

DEL MMACA AL AULA

Saltarse las barreras de las etapas escolares

MMACA

SUMA núm. 97
pp. 41-48

Artículo solicitado por *Suma* en abril de 2021 y aceptado en junio de 2021

Cuando tienes que poner un título, te ves obligado a resaltar un elemento, pero esto hace que ocultes otros temas, quizás no menos importantes.

En este caso, continuando con estas páginas, que quieren ser un aporte desde el ámbito de la educación no formal, hemos querido subrayar cómo, en nuestras propuestas, no estamos obligados a respetar una división en etapas (jardines de infancia, educación infantil, primaria, secundaria obligatoria y bachillerato), que tiene razones históricas o administrativas, pero no responde al desarrollo de la persona. Tampoco es necesario que nuestras propuestas sean exhaustivas, toquen todas las áreas de las matemáticas, desarrollen todas las habilidades, consigan ambiciosos objetivos.

La educación no reglada nos permite estas libertades, como la de no tener que someternos a los currículos: el oficial; el de los libros de texto, que siempre parece

ir un paso atrás; y el interiorizado por cada maestro (que a veces muestra un desfase aún mayor). Es una libertad que merece ser plenamente aprovechada.

En este artículo volveremos a hablar de las Maletas Didácticas del MMACA, porque nos están ofreciendo más en qué pensar de lo que habíamos previsto al inicio del proyecto, vinculado a la colaboración con Imaginary y AIMS, para el desarrollo de la educación STEAM en algunos países africanos.

Si al inicio de la experiencia MMACA tuvimos que elegir, entre los materiales y actividades utilizados en nuestras aulas, aquellos que se prestaban a ser transformados en módulos para una exposición, el proyecto de la maleta didáctica ahora nos requería una ulterior selección debida a que nos enfrentábamos a sistemas escolares y referentes educacionales diferentes, escasos medios, limitaciones físicas (tamaño,

peso...). A pesar de todo esto, queríamos que nuestra propuesta tuviera un elemento central imprescindible: *la exposición*.

Dado el tipo de encargo, y obviamente condicionados por nuestra experiencia como profesores de secundaria, decidimos enfocar el producto de cara a este público. Sin embargo, la experiencia conseguida en las actividades de formación del profesorado también nos había revelado la importancia de eliminar la barrera que existe en la transición entre la escuela primaria y secundaria.

Por un lado, sin querer quitarle nada a la intuición personal, a los métodos comunicativos y a las fundamentales experiencias que estudian cómo reproducir elementos de naturalidad en la enseñanza, si consideramos el aprendizaje de las matemáticas similar al de un segundo idioma o al de la música, el control de la capacidad de la lectoescritura se convierte en un requisito fundamental. Lo cierto es que la mayoría del alumnado desarrolla esta competencia antes de empezar la ESO.

Los contenidos matemáticos de esta etapa intermedia —fracciones, primeros elementos del álgebra, teoremas fundamentales de la geometría...— representan para muchos estudiantes una barrera complicada de superar y el comienzo del desamor hacia las matemáticas, muchas veces destinado a durar para siempre. Estábamos y seguimos estando convencidos de que el uso de materiales y un enfoque menos abstracto permiten en gran medida, y ya en el bienio conclusivo de la escuela primaria, enfrentarse a estas dificultades.

Por lo tanto, así como en nuestra exposición permanente, las primeras maletas didácticas que diseñamos (m4) estaban dirigidas a un público escolar de 10 a 18 años.

Si bien algunos contenidos son específicos (por ejemplo, el teorema de Pitágoras), la mayoría de las actividades son inclusivas, abiertas a todos los grupos de edad considerados, y las diferencias se encuentran principalmente en las tareas asignadas o en la profundización de las reflexiones que se inducen, que

puede llegar hasta la formulación de estrategias y/o algoritmos.

Posteriormente, y en relación con laertura en la exposición permanente de la sala destinada a los alumnos de las dos primeras etapas de la escuela primaria, los docentes nos solicitaron materiales para su uso en la escuela. Así que diseñamos la propuesta para alumnos de 6 a 10 años (mp), dos maletas más, con una propuesta mucho más pautada.

La última maleta didáctica, destinada a alumnos de educación infantil (mk), es el resultado de las discusiones en la Comunidad de Prácticas de Matemáticas (CoP) y Ciencias de 0-8 años, organizada con el Ceshire (Centre de Suport a la Innovació i la Recerca Educativa).

Los contenidos matemáticos de esta etapa intermedia [...] representan para muchos estudiantes una barrera complicada de superar y el comienzo del desamor hacia las matemáticas

Las reuniones de la CoP fueron interrumpidas abruptamente por la COVID cuando se estaba diseñando un taller para el C²EM —el congreso de educación matemática organizado por Cataluña, Países Valencianos y Baleares—, en el que queríamos resaltar las coincidencias y diferencias que estábamos observando en las prácticas de educación formal, no formal e informal y en los campos de las matemáticas o las ciencias experimentales.

Han sido encuentros enriquecedores, con intercambio de buenas experiencias (Minimons, La Città Infinita, El Niu de Ciència, Explora, AraMat¹), de las que sacamos algunas ideas contundentes, como la necesidad de visibilizar la actividad didáctica en las primeras etapas escolares, sus características, valor y peculiaridades, evitando el gravísimo riesgo de con-

siderar el material para la etapa infantil una simplificación del que se usa en etapas educativas posteriores.

Para el MMACA representaba entrar en territorio desconocido: retos, comunicación, autonomía, creatividad, tareas... La esencia de nuestra propuesta ¿era compatible con estas edades? ¿Había realmente esa cercanía de objetivos y metodologías entre la etapa de infantil y la educación no formal que destacaban algunos autores²? ¿Habíamos conseguido construir unas actividades que respondieran a una búsqueda de la esencia, de los orígenes del pensamiento matemático y no a la simple y pobre simplificación de las prestaciones que se solicitaban al alumnado de las etapas sucesivas?

Seguramente, la elaboración y el posterior pilotaje de los materiales de esta maleta didáctica han supuesto un debate interno mucho mayor que de costumbre y la necesidad de revisar, modificar, eliminar, sustituir, completar muchos más materiales que en producciones anteriores.

Hemos escuchado muy atentamente las indicaciones que nos llegaron de las maestras que realizaron el pilotaje con sus alumnos, pero sin renunciar a la discusión y defensa de algunas de nuestras convicciones, también porque algunas de las observaciones recibidas son típicas del enfoque puramente escolar.

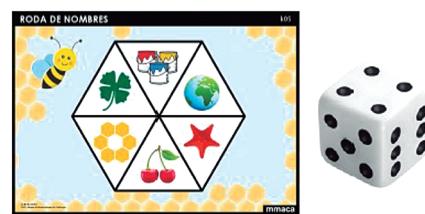
- *No se trabajan todas las áreas.* No toda actividad se puede modelizar en un formato expositivo, con los vínculos de tiempo de ejecución que exige. O, a veces, las actividades que se desarrollan en el aula son tan buenas y eficaces que no es necesario repetirlas en el contexto de una exposición. Un buen ejemplo son los *patrones*. Aun siendo un aspecto casi paradigmático y peculiar de la mirada matemática —respecto al ámbito de las ciencias experimentales— las actividades que se desarrollan en el aula, con materiales específicos o genéricos no necesitan el refuerzo de nuestra maleta.
- *Hay retos demasiado difíciles.* Emerge la tendencia a proteger al alumnado del fracaso y a ga-

rantizar el éxito, pero los retos un poco más duros son los que provocan más y mejor debate, que es uno de los principales objetivos de nuestra propuesta. Además, el papel de la persona educadora es el de ayudar a enfrentarse a las dificultades, aún más que a superarlas, no el de quitarlas del camino.

- *Los niños necesitan ser guiados para darles seguridad:* nosotros pensamos que necesitan acompañamiento de alguien que observe y registre su evolución, no que siempre dirija, sino en contadas ocasiones.
- *Los niños no entienden lo que deben hacer.* Los tableros de los módulos pensados para esta etapa no llevan instrucciones (lógico: ¡estos niños aún no saben leer!). En los casos más complejos hemos añadido sugerencias gráficas, para no renunciar de antemano a la capacidad creativa de los niños, de interpretar, sorprender y sorprenderse. Pero emerge también en esta etapa una imagen de la escuela como el reino de las tareas: si la maestra me propone algo, es que algo me estás pidiendo.

El siguiente módulo (*Roda de Nombres —Rueda de Números;* figura 1) representa, a nuestro juicio, un buen ejemplo de este «conflicto dialéctico» o de «perspectiva educativa» entre formal y no-formal que acabamos de explicar.

En nuestras intenciones, el objetivo era bastante sencillo: hacer que el alumnado aprenda a asociar valores numéricos, cifras y objetos³.



1 2 3 4 5 6

Figura 1. Módulo mk05: *Roda de Nombres (Rueda de números)*. DINA3 de PVC + fichas con números y dado

La dinámica de la actividad es también bastante directa:

- Se tira el dado.
- Se lee el valor de la cara superior.
- Se escoge la ficha que muestra la cifra que expresa el valor del dado.
- Se pone la ficha sobre el tablero, en correspondencia con el objeto que representa dicho valor.

En realidad, y en especial para el alumnado de P3, surgen distintas dificultades:

- Entender el valor del dado pasa por contar los puntos de uno en uno.
- A algún niño le cuesta reconocer las cifras.
- El problema más serio es reconocer los números que las imágenes de algunos objetos representan. Así como fácilmente reconocen como 2 y 3 las cerezas y los botes de colores, hay niños y niñas que asocian tanto el trébol como la estrella de mar o el mundo con el número 1.

Creo que antes de ponernos a resolver estas dificultades, es necesario preguntarse de dónde salen y qué indican.

- En el caso de los dados —y como en otras ocasiones, por ejemplo, con los naipes— hay unos conocimientos básicos que antes se adquirían en familia y que ahora están delegados a la escuela. Toca asumirlo e intentar educar a los adultos⁴ y hacer jugar más a los niños.
- Es el menor de los problemas y la escuela está perfectamente equipada para que, en un tiempo razonable, todo el mundo aprenda a reconocer, leer y escribir los números.
- Así que nos queda discutir sobre la tercera dificultad y su significado. Conscientes que reconocer el significado geométrico ínsito en los objetos reales no es *natural* o inmediato, sustituimos algunas figuras que nos parecían inútilmente ambiguas. Por ejemplo, quitamos un helado de tres bolas y pusimos los 3 botes de pinturas. Quizás algo se puede hacer respecto a la corona de 6 hexágonos, que tiene como único valor conectar el módulo con el tema

trasversal de las abejas y las colmenas. Pero estamos convencidos que tanto el trébol (número 4) como la estrella (número 5) son ambigüedades ricas, que producen debate y son coherentes con el proceso educativo que fomenta el pasaje entre un concepto de número como suma de unidades discretas (como en el caso de los puntos del dado) al de cantidad continua.

Es un refuerzo a las actividades que se desarrollan en el aula con el Rekenrek⁵, la recta numérica o las Regletas de Cuisenaire. La dificultad manifestada delante del módulo de la exposición no es entonces un defecto del módulo, sino la manifestación de una competencia que no está aún desarrollada. Quizás ayude, después de haber lanzado dos o tres veces los dados y asumido el reto de asociar números y objetos, *no importa que sea equivocadamente*, pedir a los estudiantes que completen el tablero, asociando cada objeto con un número. Delante de las disyuntivas: ¿Dónde pongo el 4 y el 5? ¿Qué objeto representa el 1?, estimulamos una investigación interesante y la adquisición de una imagen mental de los números diferente y complementaria.

La Guía Didáctica, que acompaña la maleta y sugiere actividades complementarias, permite incorporar algunas observaciones, tareas, desarrollos sin modificar lo que pensamos son las esencias de nuestra exposición. Allí se especifican algunos posibles objetivos o expectativas y se abre un ámbito de discusión entre el profesorado, que puede reforzar y enriquecer notablemente nuestra propuesta.

De todos modos, los comentarios que nos llegaban eran positivos. Las actividades gustaban, provocaban preguntas entre el alumnado y con la maestra, alargaban los tiempos de atención (por cierto, comprobadamente más largo de los que se observan en las actividades en el aula). Los mismos alumnos pedían repetirlas pasados algunos días y volvían a disfrutarlas.

Una cosa que hemos ido descubriendo es que algunas de las propuestas de la maleta mk podían ser ofrecidas a alumnos de cursos posteriores, originando nuevos materiales y actividades, diferentes de los contenidos en las maletas mp y m4.

La recogida de miel

La actividad consiste en llenar con los bloques de gotas de miel (1, 2, 3 y 4 gotas) todas las celdas del tablero, sin que sobren gotas y sin dejar celdas vacías (figura 2).

Si analizamos el contenido matemático u ofrecemos el reto de una forma más abstracta tipo: descomponer el número 6 como suma de dos números más pequeños, podemos entender que el alumnado de P3 no pueda resolverlo. Sin embargo, con este material, probando y volviendo a probar, lo consiguen.

Automáticamente usan «bloques» y componen/descomponen números sin necesidad de reflexionar sobre el ítem al que se enfrentan.

Hay más de una solución y se le puede pedir a unos niños mayores, incrementando la dificultad, que encuentren varias, que las encuentren todas, que las comparén con las de otras parejas de compañeros para ver si son las mismas o tienen características comunes, etc.

A más edad (experiencia, habilidades...) corresponde la posibilidad de enfrentarse a tareas nuevas y explícitadas.

Por ejemplo: construir todos los números (del 1 al 6) con los bloques dados ($3 \times 1, 2 \times 2, 2 \times 3, 2 \times 4$) pero evitando usar determinados «bloques»:

Celdas	1	2	3	4	5	6
Sin usar el bloque 2 por el 2	1	1+1	3	4	2+3	2+4
Sin usar el bloque 3 por el 3	1	2	1+2	4	1+4	3+3
Sin usar el bloque 4 por el 4	1	2	3	1+3	1+4	2+4

Por parte del docente, aparte de contar con una pequeña colección de retos, es necesario que:

- Esté abierto a nuevas propuestas del alumnado (¡Que no se pierda la creatividad!).

- Aprenda a gestionar los errores, individuales y del grupo, para transformarlos en fuentes de discusión y aprendizaje (¡la mejor fuente!).
- Enseñar a asumir (y superar) las dificultades personales respecto a determinados contenidos o situaciones emocionales.

La experiencia con este módulo nos permite imaginar y crear otros retos, originales, relativos a otros contenidos, como los que descartamos en un primer momento: los patrones.

Mantenemos los mismos bloques de diferente longitud: 1, 2, 3 y 4 hexágonos, pero ahora con 3 colores que se repiten. Imaginemos poner estos bloques a lo largo de una cadena de 21 hexágonos (la misma cantidad total de las celdas del módulo k04: *Recogida*).

La tarea será disponer las piezas de manera que a lo largo de la cadena se repita el patrón sin errores (figura 3).

Es fácil imaginar que, aun manteniendo los mismos bloques, cambiando los patrones (con colores repetidos, más largos, cortados adrede para dificultar su reconocimiento...) se pueden diseñar retos un poco más difíciles, pero que siguen requiriendo descubrir

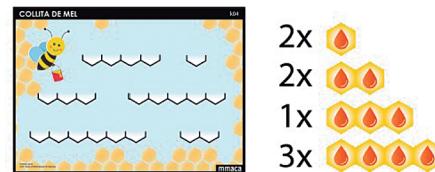


Figura 2. Módulo mk04: *Collita de mel* (*Recogida de miel*). DINA3 de PVC + bloques de fichas

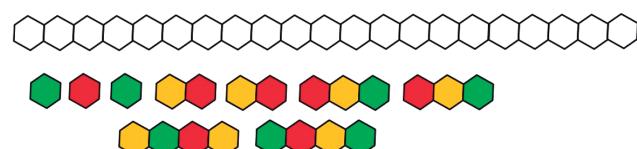


Figura 3. Propuesta de actividad de combinatoria y patrones

el patrón, orientar las piezas, comprobar las soluciones, buscar soluciones alternativas...

Es un material muy versátil que se adapta a diferentes niveles de dificultad: cadena más corta y menos piezas, o, una vez realizada la cadena, sometido a una *lipsosición*, quitando una pieza tras otra y reajustando la cadena para mantener el patrón (figura 4).

También es un material que se presta a que los alumnos lo modifiquen a su antojo, construyendo nuevos retos; pasando de una estructura lineal a una circular; esconder uno o más tramos para reconstruir la secuencia; suministrar una secuencia con uno o más errores y jugar a descubrirlos.

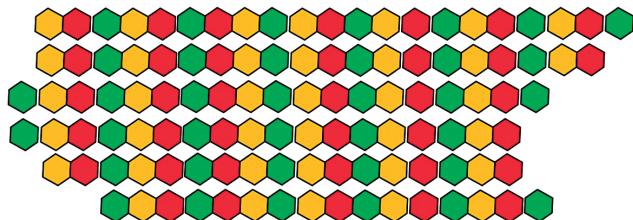


Figura 4. Desarrollo de la actividad de patrones para cursos sucesivos

Otro ejemplo

En alguna exposición itinerante y en las maletas didácticas se puede encontrar, en diferente formato, una versión del *No Connections* de Martin Gardner.

Como es un material del que anteriormente hemos escrito en esta revista, lo volvemos a proponer de forma rápida.

Hay una versión lápiz-papel muy sencilla (figura 5). La versión que se comercializa es la que se ve en la figura 6. La figura 7 muestra la versión del MMACA, diseño de Josep Rey, que añade un contenido geométrico y pide que las piezas numéricas, transformadas en trapecios, formen un hexágono⁶.

Para un alumnado más joven, se pueden quitar los números, colorar las piezas y proponer una actividad

más sencilla (piezas del mismo color no pueden tocarse por los lados) y un poco más difícil (ni por los lados ni por los vértices) (figura 8).

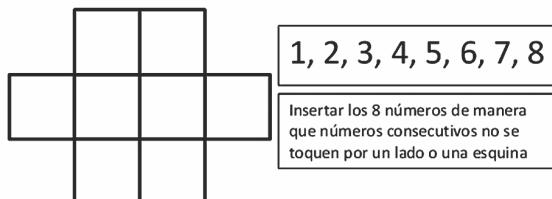


Figura 5. Versión «pobre» de *No Connection* de Martin Gardner

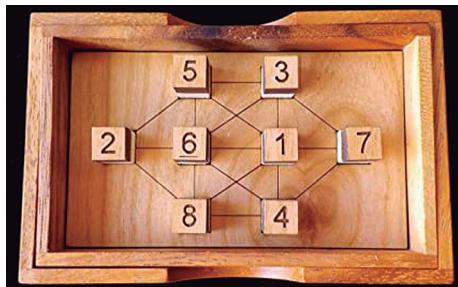


Figura 6. Versión comercial de *No Connection* de Martin Gardner

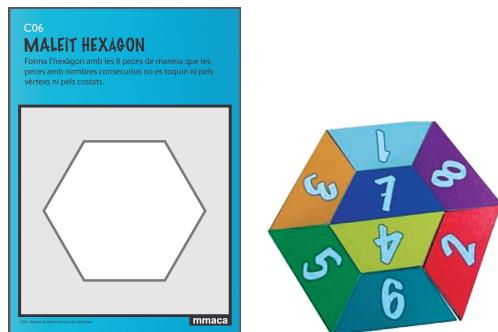


Figura 7. Versión MMACA de *No Connection* de Martin Gardner; módulo C06 Maleït Hexàgon de la maleta m4

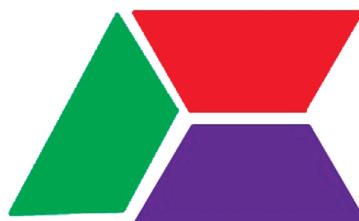


Figura 8. Versión simplificada de *No Connection* de Martin Gardner, con trapecios de colores

En la maleta mk, para el alumnado de Educación Infantil, la operación de *destilación* de la esencia matemática produjo el módulo: *El triángulo de 3 piezas*, que es una versión en escala de un módulo del Mathematikum de Giessen (figura 9). El reto es orientar los tres trapecios para que teselen el triángulo. Por lo que nos cuentan, no presenta una gran dificultad, ni para el alumnado de P3.

Si usamos piezas de color distinto para componer el triángulo no introducimos contenidos significativos de combinatoria, pero aparecen las fracciones (figura 10). Obviamente, necesitamos algún incentivo más, para que la cosa se haga interesante⁷. El primer paso es considerar cómo pintar las dos caras de cada pieza, para poder expresar $2/3$.

El siguiente paso puede ser el de descomponer los trapecios en rombo y triángulo más pequeño y continuar jugando con el color de las caras (figura 11). Dejamos que cada docente decida cómo distribuir los colores de las caras de las piezas, con cuántas piezas trabajar, con cuántas de cada forma y cuantos triángulos para poner en el tablero, si se quieren comparar más fracciones.

Se puede decidir si dejar construir libremente combinaciones de colores, para después «leer» la fracción que representa cada color (figura 12).

O se pueden construir figuras que representen unas fracciones pensadas anteriormente y darse cuenta que algunas, aunque sencillas (por ejemplo, $1/2$), no se pueden representar con este material. Una colección de «fracciones imposibles» puede tener un cierto sentido.

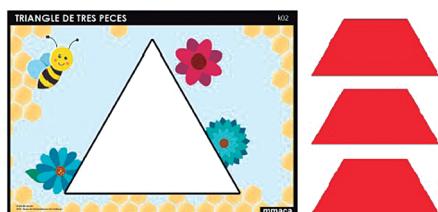


Figura 9. Módulo mk02 *Triangle de 3 peces* (*Triángulo de 3 piezas*) elaboración de un módulo del Mathematikum de Giessen

El material sigue siendo sencillo y barato. Hemos construido el prototipo con Pattern Blocks y etiquetas de colores, y el tablero con 3 triángulos hecha de cartón pluma (figura 13).

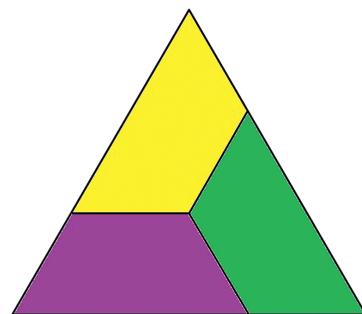


Figura 10. Actividad *Triangle de 3 peces* con trapecios de colores



Figura 11. Variación del módulo mk02 *Triangle de 3 peces*: transformación de los trapecios en triángulos y rombos

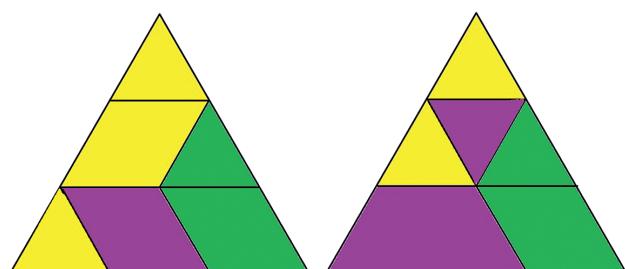


Figura 12. Variación del módulo mk02 *Triangle de 3 peces*: construir fracciones



Figura 13. Prototipo del módulo generado con triángulos y rombos de colores

El mismo trabajo con figuras hexagonales permite definir y representar más fracciones, y esta podría ser la ampliación de la actividad que constituye nuestro módulo mk13, *Enrajola el Rusc (Emballosa la Colmena)* (figura 14).

Representar fracciones con un referente geométrico diferente del clásico círculo tiene también su importancia.

Si un concepto se queda demasiado conectado con una determinada representación (gráfica o manipulativa) nos arriesgamos a que dificulte el pasaje hacia la conceptualización y la abstracción. El aspecto representativo es muy potente y crea una imagen mental que permite una más rápida y profunda asimilación del contenido. Pensad como ejemplo el teorema de Pitágoras demostrado con una balanza. Pero, un buen material, a través de una adecuada actividad, llegados a un cierto grado de comprensión, debe desaparecer y permitir la abstracción y la conceptualización. Es algo que ya se discutía comparando los materiales de Montessori y Decroly.

En este sentido, ayuda usar materiales distintos, que en el caso considerado pueden ser el tangram, el geoplano, las regletas de fracciones o la papiroflexia.

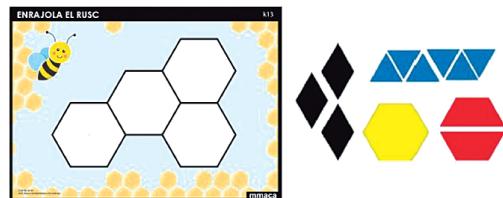


Figura 14. Módulo mk13: *Enrajola el Rusc (Emballosa la Colmena)*. DINA3 de PVC + fichas geométricas. Se pueden llenar los hexágonos del tablero con figuras iguales o hacer composiciones con piezas distintas. Esta versión se presta a ser leída como composición o suma de fracciones

Conclusiones

Nos gustaría insistir que, como decíamos en un grupo de conversación del Congreso MATRIX que celebramos en Cornellá en 2018, no hay matemática pequeña ni pequeños matemáticos.

Las actividades pensadas para niños de Educación Infantil, si son buenas, pueden dar lugar a reflexiones interesantes y nuevas actividades con contenidos curriculares quizás más difíciles, especialmente desde el punto de vista instrumental o de algunas habilidades, pero no más potentes para el desarrollo competencial, que necesita de sólidas bases para concretarse completamente.

MMACA

Museu de Matemàtiques de Catalunya, Cornellá de Llobregat (Barcelona)
 <contacte@mmaca.cat>

milias y los hijos sobre los beneficios, los costes y la calidad de la educación».

Es interesante señalar que a continuación la autora define como «malas compras» las inversiones en tecnología que, en relación a su coste, dan resultados decepcionantes.

5 Por sugerencia de Isabel Sellas, de la Universidad de Vic, incluimos un Rekenrek entre el material de la maleta mp, destinado al alumnado de primaria, sin resultados apreciables, demostrando una vez más cómo una actividad de aula que podemos considerar imprescindible puede no generar en un buen módulo de exposición.

6 Tenemos este módulo en distintos formatos; esta es la versión para la maleta m4. La actividad se puede adaptar para un alumnado de etapas anteriores quitando los números y trabajando con trapecios de 3 colores.

7 Se abre aquí una posible investigación histórica y artística sobre mosaicos que puede representar un potente enriquecimiento y radicarse en el entorno.

1 <https://www.youtube.com/watch?v=i_z8k3U5c_I>, <<https://www.cccb.org/es/actividades/ficha/la-citta-infinita/230013>>, <<https://edunat.museuciencies.cat/projectes/el-niu-de-ciencia/>>, <<https://mnactec.cat/es/educacion/oferta-educativa-datalle/espacio-de-experimentacion-explora-0-6>>.

2 Cain Miller, Claire, *Why What You Learned in Preschool Is Crucial at Work*, The New York Times, 16/10/2015, <<https://www.nytimes.com/2015/10/18/upshot/how-the-modern-workplace-has-become-more-like-preschool.html>>.

3 Dentro del objetivo permanente de agudizar la mirada matemática en el entorno.

4 En un reciente artículo, con copyright del Project Syndicate y publicado en el ARA del 21/03 con el elocuente título: *Abordar la crisis educativa global*, Pinelopi K. Goldberg, que fue economista jefe del Banco Mundial, afirmaba: «La manera más eficaz de mejorar el aprendizaje es proporcionar información a las fa-