•	•	•	•	•	•	•
Sun-Yung Alice ...	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
Noriko Yui	•	X	•	•	•	•	•	•	•	•	•
Joseph Fourier	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
Ngô Báo Châu	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
Jacques Hadam...	•	X	X	•	•	•	•	•	•	•	•
Thomas Fuller	•	•	X	•	•	•	•	•	•	•	•
Jean d'Alembert	•	X	•	•	•	•	•	•	•	•	•
Émilie du Châtelet	•	X	•	•	•	•	•	•	•	•	•
James Sylvester	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
Artur Avila	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Figura 9. Tablero del profesor

esto, tras la pregunta de si dos mediatrices serían suficientes para identificar el circuncentro, más de la mitad afirmó que se necesitan las tres a pesar de tener al lado la construcción.

Posteriormente se utilizaron las mediatrices para decidir qué vértice estaba más cerca de un punto dado, teniendo que justificar la respuesta. En este caso se capturaron respuestas del tipo «se ve a ojo» para trabajar sobre ellas después (figura 11).

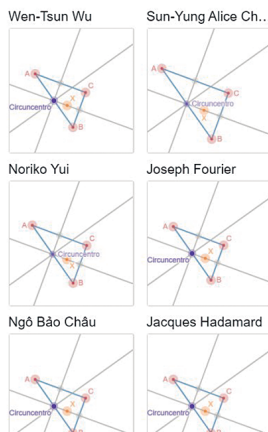
Posteriormente se analizó si cualquier polígono tiene un circuncentro (figura 12). Aquí se destacó una res-



Figura 10. Algunas respuestas sobre una de las preguntas planteadas

"El más cercano" #4

Carlota cree que el punto X está más lejos de A y a la misma distancia de B que de C. ¿Crees que lleva razón? Explica por qué esa es tu respuesta.



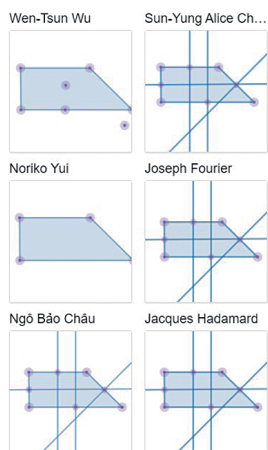
- Wen-Tsun Wu 📎
Si
- Joseph Fourier 📎
si, porque el pnto X esta en el punto medio de B y C
- Ngô Bảo Châu 📎
Sí, porque el punto X se encuentra en uno de los punto infinitos de la mediatriz entre el segmento B y C. Lo que quiere decir que está a la misma distancia de los dos. Y a simple vista se ve que el punto A es el que está más lejos
- Jacques Hadamard 📎
si, lleva razon porque el punto X esta en la mediatriz de B Y C entonces tienen la misma medida

Figura 11. Respuestas gráficas y de texto de algunos alumnos

¿En serio vale para cualquier polígono?

Aquí tienes ahora un trapecio. De nuevo, ¿se te ocurre algún modo de halla el circuncentro de este polígono? Es decir, encontrar un punto que esté a la misma distancia de los cuatro vértices.

Justifica cómo lo has hallado en caso de haber podido hacerlo o por qué no se puede si es lo que crees.



- Wen-Tsun Wu 📎
Aquí ya
- Sun-Yung Alice Chang 📎
Creo que no se puede porque es un polígono irregular.
- Joseph Fourier 📎
no se puede porque no hay ningún punto en el que las parpendicular lines se junten
- Ngô Bảo Châu 📎
En esta figura no se puede (lo vemos en el dibujo de al lado), ya que no existe ningún punto que esté a la misma distancia. Supongo que no se podrá hallar en

Figura 12. Respuestas gráficas y de texto de algunos alumnos

puesta en la que comentaba que solo se puede construir en el caso de un polígono regular y se pidió que se pusiera algún contraejemplo a esa afirmación (por ejemplo, un rectángulo).

Para acabar, se propuso una actividad relacionada: hallar el centro de una circunferencia a partir de un arco de esta. Aquí solo 4 de ellos propusieron tomar tres puntos y hallar las correspondientes mediatrices, quizá debido a que la actividad era más extensa de lo deseable.

En la videoconferencia posterior, los alumnos comentaron que echaron de menos poder preguntar alguna duda puntual para continuar con más seguridad o poder trabajar por parejas como se hacía en la clase presencial. Eso fue algo generalizado en las actividades dirigidas realizadas durante el confinamiento con todos los grupos, desde 1.º de ESO a Bachillerato: prefirieron realizarlas a lo largo del día y preguntaron con frecuencia las dudas que les iban surgiendo. Los

comentarios finales de cada actividad fueron por lo general muy positivos y en clases posteriores los propios alumnos hicieron referencia a las actividades a raíz de otras propuestas (figura 13).

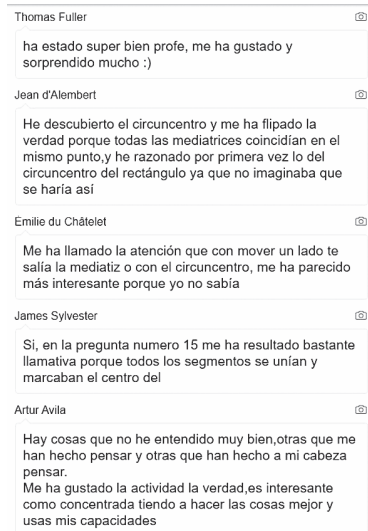


Figura 13. Algunos comentarios finales

Lola Morales Ruiz

IES Clara Campoamor, Móstoles (Madrid)

<lola.moralesruiz@educa.madrid.org>