

MATEMÁTICAS A UN CLIC

# Materiales manipulativos *online* a través de Mathigon

Lucía Rotger García  
Juan Miguel Ribera Puchades

**SUMA** núm. 97  
pp. 81-88

Artículo solicitado por *Suma* en abril de 2021 y aceptado en junio de 2021

La disponibilidad de recursos tecnológicos tanto en las aulas como en los hogares plantea la posibilidad de considerar otro tipo de recursos que vayan más allá de los libros de texto y que favorezcan la enseñanza de las matemáticas. Con este interés surge Mathigon, como indica en su plataforma, como *el libro del futuro*: interactivo, personalizado y gratis (figura 1).

Mathigon es una plataforma dedicada al aprendizaje interactivo de las matemáticas formada por recursos de diferente tipo, entre los que destacan las lecciones interactivas, manipulativos digitales e incluso una cronología de las matemáticas.

Surgida en octubre de 2017 de la mano del exingeniero de Google, Philipp Legner, durante el año 2020 ha desarrollado y actualizado gran parte de su contenido. Paralelamente a las necesidades educativas vividas con la primera alerta sanitaria, la plataforma ha

ido ampliando la cantidad de herramientas digitales con las que complementar la docencia en sus diversos formatos (presencial, semipresencial o virtual). Se ha convertido, por tanto, en una herramienta válida y funcional para la enseñanza de las matemáticas en situaciones docentes donde es necesario mantener una distancia de seguridad. En el año 2021, la plataforma ya cuenta con traducciones a veinte lenguas diferentes y ha alcanzado a más de cinco millones de estudiantes y profesores alrededor del mundo.

Con una mentalidad constructivista, Mathigon se presenta como una plataforma digital sobre la que promover el aprendizaje activo del alumnado a la par que personalizar su educación; propiciando destrezas como la modelización, la creatividad y el descubrimiento. Inspirada por textos e ideas como las de Papert (1980) o Lockhart (2002), en la plataforma se pueden encontrar los nueve principios seguidos en la elaboración del contenido matemático, como el

fomento de la intuición a partir del rigor o el desarrollo de la visualización en matemáticas.

Tal y como se indica en la plataforma, Mathigon está viva y sigue desarrollándose mediante la ampliación del número de lecciones disponibles o con nuevas funcionalidades.

## Lecciones interactivas

Como se ha comentado, Mathigon se presenta como *el libro de texto del futuro* ya que con sus lecciones interactivas pretende actualizar la tradicional forma de presentación de contenidos teóricos. Estas lecciones (o «courses» en inglés) están divididas en tres niveles de dificultad según los cursos del sistema educativo estadounidense, que equivaldrían en el sistema educativo español al último curso de Educación Primaria y primer ciclo de Educación Secundaria (cimientos o «foundations»), al segundo ciclo de Educación Secundaria (intermedio o «intermediate») y a Bachillerato (avanzado o «advance»). Además, cada uno de estos niveles cuenta con varias lecciones divididas según a qué área de las matemáticas pertenecen. A su vez, las lecciones se suelen dividir entre cuatro y ocho secciones de contenidos. Como Mathigon es una plataforma en construcción, actualmente se dispone del índice de estas lecciones pero aún no están todas disponibles y la mayoría solo se encuentran en inglés, aunque ya hay algunas traducidas al castellano. Es posible encontrar

algún error de traducción, pero desde la plataforma se anima a la colaboración de la comunidad para informar de estos errores. Por ejemplo, en la figura 2 se puede encontrar la introducción de la lección dedicada a «Transformaciones y Simetría» del nivel intermedio.

Una vez abierta la lección se puede ver el índice a la izquierda y aparecerá el tiempo estimado de lectura en la parte superior. El texto de la lección no aparece completo ya que se debe contestar correctamente a las cuestiones planteadas para poder ir *desbloqueando* todas las partes. La interacción con el texto es amena e intuitiva ya que se puede tener recordatorios de definiciones, espacios en blanco a llenar, animaciones, opciones seleccionables y manipulativas o simplemente un botón de «seguir». En la parte inferior aparece el ícono de un zorro, Archie, que irá diciendo si las preguntas que se van contestando son correctas o no. Además, tiene implementado, en versión de pruebas, una función de asistente para poder contestar a dudas que realicen los alumnos (aunque actualmente solo funciona en inglés).

Algunas de las actividades interactivas son muy interesantes incluso si se utilizan sin consultar la lección completa, como es el caso de la que permite descubrir cómo funcionan los 17 grupos de simetrías (figura 4a), la distorsión de los mapas según el tipo de proyección utilizada (figura 4b), el movimiento de un péndulo doble (figura 4c) o la relación del número áureo en la distribución de semillas en un girasol (figura 4d).



Figura 1. La cabecera de la plataforma

## Actividades, juegos y recursos

Otro de los apartados que podemos encontrar en la barra superior de la interfaz de Mathigon es el de «Actividades» que recoge una gran variedad de recursos diferentes. Una de las actividades más interesantes, también destacada en la barra superior, es Polypad que proporciona un entorno donde poder trabajar una gran colección de recursos manipulativos en su versión digital. En la siguiente sección se comentarán sus características.

Otra actividad dentro de esta sección es la «Cronología de las matemáticas» donde se encuentra una línea del tiempo con una pequeña biografía de matemáticos, matemáticas y otros personajes que hicieron descubrimientos relevantes para la ciencia. Estos personajes se distribuyen en la época histórica en la que vivieron, ocupando una barra

Figura 2. La introducción de lección interactiva dedicada a las transformaciones y simetría del nivel intermedio

Figura 3. Un ejemplo de interacción al seleccionar respuestas correctas e incorrectas de una opción múltiple

Figura 4. Ejemplo de actividades interactivas: a) grupos de simetrías, b) proyecciones cartográficas, c) péndulo doble y d) la distribución de semillas en un girasol.

rectangular proporcional a los años vividos. En esta línea temporal también se incluye información de eventos históricos relacionados con el avance de las matemáticas y de la ciencia en general, habitualmente representados por círculos en la parte inferior de la pantalla. Los colores utilizados están asociados al continente de procedencia. Como es habitual en esta plataforma, se puede navegar a lo largo de esta línea del tiempo y al seleccionar el personaje o evento aparece más información del mismo, incluso en algunos casos se enlaza con alguna lección interactiva de las comentadas en el apartado anterior. Como la página se actualiza frecuentemente con nuevos personajes y eventos, es posible encontrar algunas descripciones en castellano y otras en inglés (figura 5).

Otra sección recomendable es la de «Problemas y acertijos» donde se puede encontrar la recopilación de problemas propuestos para los primeros 24 días del mes de diciembre de los últimos años a modo de calendario matemático de adviento, que se publicaban diariamente en las redes sociales de Mathigon. Tanto las destrezas necesarias para la resolución de los planteamientos como los contenidos matemáticos sobre los que versan son variados y en la mayoría de ellos se indica el nivel de dificultad y se puede consultar su solución. Actualmente solo están disponibles en inglés (figura 6).

Además de las ya comentadas, en la sección de actividades se dispone de juegos como el tangram, fac-

torización, «multiplication by heart» <<https://mathforlove.com>> o «exploding dots» <<https://www.explodingdots.org/>>; también se puede encontrar una sección de papiroflexia matemática, una recopilación de aplicaciones de las matemáticas e incluso una propuesta de búsqueda del tesoro matemática (tanto para primaria como para secundaria).

## Explicación de la interfaz de Polypad

Polypad es la herramienta con mayor número de posibilidades dentro de esta completa colección de recursos digitales que presenta Mathigon. En ella se presenta un lienzo blanco, como una pizarra, que se puede enriquecer con gran variedad de recursos matemáticos. Para empezar, en el lateral derecho se encuentra un espacio de configuración del lienzo en el que se puede activar la visualización de la cuadrícula (que puede ser tanto ortogonal como isométrica) o con puntos; deshacer la última acción, opciones de desplazamiento y *zoom* y la posibilidad de descargarse una imagen con el lienzo actual.

La barra inferior contiene opciones de construcción y personalización. Se encuentran opciones típicas como la herramienta de selección, diferentes herramientas de dibujo, insertar texto o imagen, así como una goma de borrar y la posibilidad de cambiar el color de los objetos. Actualmente la función de insertar texto incorpora la opción de «ecuación» y per-

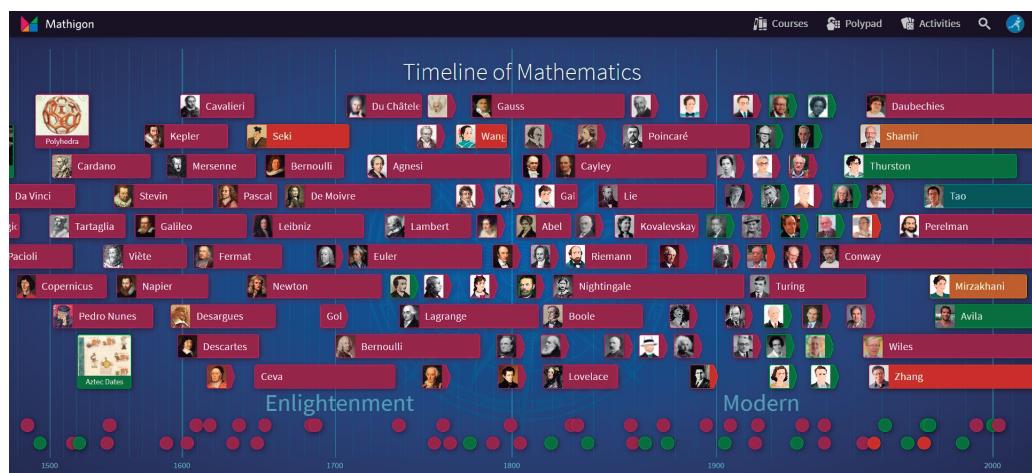


Figura 5. Cronología de las matemáticas

Mathigon presents a collection of 12 math puzzles, one for each year from 2017 to 2020. Each puzzle is a square with a unique color and a star rating (1 to 5).

- 2020:** A 10x10 grid with some squares shaded black. The question asks how many squares of any size are "infected" if the first square in the top-left corner is infected.
- 2019:** Six circles with radius 1 are arranged in a regular hexagon. The question asks for the area of the dark, enclosed space.
- 2018:** A purple square with large white numbers. The question asks to write down the digits from 1 to 9 in a random order and find the probability that the resulting number is divisible by 11.
- 2017:** A 5x5 grid with a path drawn on it. The question asks how many squares can be drawn with their vertices on the grid.
- 2016:** A blue square with a die and a 6-sided die. The question asks how often, on average, it takes to see all six sides come up at least once.
- 2015:** A blue square with a square inside a circle. The question asks for the ratio of the radii of the two circles.
- 2014:** A blue square with letters and a plus sign. The question asks for the maximum possible value of  $a+b+c+d+e$  given that  $a \times b \times c \times d \times e = a+b+c+d+e$ .
- 2013:** A blue square with a complex grid. The question asks to place one star in every row, column, and region; stars can't be adjacent, even diagonally.
- 2012:** A teal square with a right-angled triangle. The question asks for the area of the triangle.
- 2011:** A teal square with a knight chess piece. The question asks if a knight always tells the truth and a knave always lies.
- 2010:** A teal square with a sequence of numbers. The question asks to continue the sequence.
- 2009:** A teal square with a 5x5 grid. The question asks for the number of squares in the grid.

Figura 6. Problemas y acertijos

mite añadir el texto en forma de fracción, exponentes o el símbolo de la raíz cuadrada. La herramienta de construcción se basa en la creación de «línea» (segmento) y «círculo» (circunferencia), además de puntos si solo se presiona una vez con cualquiera de estas dos herramientas. Por otra parte, existen herramientas secundarias de construcción que aparecen al seleccionar los objetos: la creación de la intersección de dos objetos al crear el punto de intersección; si se selecciona un segmento aparece una barra de herramientas secundaria que aporta la opción de crear su punto medio, la mediatrix o una paralela o perpendicular a un punto exterior; en el caso de seleccionar una circunferencia se puede crear la tangente a un punto dado; si se seleccionan dos (o tres) segmentos de un triángulo aparece la opción de obtener su centroide o las circunferencias circunscrita e inscrita, como se muestra en la figura 7. Estas herramientas de construcción no substituyen todas las posibilidades de programas de geometría dinámica, como GeoGebra, pero aporta a Polypad la posibilidad de incorporar más contenidos geométricos en su lienzo interactivo.

En el menú lateral izquierdo se localizan las pestañas «Losas» (tiles) y «Biblioteca». En la primera se encuentra la colección de materiales manipulativos digitales organizados por bloques: Geometría, Números,

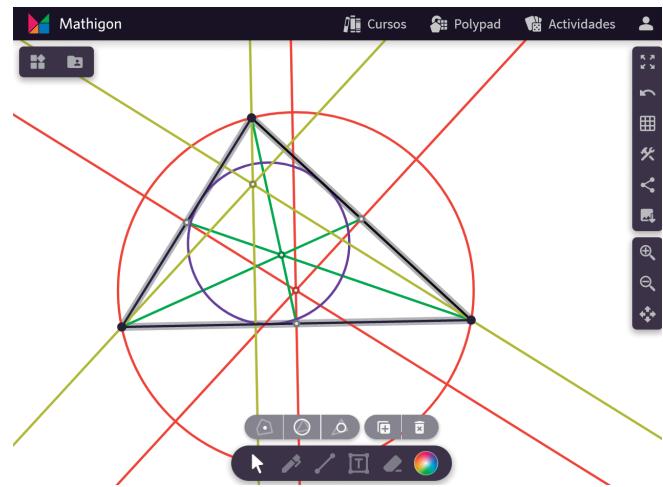


Figura 7. El lienzo de Polypad utilizando herramientas de construcción. Se han seleccionado los segmentos del triángulo para hacer aparecer la barra de herramientas secundaria

Fracciones, Álgebra y Probabilidad. Al seleccionar cada uno de los bloques se despliega un menú con los nombres de los diferentes recursos. Para utilizarlos en el lienzo simplemente se seleccionan y arrastran hacia la posición deseada. En la figura 8 se puede observar un ejemplo de herramientas de cada bloque. Hay que destacar que Polypad no solo tiene prediseñados los objetos, también tiene integrada la interacción con ellos. Por ejemplo, los polígonos se pueden

dividir o voltear, los «azulejos numéricos» pueden ser redistribuidos o separados en unidades y los objetos de probabilidad pueden ser «aleatorizados» (figura 8).

En la pestaña «Biblioteca» (figura 9) se pueden encontrar ejemplos elaborados con diferentes recursos, un enlace a propuestas didácticas más completas y también aparecerán los lienzos guardados como se comenta en la siguiente sección.

A diferencia de otras aplicaciones como Mathlearningcenter <<https://www.mathlearningcenter.org/apps>> o Mathsbot <<https://mathsbot.com/>>, en Polypad se dispone de una gran variedad de recursos que pueden ser manipulados virtualmente en el mismo lienzo, lo que puede favorecer las conexiones entre diferentes bloques de las matemáticas y su utilización como si fuera un cuaderno digital del alumno.

teral izquierdo denominada «Clase» donde se puede previsualizar los avances de los estudiantes que pertenecen a la misma y que tengan asignado ese lienzo de Polypad.

## Una propuesta didáctica usando Polypad

Aprovechando las posibilidades educativas que presenta la herramienta Polypad, se puede encontrar un listado de propuestas didácticas <<https://es.mathigon.org/tasks>> de diferente tipo: actividades que fomentan la exploración y el análisis del alumnado, secuencias didácticas completas, puzzles y juegos que permiten desarrollar la competencia matemática e incluso tutoriales que permiten profundizar en el uso de Polypad.

## Aula virtual

La plataforma Mathigon también cuenta con la opción de registrarse y poder iniciar sesión. De esta manera se guardará el progreso realizado en las lecciones interactivas y los diferentes lienzos creados de Polypad. Las cuentas pueden ser de tres tipos: «estudiantes», «maestros» y «padres». El docente puede crear clases a las que se le asignará un código que pueden introducir las cuentas de estudiantes para pertenecer a ellas, aunque también es posible importar los alumnos desde Google Classroom. En el «panel del maestro» se puede visualizar el progreso de los estudiantes en cada una de las lecciones interactivas, acceder a los lienzos de Polypad guardados por ellos y ver el progreso en la actividad «Multiplication by Heart». Al iniciar sesión como docente, en Polypad aparece una tercera pestaña en el menú la-



Figura 8. Una muestra de los diferentes recursos manipulativos virtuales de los que dispone Polypad

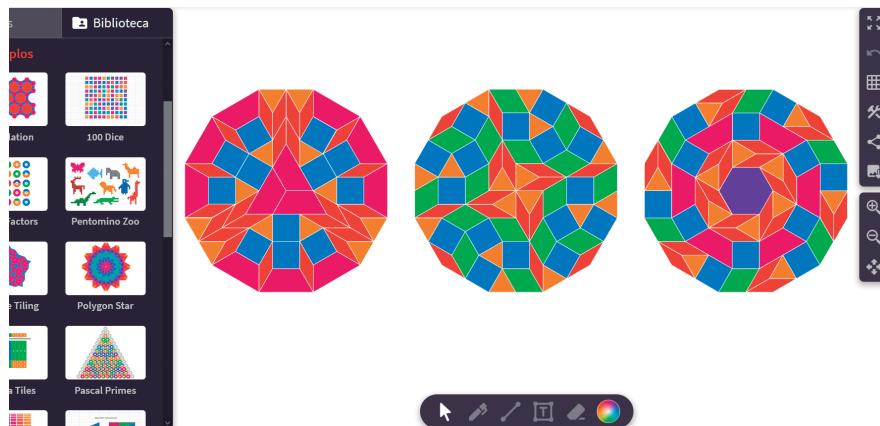


Figura 9. Un ejemplo prediseñado de la biblioteca de Polypad, así como algunos de los ejemplos disponibles para su consulta

Partiendo de una de las ideas que se encuentra entre estas propuestas sobre el uso de las «repiteselas» (*rep-tiles* en inglés) de tetrominós, se presenta la siguiente secuencia de preguntas que puede ser llevada al aula en los últimos cursos de la Educación Primaria o en los primeros de Educación Secundaria. En esta propuesta, se conectan las habilidades de generalización y secuenciación junto con la lógica y la visualización.

Para ello, se propone partir de una colección de tres diseños no consecutivos de repiteselas con L-tetrominós; por ejemplo, el diseño inicial formado por una sola pieza y los que se obtienen con factor de escala 2 y 4, como se observa en la figura 10. Estos diseños completos se muestran sobre el lienzo de Polypad disponiendo, como leyenda, un cuadrado para indicar la referencia de  $1\text{ cm}^2$  de área. Posteriormente se puede establecer el siguiente planteamiento:

Partiendo de  $3141\text{cm}^3$  de material de impresión 3D, se pretende realizar una impresión de una colección de L-tetrominós de dos centímetros de altura para formar repiteselas de escalas diferentes, ¿cuál es el número máximo de repiteselas diferentes que se pueden exponer completamente?

De forma alternativa, la pregunta anterior puede ser presentada como reto final de una secuencia de tareas conectadas entre sí. Por ejemplo:

Esboza el contorno de los diseños de repiteselas con factor de escala 3 y 5. Posteriormente, trata de rellenarlos de L-tetrominós.

Recoge en una tabla los siguientes datos de cada una de las repiteselas dibujadas: número de factor de escala, número de L-tetrominós, perímetro de la figura, área de la figura.

Estima y comprueba el valor correspondiente a cada uno de los datos anteriores para el factor de escala 6 y compuébalo.

¿Has utilizado alguna de las construcciones anteriores para obtener más rápidamente el diseño de repitesela con factor de escala 6? ¿Con cuáles se podría realizar? ¿Por qué ocurre esto?

En la figura 11 se muestra un ejemplo de la realización de la propuesta por un estudiante, inscrito a una clase de la plataforma, que tiene como tarea asignada en Polypad el lienzo de la figura 10.

El uso de la herramienta Polypad va a permitir al alumnado realizar múltiples acciones que favorezcan la comprensión del enunciado planteado: utilizar la herramienta lápiz para esbozar el contorno de los diseños, disponer de una cantidad ilimitada de L-tetrominós para encontrar los diseños de otras escalas así como de un lienzo ilimitado, seleccionar múltiples L-tetrominós para moverlos o copiarlos sobre el lienzo con la finalidad de establecer relaciones entre

Figura 10. Una representación del planteamiento propuesto utilizando un lienzo de Polypad que se asignará a una clase creada

las diferentes escalas, anotar sobre el lienzo los valores obtenidos en sus análisis utilizando diferentes colores para diferentes tipos de datos, etc. De esta forma, la herramienta se convierte en un cuaderno enriquecido que puede ser descargado e incorporado al cuaderno físico del alumno. Más aún, si se ha configurado la clase dentro de la plataforma, los docentes pueden evaluar los diferentes niveles de logro de la propuesta visualizando los lienzos de Polypad de cada uno de sus alumnos.

Este ejemplo trata de mostrar solo una de las múltiples funcionalidades de la herramienta Polypad de Mathigon integrado en la labor docente. En las redes sociales de la plataforma, Twitter <<https://twitter.com/mathigonorg>> e Instagram <[https://www.instagram.com/mathigon\\_org/](https://www.instagram.com/mathigon_org/)>, se comparten multitud de ejemplos de propuestas docentes del uso de Mathigon y Polypad en el aula. Más aún, los creadores de Mathigon realizan seminarios y conferencias que son anunciados en las mismas redes, algunos de ellos se encuentran disponibles para su consulta en la misma plataforma. Es por ello que se recomienda prestar atención a sus redes sociales tanto por los recursos disponibles como por las continuas actualizaciones que Mathigon presenta.

## Conclusiones

La experimentación con materiales manipulativos es uno de los recursos preferentes en la enseñanza de las matemáticas frente al uso del libro u otros recursos tecnológicos (Alsina, 2010). Sin embargo, el uso de recursos digitales como Mathigon aporta algunas ventajas: una cantidad ilimitada y variada de réplicas virtuales de materiales manipulativos, el uso combinado de diferentes tipos de recursos en una misma herramienta, el fácil registro de los avances a partir de las opciones de guardado, el espacio de trabajo individual para el análisis de los contenidos y el esta-

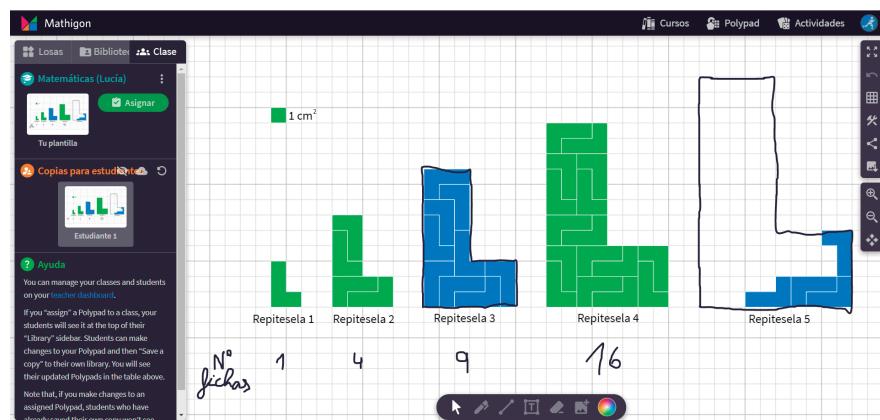


Figura 11. Un ejemplo de realización por parte de un estudiante del planteamiento propuesto

blecimiento de conjetas, etc. Todo esto, junto con la posibilidad de mostrar o proyectar el uso de los materiales sin la necesidad de manipularlos en su formato físico, hace que Mathigon sea considerada una aplicación para la docencia presencial, semipresencial o virtual de las matemáticas.

## Referencias bibliográficas

- ALSINA, À. (2010), «La «pirámide de la educación matemática. Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática», *Aula de Innovación Educativa*, n.º 189, 12-18.
- LOCKHART, P. (2002), *A Mathematician's Lament*, Bellevue Literary Press, Nueva York.
- PAPERT, S. (1980), *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*, Harvester Press, Brighton.

**Lucía Rotger García**  
Universidad de La Rioja  
<[lucia.rotger@unirioja.es](mailto:lucia.rotger@unirioja.es)>

**Juan Miguel Ribera Puchades**  
Universidad de La Rioja  
<[juan-miguel.ribera@unirioja.es](mailto:juan-miguel.ribera@unirioja.es)>