

VERSIÓN INGLESA

Las matemáticas de educación infantil y primaria

Maite Aranés Maza

Suma núm. 99
pp. 109-114

Artículo solicitado por *Suma* en noviembre de 2021 y aceptado en enero de 2022

Para este número de *Suma* he decidido atreverme con la enseñanza de matemáticas en educación infantil y el inicio de primaria. Mi experiencia profesional en esas etapas es prácticamente nula, así que poco puedo decir sobre la efectividad del libro como herramienta para los docentes de primaria. En cualquier caso espero que la descripción y resumen de sus contenidos principales os resulte interesante. A algunos os puede servir tal vez para comparar con publicaciones del mismo estilo en lengua castellana, o para atisbar qué se cuece en la educación primaria en Reino Unido. Y a otros, quizás os recuerde algo en lo que hace tiempo que no pensáis, u os anima a investigar un poco más algunas ideas de tipo fundamental.

Los autores de *Understanding Mathematics for young children*, Derek Haylock y Anne Cockburn, se han dedicado durante años a la formación de profesorado de infantil y primaria. La primera versión del



UNDERSTANDING MATHEMATICS FOR YOUNG CHILDREN

DEREK HAYLOCK AND ANNE D. COCKBURN



Sage Publications, 323 páginas (2017)

libro apareció en 1989. Desde entonces han ido refinando las ideas y contenidos hasta llegar a esta 5.^a edición de la versión publicada en 2008. El libro está dirigido a futuros docentes de educación infantil y primaria, con el objetivo de mejorar su comprensión de las ideas fundamentales de las matemáticas que trabajarán en el aula con sus alumnos.

Our interest in writing this book arose from our concern about the long-term effects on children's confidence in mathematics resulting from their teachers' own mathematical misconceptions and limited understanding of the subject. This is no doubt often because they and their teachers before them were taught mathematics by drill, as a set of rules and recipes. Understanding as a goal may have played little part in their mathematics education. [...] It is essential that teachers themselves should have a thorough understanding of the basic mathematical concepts and principles that underpin the mathematics that is taught and learnt as a young child embarks on their educational journey.

Understanding Mathematics for young children se estructura en una introducción y 11 capítulos, más una completa bibliografía con todos los libros y artículos mencionados en el texto. Después de un primer capítulo introductorio sobre qué significa «entender matemáticas», los capítulos desde el 2 hasta el 7 tratan sobre cuestiones de número y aritmética. En el 8, 9 y 10 los autores nos hablan sobre cuestiones de medida, geometría y estadística, reservando el último capítulo para realizar algunas reflexiones sobre razonamiento y resolución de problemas.

Todos los capítulos tienen una estructura parecida. Comienzan con algún problema o anécdota concreta (la mayoría sobre situaciones reales con alumnado de infantil) y el planteamiento de algunas cuestiones para provocar una reflexión. Durante el desarrollo del capítulo se hace referencia a estas cuestiones, y encontramos a menudo otros testimonios de docentes y alumnado. Los autores incluyen uno o dos «momentos de reflexión» en cada capítulo, y una sección («Research Focus») de comentario sobre trabajos de investigación y estudios académicos. Además, al final de cada capítulo incluyen una selección de propuestas para el aula.

Haylock y Cockburn dedican el primer capítulo, «Understanding Mathematics», a explicar en qué consiste entender las matemáticas. Por una parte, supone construir una estructura de relaciones entre el lenguaje, los símbolos matemáticos, las representaciones gráficas y las experiencias concretas. Por otra parte, destacan los procesos de equivalencia y transformación como elementos esenciales de las matemáticas: el alumno los utiliza cuando reconoce qué es lo mismo en un grupo de objetos matemáticos y qué es diferente o ha cambiado. Estos aspectos: relaciones, equivalencia y transformación, van apareciendo en todos los capítulos.

We can see, therefore, that much of what is involved in understanding can be identified as the building up of a complex network of connections between language, symbols, concrete materials and pictures.

La posición de los autores, basada en su experiencia y los hallazgos de la investigación en educación, es que el aprendizaje basado en la comprensión es más duradero, más satisfactorio y en general más útil en la práctica que un aprendizaje basado en recetas y rutinas. Uno de los ejemplos que dan es el aprendizaje de las tablas de multiplicar. Según su visión, para poder decir que un alumno domina la tabla del cinco no es suficiente con que la haya memorizado; aparte de eso podemos añadir otros aspectos como:

- relacionar cada resultado con una colección de monedas de 5 céntimos y el valor total,
- asociar el patrón de ceros y cincos en las unidades con los múltiplos pares e impares,
- explicar cómo obtener 8×5 a partir de 4×5 ,
- explicar cómo se obtiene 7×5 a partir de 6×5 sumando cinco,
- contar de 5 en 5 en una recta numérica,
- construir con multi-cubos representaciones de un conjunto de 5, dos conjuntos de cinco, etc.,
- entender que 3×5 es la operación que te permite calcular el coste de 3 libros a 5€ cada uno,
- ser capaces de completar operaciones del tipo $6 \times \square = 30$.

All our experience and what we learn from research indicate that learning based on understanding is more enduring, more psychologically satisfying and more useful in practice than learning based mainly on the rehearsal of recipes and routines low in meaningfulness.

Otro ejemplo que utilizan en este primer capítulo es el signo igual. Estrictamente, el signo igual representa la idea de equivalencia. Por ejemplo, $2 + 4$ es equivalente a 6. Por otra parte, cuando el alumnado experimenta con 2 fichas y 4 fichas, y descubre que la unión resulta en 6 fichas, la operación $2 + 4 = 6$ puede interpretarse como una transformación: 2 + 4 son 6 (figura 1). Por la razón que sea (posiblemente un énfasis en el segundo aspecto por parte del profesorado), la mayoría de alumnos tienden a ver el signo $=$ como un operador. Esta ambigüedad en significado no es única, sino que aparece prácticamente en todos los símbolos matemáticos. De ahí parte la necesidad de garantizar que el alumnado pueda relacionar cada símbolo con una variedad de situaciones, operaciones y lenguaje.

Este tema de los distintos significados que pueden asociarse a un símbolo matemático aparece de nuevo en el capítulo 2, «Understanding number and counting». Aquí Haylock y Cockburn nos recuerdan que un número puede utilizarse en el sentido nominal (como etiqueta), ordinal o cardinal. En su opinión el aspecto ordinal no se trabaja lo suficiente en la educación infantil y primaria, lo que puede ocasionar problemas más adelante: por ejemplo cuando el alumnado se encuentre los números negativos, o en contextos de medida (interpretación del 0). Ellos

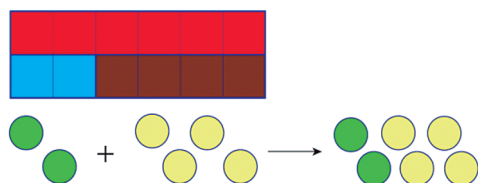


Figura 1. $2 + 4 = 6$ interpretado como equivalencia y como transformación

proponen el uso de tiras o rectas numéricas de forma habitual para enlazar la interpretación cardinal de un número con la ordinal. Es decir, como hacen en todo el libro, insisten en que se debe proporcionar al alumnado el mayor rango de experiencias posibles que puedan asociarse a una idea matemática. En la segunda parte del capítulo, analizan con muchísimo detalle el proceso de «contar», explicando los aspectos que los niños deben ir asimilando en su construcción del concepto abstracto de número.

For example, if the idea that numbers are sets of things is continually reinforced in the early years and is the dominant connection, it is not surprising that negative numbers appear very mysterious when they are met later on. You cannot think of -3 as a set of things! And if you cannot make connections with previous learning then no real understanding but only rote learning can occur.

El capítulo 3, «Understanding place value», es el más breve del libro. Como el título indica, explora el sistema posicional. Aquí los autores abogan nuevamente por exponer al alumnado a distintas experiencias y representaciones de los números. Como ejemplos de posibles herramientas nos hablan de la recta numérica, las regletas, «arrow cards» (figura 2), el cuadrado de 100 números y otros materiales manipulables. Los autores advierten al final del capítulo que no es necesario que el alumnado entienda completamente todos los aspectos que discuten aquí antes de comen-

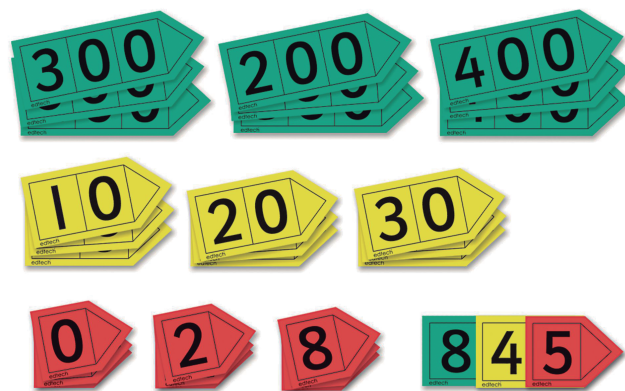


Figura 2. «Arrow cards» para trabajar el valor posicional de las cifras

zar a calcular y practicar operaciones aritméticas. Al contrario, la buena enseñanza de técnicas de cálculo mental y escrito reforzará la comprensión de nuestro sistema numérico.

Los capítulos 4 y 5, «Understanding addition and subtraction» y «Understanding multiplication, division and fractions» son bastante extensos. Como indican los títulos nos hablan de las cuatro operaciones aritméticas. En sus explicaciones hacen especial hincapié en las diferentes estructuras y contextos que aparecen asociadas a cada una de las operaciones. Por ejemplo, en el caso de la sustracción distinguen cuatro situaciones: partición o resta, comparación, complemento de un conjunto e inversa de la adición. Como viene siendo habitual, insisten en la importancia de que el alumnado tenga la oportunidad de trabajar y relacionar todos los contextos para cada operación. En el caso de la suma y la resta utilizan como ejemplo las dificultades del alumnado para reconocer la estructura que se esconde tras el enunciado de un problema: muchas veces se guían por palabras clave que les llevan a malentendidos. Es decir, en una pregunta del tipo: «Helen tiene 12 lápices, 3 menos que Gill, ¿cuántos lápices tiene Gill?», habrá alumnos que en lugar de atender a la estructura del problema harán la operación $12 - 3$.

Analysis of the way children will misinterpret verbal cues reinforces the principle that our teaching must enable children to recognize the structure of situations, not just to respond like automatons to key words. Our message therefore is that the main focus of our work with children should be on developing understanding, by establishing the connections between the symbols for subtraction and the associated language, pictures and concrete situations.

Otro punto en el que insisten bastante es en la tendencia generalizada en interpretar la división como reparto en lugar de agrupamiento (inverso de la multiplicación). Es decir, es más probable que ante $12:3$ imaginemos la situación de repartir 12 objetos en tres grupos, en lugar de asociarlo con el número de grupos de 3 que podemos formar con 12 objetos. En el apartado de «Investigación» del capítulo citan algunos

estudios que respaldan esta afirmación. En la opinión de los autores es posible que el énfasis de la división como reparto influya en la aparición de ideas problemáticas del tipo «solo se puede dividir por un número entero» y «siempre hay que dividir el número grande entre el número más pequeño». El capítulo termina con una breve discusión sobre la introducción de las fracciones (figura 3). Argumentan que las ideas de un medio, un cuarto, un tercio y tres cuartos se deben trabajar de forma informal a través de historias y experiencias antes de conectarlas con sus símbolos matemáticos.

Los siguientes dos capítulos, «6. Understanding the principles of arithmetic» y «7. Understanding number patterns and calculations», terminan con el bloque de números, que constituye unos dos tercios del libro aproximadamente. Dos aspectos que enfatizan especialmente en ambos capítulos es la importancia del trabajo con complementos (tanto para la suma como para el producto), y la búsqueda de patrones en las operaciones aritméticas básicas con la ayuda de diversos materiales (figura 4). En el capítulo 7 además dedican especial atención, tanto en el texto como en la sección de «Investigación», al uso de la recta numérica «vacía» como herramienta para ayudar al alumnado con estrategias de cálculo mental. En su opinión, se debe promover el desarrollo de técnicas de cálculo mental basadas en la visualización antes de introducir los algoritmos escritos para la realización de operaciones aritméticas.

We have argued strongly the case for the development of mental processes for manipulating numbers based on visual and pictorial images, particularly the hundred square and the number line, rather than emphasizing too early standard written procedures for doing additions and subtractions.

El siguiente capítulo, «8. Understanding Measurement», incluye varias secciones claramente dirigidas a aclarar las ideas al futuro docente, como por ejemplo la distinción entre masa y peso o un resumen del sistema métrico decimal (recordemos en el Reino Unido se utiliza en paralelo a su sistema imperial). También se comentan otros aspectos como por ejem-

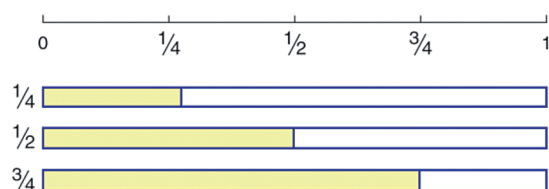


Figura 3. El alumnado más joven puede comenzar a asociar las fracciones más sencillas con puntos en la recta numérica

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Figura 4. Patrones para sumar 9: $7+9$, $74+9$, $24+29$ y $48+39$ en el cuadrado de 100 números

plo el uso de unidades no formales, tipos de escalas o las oportunidades que ofrece un contexto de medidas para realizar comparaciones e introducir la propiedad transitiva. Por último Haylock y Cockburn lamentan la falta de trabajo en general en aspectos como la estimación, cotas y nivel de precisión, elementos esenciales en el desarrollo del concepto de medida. Insisten en la importancia de las experiencias prácticas y la discusión en clase para que el alumnado se familiarice con estas ideas más sofisticadas.

To sum up, approximation, upper and lower bounds, and the appropriate level of accuracy are important ideas that are fundamental to most aspects of measurement. Experience and discussion of all these as-

pects of measurement are often insufficiently emphasized in work with children.

La mayor parte del capítulo 9, «Understanding Geometry», está dedicado a la discusión de transformación e invariancia en geometría. Según los autores es importante entender estas ideas para ser capaces de reconocer la importancia de las experiencias intuitivas e informales que contribuyen al desarrollo del pensamiento geométrico. Es quizás por eso que este capítulo se lee más como un resumen de esta concepción de la geometría, dirigido a mejorar la comprensión del futuro docente. Aunque Haylock y Cockburn acompañan la exposición matemática con comentarios sobre experiencias con el alumnado, en mi opinión este capítulo no resulta tan «práctico» como el resto del libro.

El capítulo 10, «Understanding Statistics», es bastante breve. Se centra especialmente en el papel de los diagramas y elementos pictóricos para la representación y análisis de la información recopilada. Al final del capítulo, dentro de la sección de «Investigación», los autores reflexionan sobre el uso de representaciones pictóricas como componente esencial para entender conceptos matemáticos, una idea en la que han ido insistiendo durante todo el libro (figura 5).

En el capítulo final, «Understanding reasoning and problem solving in mathematics» los autores comienzan con una reflexión sobre la naturaleza de las matemáticas: aparte de las destrezas, los conceptos y los contenidos, también consisten en una forma característica de pensar y razonar. Su intención en el capítulo es intentar hacer explícitos algunos aspectos fundamentales del razonamiento matemático, en particular los que son relevantes en las experiencias del alumnado más joven. Con este objetivo definen lo que consideran un problema y lo que consideran una actividad de investigación, y posteriormente describen algunos aspectos característicos del razonamiento matemático: representación de situaciones con diagramas, dibujos o símbolos, trabajo sistemático, creatividad y generalización. Como siempre, se acompaña toda la discusión con ejemplos de actividades y anécdotas de aula.

It is important that those who teach young children are clear in their minds that mathematics is more than just a collection of skills, concepts and principles. It is also a collection of ways of thinking and reasoning: ways of organizing and internalizing the information we receive from the external world; and ways of using and applying that information both in the real world and within mathematics itself.

Aquí concluye el libro, pues los autores se despiden con increíble brevedad en el último párrafo del capítulo 11. Como comentarios finales quiero destacar que el contenido teórico sobre pedagogía en todo el libro es muy ligero, aunque las secciones de «Investigación» y la bibliografía pueden servir como punto de partida para profundizar en ese aspecto. Los autores utilizan además un lenguaje informal, con lo que la lectura resulta bastante amena a pesar de la extensión del libro.

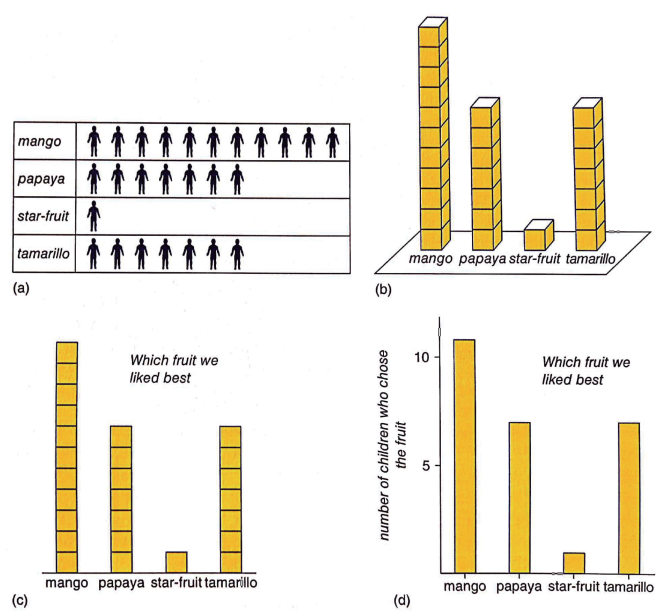


Figura 5. Etapas en el desarrollo de la representación pictórica de datos

Maite Aranés Maza
IES de Villanueva de Gállego,
Villanueva de Gállego (Zaragoza)
<maite.aranes@gmail.com>