

Destilando el currículo de Educación Primaria

Teresa Serra Santasusana
Carme Burgués Flamarich

Suma núm. 99
pp. 37-48

Artículo encargado por *Suma* en la primavera de 2021 y aceptado en septiembre de 2021

Se presentan las ideas centrales de Matemáticas para la Educación Primaria como una forma de sintetizar y conectar los conceptos contenidos en el currículo, y con el objetivo de facilitar el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática.

Palabras clave: Procesos, Conexiones, Ideas centrales.

Distilling the primary education curriculum // The Big Ideas of Mathematics for Primary Education are presented as a way of synthesizing and connecting the concepts contained in the curriculum, and with the aim of facilitating the development and evaluation of mathematical competence.

Keywords: Processes, Connections, Big ideas.

Un buen conocimiento y una buena salsa se consiguen por el mismo procedimiento, la reducción.

Jorge Wagensberg

Aprender matemáticas en la educación primaria se parece a lo que hacen los matemáticos: experimentar, reflexionar, deducir, aplicar y expresar simbólicamente (Alsina y otros, 2019). Este punto de vista se relaciona íntimamente con el reto de fomentar el desarrollo de la competencia matemática en todo el alumnado.

¿Pero cómo entendemos dicha competencia? Tal y como afirma Niss (2003) la competencia matemática está relacionada con: la resolución de problemas, la modelización, el razonamiento, la comunicación, la representación, la simbolización...

Las niñas y los niños tendrán que desarrollar en las aulas los procesos asociados a dicha competencia y a la construcción del conocimiento matemático: la resolución de problemas, el razonamiento y la prueba,

la conexión, la comunicación y la representación. No se trata pues de mostrar por parte de las maestras modelos para que los copien los alumnos; sino de ofrecer contextos de trabajo que se conviertan en motores para que aparezcan los mencionados procesos en su hacer matemáticas cotidiano. En este sentido, el fomento de la conexión entre distintas ideas matemáticas es fundamental.

Es en el transcurso de nuestra experiencia como maestras y como formadoras de maestros que indagamos cómo vislumbrar los grandes nodos del conocimiento matemático en esta etapa ya que nos hemos dado cuenta que, a menudo, resulta difícil para muchos docentes relacionar los distintos procesos asociados a la competencia matemática con los contenidos matemáticos del currículo.

Poder agrupar distintos conceptos matemáticos, destilar dicho currículo para sintetizar puede ser, a nuestro modo de ver, una ayuda para planificar actividades ricas y estimulantes para que los niños y las niñas resuelvan problemas, razonen y prueben, conecten, comuniquen y representen. Aprender no consiste en ir añadiendo nuevos contenidos a otros en forma de lista, sino en relacionar lo nuevo con lo aprendido. Si las maestras y maestros podemos conectar explícitamente distintas ideas matemáticas vamos a facilitar dicha conexión a los alumnos.

Pronto descubrimos que esta inquietud la podíamos compartir con maestras, matemáticas y planificadores de currículos de otros países. Actualmente en Canadá, Nueva Zelanda y algunos territorios australianos se plantean los currículos a partir de las *ideas centrales*. El estudio de sus desarrollos ha representado una gran ayuda para nuestro proyecto (Charles, 2005; Small, 2019).

Las *ideas centrales de Matemáticas* son ideas matemáticas formuladas con una clara intención didáctica, que vinculan distintos aprendizajes de forma coherente y que van a estar, en muchas ocasiones, presentes a lo largo de toda la etapa, pero que van a tener caracterizaciones propias y relacionadas con el currículo de cada ciclo.

En el marco del CESIRE (Centre Educatiu de Suport a la Innovació i Recerca Educativa), la definición de las ideas centrales de Matemáticas en la Educación Primaria en Cataluña ha tomado como punto de partida el currículo vigente. La tarea se ha centrado en buscar los grandes nodos temáticos que pueden vincular distintos conceptos y conectarlos. En este sentido, no se trata de un nuevo currículo, sino de una síntesis del mismo.

Las ideas centrales se han agrupado en torno a los siguientes bloques de contenido: Numeración y operaciones; Relaciones y cambio; Espacio, Forma y medida; Estadística y probabilidad (Burgués y Serra, 2019).

La consulta de dichas ideas centrales se puede llevar a cabo de distintos modos: según los bloques de contenido, y a través de los tres ciclos de la etapa. Se ofrece también una descripción detallada de las *ideas centrales* y una propuesta de actividades para el aula en cada ciclo.

El hecho de tener en mente los grandes nodos temáticos, por parte de las maestras, ayudará a tomar decisiones para acercar las propuestas a cada contexto.

Somos conscientes que la planificación de la acción didáctica a partir de las ideas centrales requiere el enfoque desde una perspectiva más global y contribuirá a que su desarrollo pueda flexibilizarse de acuerdo con la iniciativa matemática que muestren las niñas y los niños en la clase. El hecho de tener en mente los grandes nodos temáticos, por parte de las maestras, ayudará a tomar decisiones para acercar las propuestas a cada contexto.

En el caso del bloque de Numeración y operaciones (Sentido numérico), las ideas centrales elegidas (tabla 1) no son las mismas en los tres ciclos. Algunas de ellas,

aunque con igual enunciado, van creciendo desde el pensamiento aditivo temprano al multiplicativo.

El proceso desde el uso del conteo, que sustenta el pensamiento aditivo temprano, continúa con el uso de la suma y la resta para resolver situaciones y relacionar cantidades, llegando hasta el uso de las propiedades de estas dos operaciones para facilitar el cálculo. Coincidiendo con la fase anterior aparece el pensamiento multiplicativo temprano que se desarrolla hasta las relaciones parte/todo en el tercer ciclo y el inicio del pensamiento proporcional, que seguirá en la ESO.

En el primer ciclo consideramos fundamental el conteo. En este proceso, iniciado en la etapa infantil (3-6), hay algunos aprendizajes que conformarán la idea abstracta de cantidad: el orden de los objetos no cambia la cantidad, el último número incluye todos los anteriores, contar en dos sentidos es un recurso para resolver algunos problemas, contar de tantos en tantos resulta lo mismo que contar de uno en uno y dos esenciales más: una cantidad puede representarse de muchas maneras y cada número tiene un lugar en la recta numérica.

El sistema de numeración decimal aparece como una de las representaciones de las cantidades. Crece en

complejidad a lo largo de los tres ciclos y está estrechamente vinculado con la idea de unidad que evoluciona desde la unidad/objeto (conteo) hasta la unidad/grupo (multiplicación), para llegar a la comprensión del valor relativo y los diferentes usos del cero (ninguna cantidad o ningún orden de magnitud).

Aunque la representación posicional es muy importante no hay que dejar de lado otras descomposiciones aditivas y/o multiplicativas de las cantidades. Ambos tipos de descomposiciones permiten comparar cantidades. La igualdad juega un papel decisivo en la relación entre cantidades: si dos expresiones matemáticas representan la misma cantidad podemos sustituir la una por la otra para facilitar el cálculo. Esta idea de la sustitución justifica el trabajo con igualdades y/o equivalencias.

Está claro que la equivalencia es un concepto transversal que incide también en el cálculo con fracciones. Reducir un grupo de fracciones a un común denominador implica la sustitución de una fracción por otra del mismo valor, precisando además que los denominadores de las diversas fracciones coincidan. Esto no es nada sencillo y debe estar precedido de experiencias de sustitución relacionadas con las operaciones con números naturales.

<i>Ciclo inicial (6-8)</i>	<i>Ciclo medio (8-10)</i>	<i>Ciclo superior (10-12)</i>
Contando podemos saber cuántos hay.	Podemos representar cantidades usando números (SND).	Podemos representar e interpretar cantidades usando números (SND).
Podemos representar cantidades usando números (SND).	Relaciones entre cantidades: dos números siempre se pueden comparar.	Relaciones entre cantidades: dos números siempre se pueden comparar.
Relaciones entre cantidades: dos números siempre se pueden comparar.	Pensamiento multiplicativo temprano: aplicar la multiplicación y la división a situaciones concretas.	Pensamiento multiplicativo temprano: aplicar la multiplicación y la división a situaciones concretas.
Pensamiento aditivo: aplicar flexiblemente la suma y la resta en situaciones concretas.	Usando las propiedades de las operaciones y de los números podemos resolver cálculos.	Relaciones multiplicativas parte/todo.

Tabla 1. *Las ideas centrales* del bloque de Numeración y operaciones

Durante el primer ciclo se busca la manipulación flexible de los números a base de unirlos, separarlos y compararlos en diferentes contextos, yendo más allá de la memorización de tablas; descubrir que se pueden descomponer y componer, partiendo, compensando los sumandos para mantener el total y usar la idea de diferencias equivalentes. Utilizar el hecho de que la suma y la resta son inversas es lo que hemos llamado pensamiento aditivo.

En el segundo ciclo esta idea se amplía a la multiplicación y la división. Se busca que las operaciones se comprendan más allá de los algoritmos reglados, que las «tablas» se comprendan y usen en combinación con estrategias derivadas de sus propiedades.

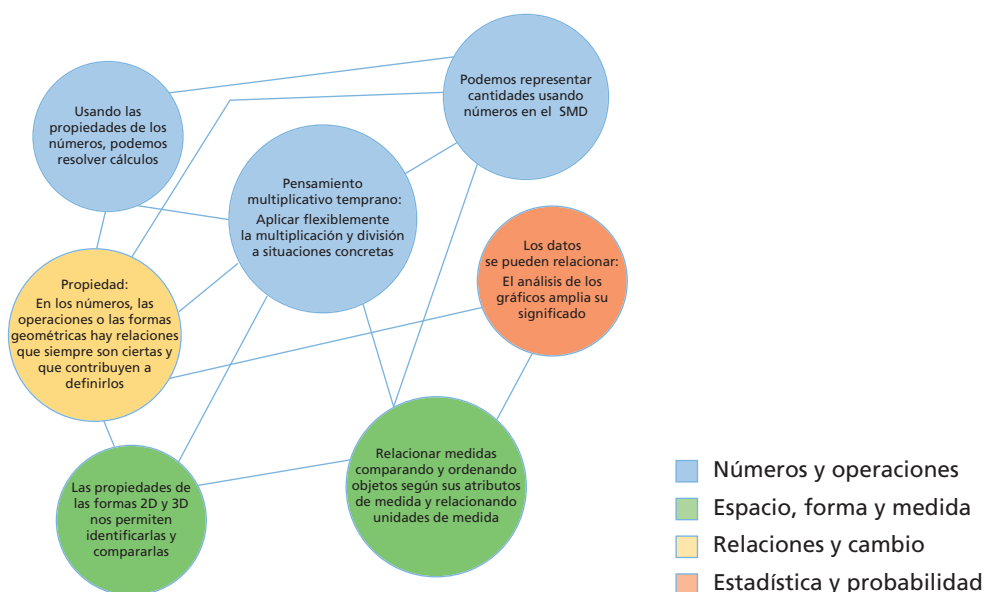
La introducción del pensamiento multiplicativo es un paso importante pues supone un cambio de mentalidad donde crecer o decrecer tiene efectos distintos sobre los números. Creemos que, desde el principio, debe favorecerse esta diferencia, lo que comporta una meditada introducción del producto. Para nosotras, la mejor introducción es la representación de los números en una cuadrícula, donde las filas y columnas se pueden intercambiar. Esta representación incluye el significado de suma de sumandos repetidos, pero no la hace única.

Este significado «rectangular» es tremendamente potente: facilita la comprensión de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva, la comprensión de los conceptos de múltiplo y divisor, se extiende al uso del producto de fracciones, y llega hasta dar sentido al producto de expresiones algebraicas. Este significado permite al alumnado la creación de algoritmos propios de cálculo y facilita el establecimiento de relaciones entre cantidades.

Las ideas centrales en el segundo ciclo de la Educación Primaria

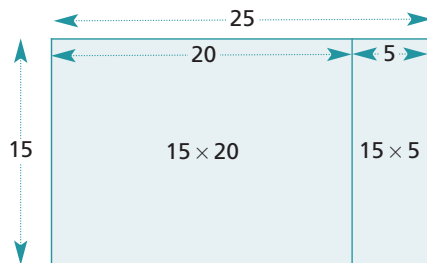
Uno de los retos que plantea el uso de las ideas centrales para estimular el aprendizaje de las matemáticas es el desarrollo de las conexiones entre distintos conceptos. Tal y como ya apuntábamos al inicio de este artículo: aprender matemáticas significa crear gradualmente una red de interconexiones entre un concepto y otros que pueden haber aparecido previamente o con algunos que a primera vista parecen distantes, porque se inscriben en distintos bloques de contenido.

El *pensamiento multiplicativo temprano* cobra en este ciclo una gran importancia. Los niños y las niñas llegan con un bagaje vinculado al pensamiento aditivo: pueden

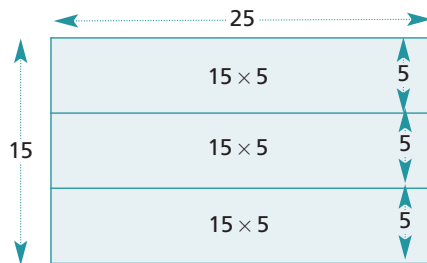


componer y descomponer los números de forma flexible, usando la adición y sustracción. En el segundo ciclo aparece como protagonista principal la multiplicación, no entendida solamente como adición reiterada, sino como representación de filas por columnas, es decir como área del rectángulo, y como representación de combinaciones que adopta forma de diagrama en árbol. Deberíamos poner el acento en estas dos últimas representaciones que le dan a la multiplicación un significado que va más allá de la adición.

Multiplicar no solo es sumar, es algo más. Ello nos lleva a considerar los números desde el punto de vista multiplicativo, podemos componerlos y descomponerlos factorialmente y aparecen los números invertidos en formas geométricas: números cuadrados, números rectangulares, números que dan forma a prismas cuadrangulares o rectangulares, números cúbicos. Los podemos construir y las formas aparecen como una evidencia. Llegamos a las *propiedades de los números y de la operación de multiplicar*: el orden de los factores no altera el producto; podemos distribuir el producto en distintas sumas de productos, de forma que los cálculos se facilitan, por ejemplo: podría ser $15 \times 25 = (15 \times 20) + (15 \times 5)$:



Pero también $15 \times 25 = (5 \times 25) + (5 \times 25) + (5 \times 25)$:



Calcular, ya sea con la multiplicación o división, con la suma o la resta, se fundamenta en las *propiedades de los números y las operaciones* que deberían ir descu-

briendo los alumnos. Y, en la medida que las puedan descubrir, las podrán transferir, conectar a nuevas situaciones de cálculo. La resta llevando, que representa un reto inalcanzable para muchos alumnos, puede desarrollarse a través de búsqueda de restas equivalentes, que se sustentan en la propiedad uniforme de la operación:

$$311 - 128 = 300 - 117 = 283 - 100 \dots$$

El propio *sistema de numeración decimal* (SND) se fundamenta en la multiplicación, los órdenes que en el primer ciclo se circunscriben a la decena y la centena, en este ciclo crecen a un ritmo vertiginoso. Los niños y las niñas tienen la oportunidad de descubrir que el intervalo numérico entre los primeros órdenes se incrementa cuando hablamos de las unidades de mil, las decenas de mil, centenas de mil y millones, pero la relación multiplicativa se mantiene; de un orden a otro multiplicamos o dividimos por diez: agrupamos diez órdenes del nivel anterior. Multiplicar y dividir nos lleva a un nuevo mundo.

La *medida nos sirve para cuantificar atributos* que corresponden a distintas magnitudes continuas y dicha cuantificación abre la puerta a la comparación, ordenación, clasificación, por ejemplo, de formas 2D y 3D. Cuando para medir vamos más allá de la comparación directa o indirecta y empleamos unidades, el proceso de la medida se relaciona directamente con la idea de multiplicación, ya que estamos rellendo la longitud, área..., con una sucesión de unidades iguales dispuestas de forma ordenada, una tras otra sin superposiciones, ni vacíos. Si además a este proceso le añadimos la posibilidad de *usar distintas unidades*, podemos relacionar dicho uso con el Sistema Decimal de Medidas que se asemeja al SND.

La *interpretación y elaboración de gráficos* para sintetizar distintas informaciones está íntimamente relacionada con el uso de los números y con la idea de la multiplicación. En los ejes de dichos gráficos la expresión de los datos debe responder a criterios preestablecidos relativos a los intervalos empleados. En un mismo eje se deberán emplear los mismos intervalos que a priori se hayan elegido.

Para concluir, podemos destacar que existe una gran interrelación entre las distintas ideas centrales. Resulta fundamental para las maestras y los maestros tomar consciencia no solo de las ideas centrales sino también de la mencionada relación, porque esta reflexión de los docentes estimulará su descubrimiento por parte de los niños y las niñas.

Una necesaria combinación:
ideas centrales, procesos y actividades

Cualquiera de las ideas centrales vincula conceptos y procesos matemáticos (Ateneu, AraMat). Tomemos, por ejemplo, «usando las propiedades de las operaciones y de los números podemos resolver cálculos (ciclo medio, bloque de Números y operaciones)», que debe interpretarse bajo la idea de que los algoritmos están al servicio del cálculo, dando una visión global de las cantidades. Lo importante no es automatizar algoritmos estándar, sino saber manejarse con los números a partir de conocerlos mejor.

Como ya se ha dicho al presentar las ideas centrales, cada una de ellas vincula numerosos aprendizajes de manera coherente facilitando las conexiones que lleven a un conocimiento más profundo de las matemáticas. Pero como veremos a continuación, al relacionar ideas centrales y actividades ricas al alcance de todos los alumnos, aparecen también los demás procesos: resolución de problemas, razonamiento matemático y representación y comunicación.

Las ideas centrales de geometría que se proponen son comunes a todos los ciclos:

- Las propiedades de las formas 2D y 3D nos permiten identificarlas, compararlas y clasificarlas.
- Podemos obtener nuevas formas a base de componer y descomponer formas 2D y 3D y relacionarlas entre ellas.
- Podemos localizar y mover formas en el espacio usando las matemáticas.

Sin embargo, evolucionan según los ciclos. La idea de que las formas pueden permanecer al cambiar de

posición o tamaño, empieza obteniendo simetrías pintando, recortando, doblando, hasta el uso de coordenadas y el uso de simetrías, traslaciones y giros para obtener figuras congruentes.

Describiremos a continuación un ejemplo de actividad muy abierta con posibles enfoques desarrollada en la escuela Vila Olímpica de Barcelona con alumnos de Educación Infantil (5 años), ciclos inicial, medio y superior de Educación Primaria.

Envolver una caja para regalo	
P5	Envolver con papel una caja (prisma rectangular o un cubo) usando el mínimo papel posible. La maestra proporciona cajas diversas y pedazos rectangulares de papel de colores de tamaños diversos. Los alumnos eligen una caja y un pedazo de papel y experimentan.
Ciclo inicial	Envolver con papel una caja (prisma rectangular) usando el mínimo papel. Tratar de cubrir todas las caras con el papel y recortar lo que sobra (hasta aproximarse a un desarrollo plano). Marcar bien las aristas en el papel para obtener las caras. Probar de envolver de dos maneras diferentes. Comparar los dos desarrollos obtenidos (¡¡¡o más !!!).
Ciclo medio	Coger una caja que sea un prisma cuadrangular, mejor si la altura es mucho menor que las otras dos dimensiones. Con un hilo de rafia o similar, atar la caja de forma que no se pueda abrir, como se hace usualmente con un regalo. Ensayar diversos atados. Determinar la mínima longitud de hilo que hay por atado y, si se puede, el atado que necesite menos hilo. Relacionarlo con las dimensiones de la caja.
Ciclo superior (en inglés)	Investigar, para una caja de base cuadrada, el mínimo cuadrado de papel necesario para envolverla. Estudiar diversas posiciones relativas de la caja y el papel. Relacionar las medidas del cuadrado de papel con las medidas de la caja. Calcular el área total de la caja y compararla con los cuadrados de papel obtenidos.

En esta actividad se trataba de ver lo que podían descubrir los alumnos sobre las formas 3D, relaciones entre

la forma 3D y la 2D relacionada (el papel de la envoltura), pero especialmente las conexiones intramatemáticas que usaban en el transcurso de la actividad. El proceso de representación y el de comunicación se daban por hechos, igualmente el de razonamiento matemático puesto que siempre se pide justificar las afirmaciones matemáticas y la resolución de problemas era consustancial con la propuesta.

También debe tenerse en cuenta que Propiedades y patrones (ideas centrales de Relaciones y cambios) tienen un papel importante en esta actividad, así como las ideas centrales de medida.

En el caso de los alumnos de 5 años, la experimentación unida a la conversación condujo a diversos hallazgos:

- Relacionar el hecho de que el papel esté liso con que las caras sean planas.
- Reconocer las caras, vértices, aristas de las cajas poliédricas. Representarlas dibujando, en la mayoría de los casos con una visión 3D.
- Relacionar la cobertura de papel de la caja con las caras que tiene y la comprensión de la demanda de la mínima cantidad de papel usada, recortando el papel sobrante y no superponiendo papel en ninguna cara.
- Medir los lados como método de determinar si una cara es o no un cuadrado, explicando cómo hacerlo.



- Razonar todas las afirmaciones hechas o refutarlas cuando procedía.

En el caso de los alumnos del ciclo inicial, se llegó a:

- Reconocer las caras, vértices, aristas de las cajas poliédricas. Contarlas.
- Relacionar la cobertura en papel de la caja con las caras que tiene.
- Relacionar la posición de las caras con el lugar que ocupan en el desarrollo plano.
- Descubrir que no pueden coincidir más de tres caras en un vértice del desarrollo plano.



Los alumnos del ciclo medio, aparte de reconocer y contar los elementos de la caja, ensayaron diversos métodos de atado de la caja que condujeran a minimizar la longitud de hilo necesaria:

- Relacionaron la longitud del hilo con las dimensiones de la caja.
- Determinaron la mínima longitud de hilo necesario de entre las soluciones obtenidas.
- Recogieron los datos de las dimensiones de la caja y las longitudes de hilo usadas en una tabla que les permitió comparar las soluciones y llegar a expresar una fórmula.

- Reconocieron que la cantidad de hilo era aproximada expresando cuál podría ser el error en función del atado concreto.

8/2/11 **PATRONA FLORES** Dida

Lg. cm. con caja

caja	longitud caja	anchura caja	altura caja	longitud
	32 cm	27 cm	40 cm	27 cm

2 longitudes 2 anchuras 4 alturas

$$2 \times 32 \text{ cm} + 2 \times 27 \text{ cm} + 4 \times 40 \text{ cm} = 158$$

64 cm + 54 cm + 160 cm = 278

278 cm

Dijos de la forma de las

Moro

caja	longitud caja	anchura caja	altura caja	longitud
	31 cm	22 cm	15 cm	22 cm
	2	2	4	6
	$2 \times 31 = 62$	$2 \times 22 = 44$	$4 \times 15 = 60$	$62 + 44 + 60 = 166$
	12 cm	9 cm	5 cm	76 cm

En el caso de los alumnos del ciclo superior, que realizaban las actividades de geometría en inglés, la profesora planteó la actividad sin concretar si el papel mínimo para envolver debía ser cuadrado o rectangular. La clase, espontáneamente, eligió dividirse para explorar ambas opciones, después de experimentar con una gran diversidad de cajas. Al final de la investigación cada pareja realizó un video tutorial explicando el proceso de la obtención de la fórmula. En concreto se llegó a:

- Obtener la fórmula del área de los prismas.
- Obtener varios desarrollos planos de cada caja.
- Ver cómo la caja se puede cubrir con una única figura en lugar del conjunto de figuras que forman el desarrollo plano.
- Relacionar diferentes maneras de abordar el problema.

- Aplicar conocimientos previos tanto conceptuales como de proceso.
- Obtener que: el lado del papel cuadrado (mínimo) es igual a diagonal de la base más el borde más pequeño más la mitad del borde más pequeño.
- En el caso del papel rectangular:
Longitud del papel rectangular = base \times 4,
Ancho del papel rectangular = alto de la caja + base.
- Razonar en cada solución por qué es mejorable.

Además de manera muy general los grupos pusieron en práctica estrategias como:

- Tantear para encontrar relaciones entre los datos.
- Hacer predicciones de resultados posibles.
- Relacionar conjeturas con conocimientos adquiridos.
- Reconocer el proceso que ha seguido para resolver.
- Reaccionar positivamente ante los errores buscando otros ejemplos.

Viendo la respuesta obtenida es evidente, para nosotras, que la actividad era potente en cuanto a la puesta en práctica de los procesos. Asimismo, permitió poner de relieve las ideas centrales de geometría y de medida.



Desarrollo de las ideas centrales de Relaciones y cambio a lo largo de la Educación Primaria

El bloque de contenidos de Relaciones y cambio está presente en el currículo de Matemáticas de Educación Primaria de Cataluña desde hace más de diez años. Dicho bloque contiene los conceptos relativos a patrones, propiedades y equivalencia. Su desarrollo puede acometerse desde la perspectiva de los números, de la geometría, de la medida... En realidad, su presencia persigue poner en valor la búsqueda de regularidades en contextos que, a primera vista, parecen absolutamente dispares. En cierto modo la inclusión de este bloque representa un reto para el profesorado: perseguir que los niños y niñas tengan la curiosidad y la perseverancia de hallar patrones que expliquen los fenómenos matemáticos. Dicho bloque aparece como un precursor del álgebra en educación secundaria.

Al plantearnos cómo concretar las ideas centrales de Relaciones y cambio nos centramos en los tres ejes mencionados anteriormente: patrones, propiedades y equivalencia (tabla 2). Son ideas que se mantienen a lo largo de toda la etapa.

¿Pero de qué modo se desarrollan en el aula dichas ideas? Mostramos algunos ejemplos de la escuela Vila Olímpica de Barcelona.

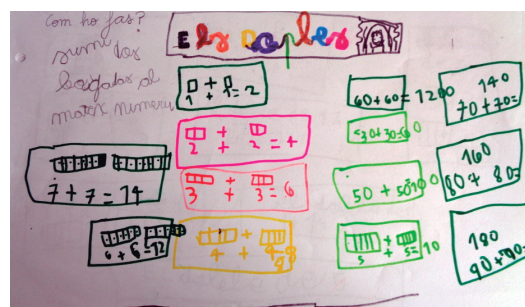
Ideas centrales de Relaciones y cambio	
Patrón	Un grupo de ítems es un patrón sólo si hay repetición o regularidad de elementos o de transformaciones que se pueden describir con una regla
Propiedad	En los números, las operaciones o las formas geométricas, hay relaciones que siempre son ciertas (propiedades) y que contribuyen a definirlos.
Equivalencia	Relación que permite clasificar un grupo de elementos según alguno de sus atributos/propiedades de forma que los elementos de una clase son intercambiables entre ellos.

Tabla 2

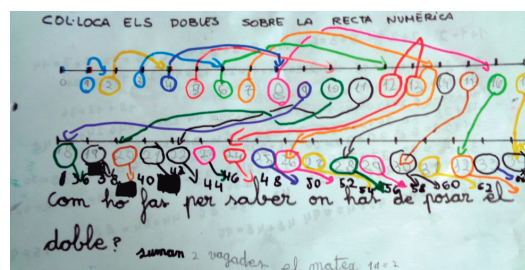
PRIMER CURSO. DOBLES

Tener a mano de forma flexible los dobles de los números facilita el cálculo aditivo. Se trata de que los alumnos puedan hacer uso de los dobles cuando ellos lo estimen necesario y conveniente. ¿De qué forma acercarlos a ellos y a su uso?

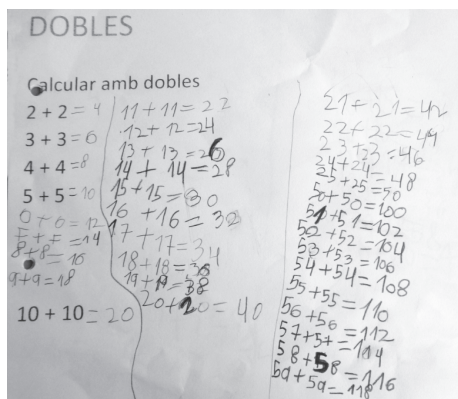
Los alumnos han podido experimentar con los cubos encajables lo que les ha permitido representar los primeros dobles, para a continuación establecer patrones que ya no necesitan experimentar: cuando nos muestran los dobles de 50, 60, 70, 80 y 90. Se ha conversado en clase acerca de los dobles y la maestra los ha invitado a representar sus hallazgos preguntándoles «¿cómo lo haces?», a lo que han respondido «sumo dos veces el mismo número».



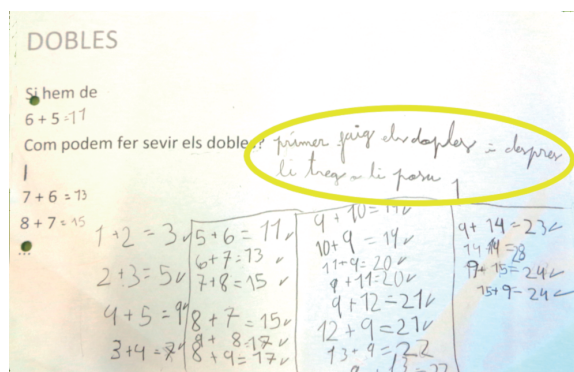
Los niños y las niñas están familiarizados con la representación de los números sobre la recta numérica. En este caso van a utilizarla para exponer los dobles. Después de una conversación colectiva, cada niño o niña escoge su representación. Los colores nos indican el camino desde el número hacia su doble. A la pregunta de la maestra «¿cómo haces para saber dónde debes colocar el doble?», la respuesta es diáfana, «sumando dos veces lo mismo». Los niños descubren el patrón.



El descubrimiento del cálculo de dobles los lleva a continuar su propio viaje con números que están más allá de su alcance cotidiano.



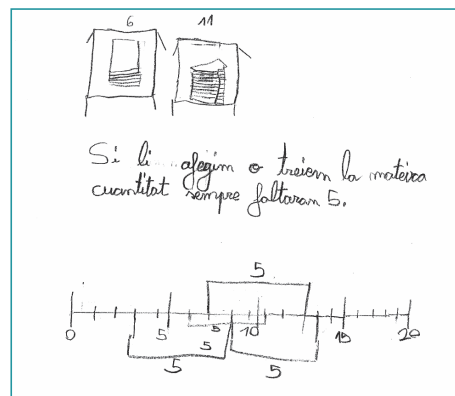
Los dobles también permiten realizar otros cálculos. En esta ocasión esta alumna expresa la forma de hacerlo: «primero doblo y después le saco o le añado 1». El patrón ha sido descubierto. Más adelante realiza cálculos, por iniciativa propia, para verificar que el orden de los sumandos no altera el resultado. ¡Quizás la curiosidad matemática empieza a emerger!



TERCER CURSO. RESTAS EQUIVALENTES. PROPIEDAD UNIFORME

En una mesa de la clase hay 11 libros de conocimiento del medio, en otra hay 6 libros, vamos a explorar qué sucede si añadimos o quitamos las mismas cantidades en cada mesa, ¿va a variar la diferencia entre una y otra mesa?

Una niña representa el descubrimiento a su modo, primero con el dibujo, después usando el lenguaje verbal, «si le añadimos o quitamos la misma cantidad siempre faltarán 5», y por último sobre la recta numérica, toda una evolución de representación que le permite establecer conexiones y reconocer restas equivalentes.



Buscan restas equivalentes sobre la recta numérica. Se dan cuenta que pueden elegir la colocación de la diferencia y hallar nuevas restas con el mismo resultado. Acaban de descubrir una propiedad que les permitirá facilitar el cálculo: hallar restas equivalentes más fáciles, $71 - 58 = 73 - 60 = 80 - 67 = \dots$



SEXTO CURSO. PATRONES ENTRE LOS ELEMENTOS DE LAS PIRÁMIDES

Esta actividad se lleva a cabo en inglés. Los alumnos en grupos de tres han experimentado a partir de la construcción de pirámides con polydron. La maestra les reta a hallar patrones entre los elementos de las pirámides. Para ello casi todos los grupos deciden disponer la información obtenida dentro de una tabla para posteriormente analizarla y descubrir los patrones, si es que los hay.

Expresan las relaciones entre las aristas, caras y vértices de la base dentro de la propia tabla, en lenguaje verbal y muestran una primera aproximación al uso del lenguaje algebraico. Al final de la etapa han integrado la curiosidad por hallar patrones escondidos, así como el uso de las tablas para facilitar dichos hallazgos.

En todas estas actividades hay una línea metodológica que subyace: las maestras tienen presentes las ideas centrales de matemáticas a estimular; las actividades propuestas tienen un carácter muy abierto, de manera que adoptan una forma u otra en función de la iniciativa de las niñas y los niños; la experimentación y el trabajo en pequeño grupo son una constante; la

conversación matemática en clase es una fuente de conocimiento en la medida que articula los distintos razonamientos y formas de representación; la representación del proceso seguido en cada actividad es la propia de cada grupo de alumnos.

La asunción de las ideas centrales por parte de las maestras facilita la flexibilidad del desarrollo de las mismas.

El conocimiento matemático está estrechamente relacionado, lo que puede parecer que dificulta su adquisición y, sin embargo, potencia su uso. Creemos que las ideas centrales pueden ayudar a los docentes a favorecer las conexiones intramatemáticas en su alumnado.

Úsenlas y/o diseñen las de su currículo. Cada proyecto es una oportunidad para aprender, resolver problemas y desafíos, inventar y reinventar. Estamos convencidas de que todo el alumnado, a cualquier edad, puede aprender matemáticas.

Todo estará bien al final.
Si no está bien, no es el final.
Paulo Coelho

Pyramid	vertices	edges	faces	sides of the base
Triangular pyramid	4	6	3	3
Square pyramid	5	8	4	4
Pentagon pyramid	6	10	5	5
Hexagon pyramid	7	12	6	6

In every shape, the vertices go up by 1 (+1), the same thing happens in vertices/sides of the base. If we multiply the faces by 2, we get the result of the number of edges. In every shape, the edges go up by 2 (+2). With vertices, +2, +3, +4 and +5 = edges.

$E = 2 \text{ Faces}$ $V = V_b + 1$
 $F = V - 1$ $V_b + F = E$
 $E - 2 = V$ $F = V_b$

Referencias bibliográficas

- ALSINA, C., A. AUBANELL y C. BURGUÉS (2019), *Tres professors de matemàtiques*, Rosa Sensat, Barcelona.
- BURGUÉS, C., y T. SERRA (2019), «Idees Centrals de Matemàtiques», *CESIRE*, consultada en marzo de 2022 en <<https://sites.google.com/xtec.cat/idees-centrals-matematiques-ip/inici>>.
- CHARLES, R. I. (2005), «Big ideas and understandings as the foundation for elementary and middle school mathematics», *NCSM Journal, Spring/Summer. Journal of Mathematics Education Leadership*, vol. 7, n.º 3.
- GENERALITAT DE CATALUNYA (s.f.), «Ara Matemàtiques. Saber-ne mes per ensenyar-les millor. Dimensions competencials», *Ateneu*, consultado en marzo de 2022 en: <http://ateneu.xtec.cat/wiki/form/wikiexport/cursos/curriculum/inf_pri/aramat/m3/index>.
- NISS, M. A. (2003), «Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM project», en A. Gagatsis y S. Papastavridis (editores), *3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education - Athens, 3-4-5 January 2003*, Hellenic Mathematical Society, 116-124.
- SMALL, M. (2019), «Focusing Instruction on Big Ideas and Mathematical Processes», en M. Small, *Understanding the Math We Teach and How to Teach It*, Stenhouse Publishers, Portsmouth, 15-32.

Teresa Serra Santasusana

Escola Vila Olímpica de Barcelona
Maestra jubilada
<tserra@xtec.cat>

Carme Burgués Flamarich

Universitat de Barcelona
Profesora jubilada
<flam4917@gmail.com>