

RESEÑAS

Periplo por Valladolid y Tesoros de la catedral de Burgos

Antonio Pérez Sanz

Luis Balbuena Castellano

SUMA núm. 97
pp. 95-100

Artículo solicitado por *Suma* en abril de 2021 y aceptado en junio de 2021

Periplo por la geometría de Valladolid

Las ciudades son libros que se leen con los pies.

Ángel Ganivet

Ganivet, el escritor y diplomático precursor de la generación del 98, no conoció a Inmaculada Fernández y a Encarnación Reyes. Dificilmente las podía conocer si pensamos que se quitó la vida en Riga en 1898.

Para realizar este extenso periplo por la geometría de la ciudad vallisoletana Inma y Encarna, han seguido el consejo de Ganivet, se han calzado unos zapatos cómodos y se han puesto a leer Valladolid. Pero además se han provisto de unas buenas gafas matemáticas para ver geometría en los rincones más recónditos de la ciudad del Pisuerga.

Buen calzado, gafas para detectar la geometría más evidente, pero también la más oculta a ojos legos, y, lo fundamental, la experiencia inestimable de las guías para detectar esas presencias geométricas en los lugares más insospechados. Porque no basta con mirar, hay que saber apreciar el objeto geométrico, la estructura de la construcción, la forma del adorno para poder percibir las matemáticas que esconden y que las autoras ponen de manifiesto con una naturalidad y una generosidad apabullante para el viajero virtual que se atreva a iniciar de su mano este maratoniano y fabuloso periplo.

La excursión no se estructura siguiendo un criterio geográfico, sino que gira alrededor de los temas geométricos que queremos descubrir. El tratamiento de cada forma consta de una parte gráfica con excelentes fotografías y esquemas geométricos, una explicación técnica de las características matemáticas y la ubicación precisa del elemento estudiado.

Los objetos geométricos están perfectamente localizados. En el libro se recogen 41 enclaves reseñados y descritos explicando no solo su ubicación y su historia sino también sus características arquitectónicas y artísticas. Pero hay muchas más formas geométricas localizadas fuera de esos enclaves históricos.

Imaginad el periplo como un viaje organizado de una semana en la que cada día laborable se dedica de forma monográfica a un tema geométrico. Iniciemos el viaje.

LUNES. POLÍGONOS Y FORMAS DERIVADAS

Triángulos. Empieza el viaje con la visita a los distintos frontispicios y el análisis de su característica fundamental: la relación entre su base y su altura. Desde $h = b/2$ hasta $h = b/9$ las autoras nos presentan más de 15 ejemplos comentados a lo largo de la ciudad. Los triángulos alcanzan su apogeo con la presencia de las vesicas piscis y de triángulos de Reuleaux en celosías, rosetones y otros elementos ornamenta-

les. Cuadriláteros, rombos, trapecios y cometas, aislados o en composiciones geométricas, son la siguiente parada geométrica. Y hay que estar con la mirada presta para descubrirlos desde en un alcorque, hasta en un dintel o un muro de hormigón.

Pentágonos, hexágonos y heptágonos ocupan las tres siguientes etapas. Pentágonos regulares con su vinculación al número áureo y los rombos de Penrose derivados de ellos, pero también pentágonos irregulares en plantas de edificios, pentágonos del Cairo (con dos ángulos rectos), pentágonos casita, pentágonos reflejados... aislados o en composiciones geométricas, reclaman nuestra atención en los lugares más inesperados.

Los hexágonos regulares y sus derivadas curvilíneas, rosetas de seis pétalos, están presentes en la decoración, la arquitectura y el mobiliario urbano. A pesar de la dificultad de su construcción, los heptágonos también hacen acto de presencia, aunque de forma



PERIPLO POR LA GEOMETRÍA DE VALLADOLID
Inmaculada Fernández Benito y M.ª Encarnación Reyes Iglesias
 Ed. Servicio Municipal de Educación del Ayuntamiento
 de Valladolid. 2018
 246 páginas
 ISBN: 978-84-16678-35-8

esporádica, en las iglesias del Salvador, de San Albano y Las Francesas.

Tras una breve pausa para comer, reiniciamos la tarde con los octógonos y los polígonos y formas estrelladas.

Octógonos. La presencia de octógonos en la arquitectura vallisoletana es notable. De hecho la antigua Academia de Caballería se conocía como el Octógono. En la actualidad, las plazas del Viejo Coso y la del «Ochavo» tienen forma de octógono irregular. Pero donde el octógono alcanza su esplendor es cuando mediante cortes rectos o circulares, el corte sagrado, da lugar a distintos tipos de cruces presentes por toda la ciudad.

Polígonos y formas estrelladas. Unir los vértices de un polígono regular dando saltos uniformes da origen a los polígonos estrellados (un solo polígono) o a la formación de estrellas (dos o más polígonos iguales). Es fácil encontrarlas como motivo ornamental y en artesanados como el de una de las salas del Museo de Escultura. La forma estrellada más popular, la estrella de Brunes, nos la encontramos en las bóvedas de la iglesia de San Benito o en el Museo de Escultura.

MARTES. PROPORCIONES

El sentido de la proporción impregna la obra de arquitectos, pintores y escultores. El paseo por el universo de las proporciones empieza con un estudio matemático de las proporciones notables; de las proporciones estáticas: cuadrada, dupla, sesquiáltera, sesquitercia, sesquicuarta y pentatercia.

Y de las proporciones dinámicas: raíz de 2, raíz de 3, áurea, de plata, de platino y cordobesa.

De la mano de las expertas guías iremos descubriendo las distintas proporciones en los capiteles, en los rectángulos de las plantas y alzadas de edificios notables como la catedral, el Museo Patio Herreiriano, la Plaza Mayor. También fijaremos nuestra mirada en las proporciones dinámicas de la fachada del Ayuntamiento, de la iglesia de San Miguel, del Pala-

cio de Santa Cruz y en la planta del convento de los Agustinos Filipinos. Sin olvidarnos de las proporciones en pintura en cuadros del Museo de Escultura. Para terminar la jornada unos ejemplos de rectángulos recíprocos de la fachada de la Universidad de Valladolid.

MIÉRCOLES. MOSAICOS Y SIMETRÍAS

La geometría alcanza su esplendor estético cuando agrupamos los polígonos para rellenar el plano formando mosaicos.

Las autoras hacen un breve repaso teórico y visual de los mosaicos regulares, semirregulares y de los formados por polígonos no regulares y nos introducen en la notación de Schläfi para proporcionar al turista matemático una herramienta para identificar algunos de los cientos de mosaicos que adornan calles, plazas y edificios como el Museo de Valladolid, donde la parada ante el mosaico de Diana y las estaciones es imprescindible.

Fachadas, vidrieras, ventanas, pavimentos..., combinando polígonos regulares, irregulares, polígonos cóncavos y convexos, nos brindan un catálogo imposible de recorrer y más si queremos abarcar los mosaicos de inspiración nazarí obtenidos por deformación mediante transformaciones geométricas de un polígono original conservando su área. El monasterio de Santa Isabel, la iglesia del Pilar y San Benito son paradas obligatorias.

Dejamos para la tarde el mundo de las simetrías axiales y de las simetrías de giro plasmadas en frisos y rosetones. Podremos regalar nuestros ojos y nuestras mentes con los preciosos ejemplos de los grupos cíclicos de simetría o grupos de Leonardo presentes en el Palacio de Santa Cruz, en el monasterio de Santa Isabel y en el convento de Las Francesas entre otros enclaves.

Los frisos merecen un estudio aparte. Valladolid ofrece magníficos ejemplos de los siete grupos de simetría de los frisos en enrejados y en adornos arquitectónicos. La iglesia de la Antigua y el Colegio de San Gregorio son etapas recomendadas. Y no pode-

mos terminar esta tercera jornada sin un intento de búsqueda de ejemplos de los 17 grupos cristalográficos. Las autoras nos muestran hasta siete de estos grupos de simetría y nos dejan el resto de la tarde libre para que descubramos por nuestra cuenta algún otro.

JUEVES. CURVAS PLANAS Y ESPACIALES

Dedicaremos esta cuarta jornada al descubrimiento de curvas y al estudio de los arcos.

Encontrar círculos como motivos arquitectónicos, ornamentales, no es muy complicado. A destacar el estudio geométrico de las peltas del Museo de Valladolid y de los árbelos o cuchillas de zapatero. El crismón, la división del círculo en ocho sectores iguales, es un motivo recurrente de la geometría sacra y hay ejemplos espectaculares en el detalle central del mosaico de las Cráteras en el Museo de Valladolid.

Los óvalos y las elipses son formas frecuentes en el trazado de plazas y jardines, pero también los encontramos en medallones, molduras y hasta en el viejo logotipo de la cerveza Cruz Blanca. Parábolas y catenarias son menos frecuentes, destacando su presencia en los arcos de la iglesia del Carmen.

Las cicloides e hipocicloides hacen acto de presencia en las pechinas de las cúpulas de algunas iglesias en forma de deltoides y astroides. Las epicicloides y espirales las acompañan en numerosos ejemplos de enrejados.

El epígrafe dedicado a los arcos es espectacular y un auténtico tratado matemático sobre este motivo arquitectónico. Arcos de medio punto, georgianos, deprimidos, de herradura, ojivales con y sin peralte, arcos góticos, polilobulados, angrelados, festoneados, contracurvos, arco carpanel, tranquil, tudor, arcos modernistas...

Pocos arcos presentes en Valladolid se habrán escapado a este detallado catálogo. Todos ellos, con sus esquemas de construcción y sus propiedades geométricas y sus ubicaciones en la ciudad desfilan ante nosotros como un espectáculo mágico y sugerente.

VIERNES. FIGURAS GEOMÉTRICAS EN EL ESPACIO

La ciudad es tridimensional y este periplo no sería completo sin dedicar una jornada a los cuerpos geométricos más frecuentes. Prismas triangulares, cuadrados, rectangulares son fáciles de identificar en edificios y esculturas urbanas. El Hemiciclo de las Cortes de Castilla y León es un ejemplo contundente de un ortoedro. La sede de la Federación Regional de Municipios y Provincias es un portentoso prisma rectangular con una cara lateral de hormigón y las otras tres de vidrio.

Un poco más antiguos, encontramos edificios y torres con forma de prismas hexagonales, octogonales. Y hasta la plaza de toros es un prisma de 50 lados.

Es fácil encontrar pináculos con forma de pirámides triangulares, cuadradas, hexagonales y octogonales. Y abundan las farolas con forma de tronco de pirámide hexagonal. Los cuerpos de revolución, cilindros, conos y troncos de cono no son tan frecuentes pero los encontramos en columnas, torres, silos y depósitos.

Las cúpulas nos proporcionan buenos ejemplos de superficies esféricas, elipsoides y paraboloides elípticos. Especial mención merece la Cúpula del Milenio en forma de casquete esférico recubierto por hexágonos y pentágonos. Y encontramos paraboloides hiperbólicos en las cubiertas del Colegio Cristo Rey obra de la década de los 60 del arquitecto Martínez Feduchi.

Las esculturas geométricas salpican las principales avenidas y glorietas de la ciudad. Descubrir las es una buena forma de leer a Valladolid.

FIN DE SEMANA. MAPA DE ENCLAVES

Ha llegado el momento de despedirse de las magníficas guías matemáticas y seguir el consejo de Gani-vet. Para ello nada mejor que utilizar el Mapa de Enclaves y hacer un recorrido turístico por los 41 enclaves recogidos en el libro. Descubrirás que, con gafas matemáticas o sin ellas, Valladolid es una ciudad maravillosa.

Tesoros matemáticos de la catedral de Burgos

Cuando hice el Bachillerato, estudié una asignatura titulada *Historia del Arte*, que me introdujo en ese extraordinario mundo y me dejó una marcada huella. Aprendí mucho. Entre otras cosas, que la catedral de Burgos es una de la joyas del gótico en España. Lo que nunca pensé es que llegase a conocerla tanto como ahora y precisamente de la mano de las matemáticas. Y ello ha sido posible gracias a la obra que voy a comentarles, agradeciendo a sus autores el trabajo realizado y a Constantino de la Fuente (a quien conozco y admiro desde hace años), la oportunidad que me ha ofrecido.

Normalmente, en estas presentaciones, se suele invitar al final a quien la lee que busque la obra y que disfrute de ella. Pero en este caso, lo hago desde el principio y trataré de demostrar por qué.

Para empezar, señalo que es uno de esos libros que merece la pena leer y guardar. Los propios autores indican que pretenden

desentrañar la belleza matemática que encierra nuestra Catedral y sacar a la luz lo que lleva siglos escondido.

Pero van más allá cuando afirman que

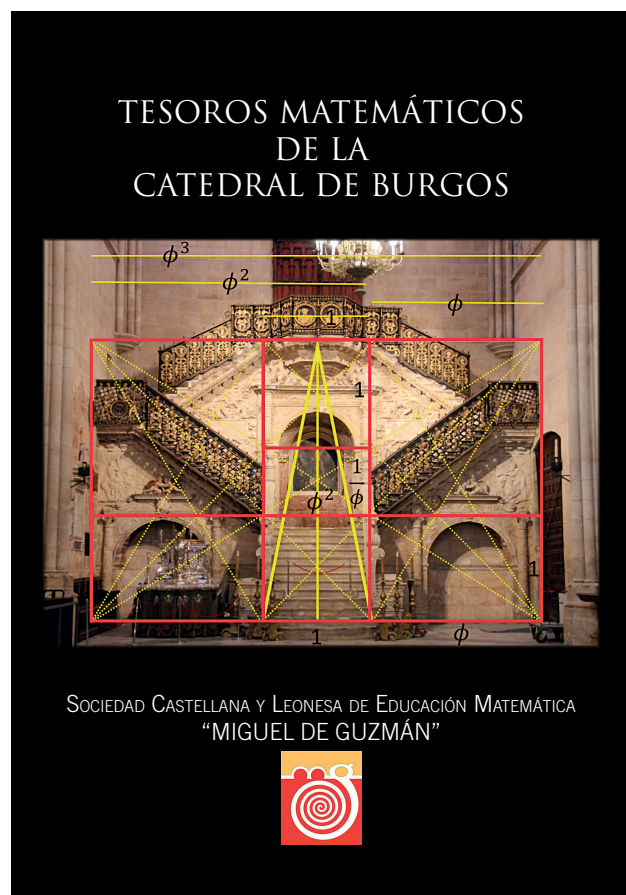
ese patrimonio matemático invisible, hasta ahora ignorado y olvidado, debe ser puesto en valor, pues forma parte de la esencia del patrimonio tangible y nos permite mirarlo de una manera distinta a como lo hemos hecho hasta ahora.

La prologuista, M.^a Encarnación Reyes, señala que

los autores dotan al lector de una percepción de la Catedral a través de una mirada de turista matemático que permite completar el conocimiento de esta maravilla arquitectónica y artística.

Y yo, que me he dedicado a hacer rutas matemáticas de muchos sitios de Canarias, he quedado impresionado tras la lectura de esta obra de la que he sacado, además, instructivas lecciones.

Empiezo por la esmerada maquetación del libro. Todas las páginas están diseñadas con acierto. La letra facilita y anima a la lectura por su tamaño y limpieza. Las fotografías, de gran calidad, permiten escudriñar todos los rincones y los muchos detalles que se estudian. Los dibujos son siempre clarificadores por lo que significan de esquematización y síntesis de lo que pudiera parecer enmarañado en la imagen. La utilización del programa de geometría dinámica GeoGebra apunta muchas ideas



TESOROS MATEMÁTICOS DE LA CATEDRAL DE BURGOS
Constantino de la Fuente Martínez y Juan Jesús Velasco García
(Coordinadores)

Andrés López Castillo, Nuria Reoyo Tapia, Luis M.^a Martín Corrales, Antonio Arroyo Miguel, Ana Pontón Oca, María Estíbaliz Rueda Fernández, Alfredo Gordillo Alonso, Carmen Fernández-Cedrón Alonso

Sociedad Castellana y Leonesa de Educación Matemática
«Miguel de Guzmán»

Burgos, 2021

428 páginas

ISBN: 978-84-09-26562-6

para la explotación didáctica de la obra. También ayudan, y mucho, los QR tan bien grabados que no necesitan palabras para expresar las ideas. Las palabras son sustituidas por escogidos momentos de música clásica.

Entrando en el contenido, una frase que estimo que lo resume es decir que se trata de una radiografía matemática de la preciosa catedral. Sí, no hay detalle de su edificación, por nimio que pueda parecer, que no haya pasado por el minucioso análisis matemático realizado por este equipo. Incluso me atrevería a indicar que, la forma de hacerlo y presentarlo, es un magnífico modelo a seguir en estudios de este tipo.

El lenguaje, además de riguroso, es ameno, didáctico y explican cualquier concepto que se necesite para la cabal comprensión de las matemáticas que sacan a la luz: ritmos, armonías, polígonos anidados, vesica piscis, los siete grupos de frisos, los números metálicos, la proporción cordobesa, el triángulo dorado, polígonos estrellados y estrellas, etc.

Los capítulos de la obra indican el recorrido que hacen: capillas, agujas, arcos, rosetones, cimborrio y la Escalera Dorada. Y, al final, una propuesta didáctica con una buena selección de posibles actividades a realizar con los estudiantes. A lo largo del libro aparecen numerosas deducciones que se realizan con total claridad y que evitan el cálculo para quienes lo quieran comprobar hasta llegar a los resultados finales. Es de agradecer este esfuerzo de minuciosidad.

Aunque no es cuestión de entrar en el detalle de los contenidos de los distintos capítulos, no puedo resistir la tentación de dedicar unas líneas a dos de los elementos característicos de esta catedral gótica. Me refiero, por una parte a las agujas y por otro, a los rosetones. Respecto de las primeras, Navascués Palacios indica que

no son las de Burgos las más altas ni las más espectaculares de la arquitectura gótica, pero sí las agujas más refinadas y exquisitas por su dibujo y proporción respecto a la fachada en que se integran.

En el estudio matemático, tratan de escudriñar a qué tipo de triángulo se aproximan las caras laterales de esas agujas y resulta interesante el procedimiento seguido. Sorprenden también las tracerías de los sucesivos niveles tanto por su variedad como por el clarificador trabajo de interpretación matemática que realizan.

Por lo que se refiere al otro elemento, los rosetones, los tratan en un delicioso capítulo explicando los grupos de Leonardo, los rosetones desde el trilobulado hasta el hexalobulado para pasar al análisis de los dos imponentes de la catedral: el de la Puerta del Sarmental y el de la Puerta de Santa María.

En fin, creo que he dejado demostrada mi tesis inicial: que es una obra que merece la pena leer. Para el profesor de matemáticas, además, tiene el valor añadido de disponer de un material que le permitirá hacer más significativos la enseñanza y el aprendizaje de la asignatura. Son elementos cotidianos de su alumnado, que, seguramente verán cuando acuden a su centro cada día.

Pero también para el profesor de arte. ¡Cuánto hubiera agradecido a aquel magnífico profesor que tuve que me hubiese apuntado estos elementos matemáticos que, afortunadamente, espero que ya abandonen ese olvido de siglos y estén a la luz y al alcance de todos!

Un agradecimiento al cabildo catedralicio por haber facilitado el acceso a todos los lugares del templo. El libro se puede conseguir mandando un correo a <gerente@catedraldeburos.es>. Los beneficios de la venta son para Cáritas.

primera reseña

Antonio Pérez Sanz
<apsaldal@gmail.com>

segunda reseña

Luis Balbuena Castellano
<balbuenaluisx@gmail.com>